

គណិតវិទ្យាថ្ងៃនេះ



សៀវភៅគណិតវិទ្យាគម្រិតគណិតវិទ្យាលំយ

ខ្សែកោង

អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

- * សង្ខេបមេរៀននិងគន្លឹះដោះស្រាយសំខាន់ៗ
- * លំហាត់ជ្រើសរើសអមដោយដំណោះស្រាយក្បោះក្បាយ
- * លំហាត់ជ្រើសរើសសម្រាប់អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

សម្រាប់ថ្នាក់ទី១២ ថ្នាក់វិទ្យាល័យសាស្ត្រពិភព

អ្នករៀបរៀង

លីម ជំនួន

2020

ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សាគោលរបស់ក្រសួងអប់រំយុវជននិងកីឡា

ជំពូកទី០១

រូបមន្តសំខាន់ៗគួរកត់សម្គាល់

១.លីមីតនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

ក.រូបមន្តសំខាន់ៗ

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^x = +\infty$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^{-x} = 0$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^{-x} = (-1)^n \times (+\infty), n \in \mathbb{N}$

j) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\alpha x} = \begin{cases} +\infty, & \alpha > 0 \\ 0, & \alpha < 0 \end{cases}$

ខ.រូបមន្តផ្សេងៗទៀត

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a, a > 0$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

២.ដេរីវេនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

រូបមន្តសំខាន់ៗ

a) $y = e^x$ នោះ $y' = e^x$

b) $y = e^{-x}$ នោះ $y' = -e^{-x}$

$$c) y = e^{ax} \text{ នៅ: } y' = a e^{ax}$$

$$d) y = e^{u(x)} \text{ នៅ: } y' = u'(x) e^{u(x)} \quad \text{។}$$

៣. វិសមីការនិចសមីការ ៖

$$a) e^x = k \text{ សមមូល } x = \ln k, k > 0 \quad \text{។}$$

$$b) e^x > k \text{ សមមូល } x > \ln k \text{ ឬ } x \in (\ln k, +\infty) \text{ ដែល } k > 0 \quad \text{។}$$

$$c) e^x < k \text{ សមមូល } x < \ln k \text{ ឬ } x \in (-\infty, \ln k) \text{ ដែល } k > 0 \quad \text{។}$$

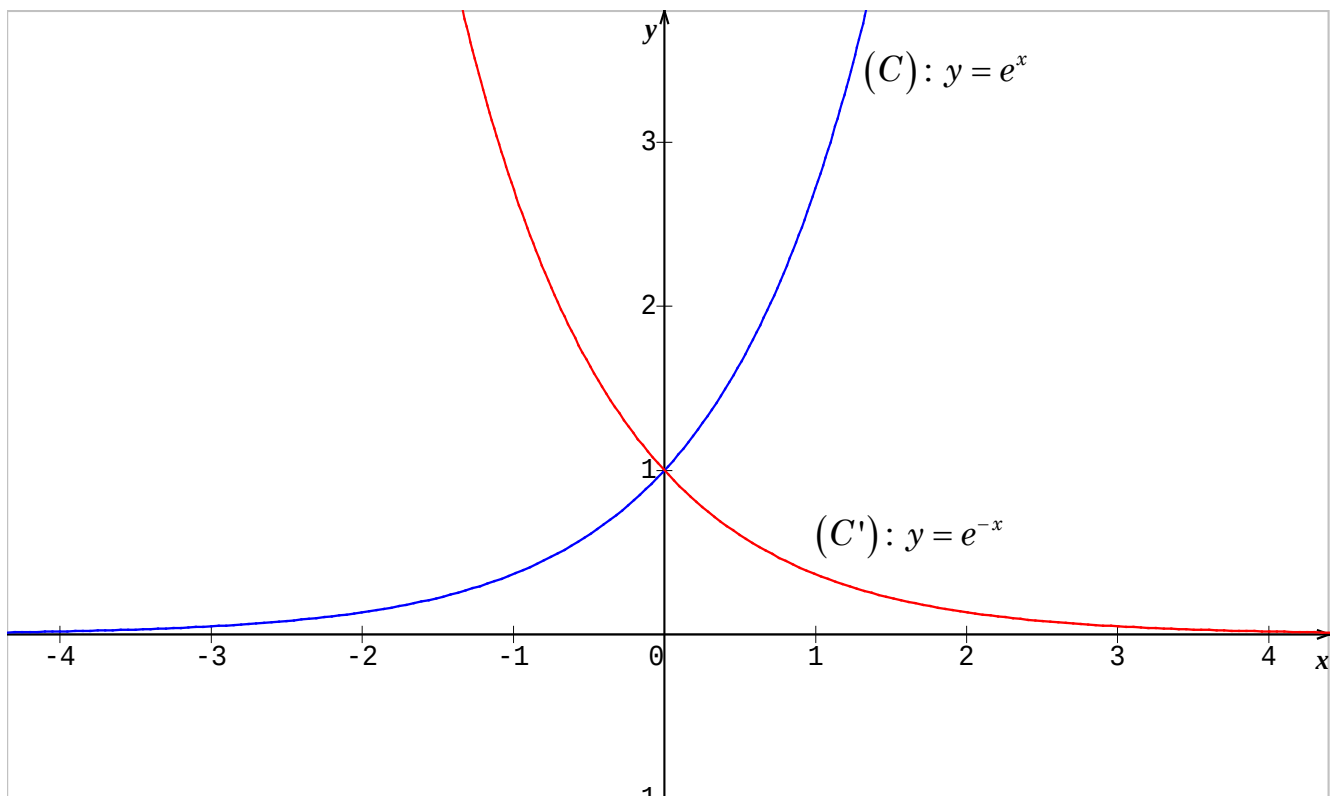
៤. អាំងតេក្រាលនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

$$a) \int e^x dx = e^x + C$$

$$b) \int e^{-x} dx = -e^{-x} + C$$

$$c) \int e^{\alpha x} dx = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x} + C, \alpha \in \mathbb{R}^*$$

$$d) \int e^{u(x)} u'(x) dx = e^{u(x)} + C \quad (\text{ដែល } C: \text{ចំនួនថេរ}) \quad \text{។}$$



ជំពូកទី០២

ក្របខណ្ឌអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

លំហាត់ទី០១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = xe^{-x}$ ។

(C) ជាខ្សែកោងតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអត្ថន័យម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចទាញកំនត់សមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 0$ ។

៤. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាអនុគមន៍ F កំណត់ដោយ $F(x) = (-x - 1)e^{-x}$ ជាព្រីមីទីវមួយរបស់អនុគមន៍ f ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

៥. ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។ គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ នៃផ្នែកប្លង់កំណត់ដោយខ្សែកោង (C) អ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x = 0$, $x = \lambda$ ដែល $\lambda > 0$ ។ គណនា $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ។

លំហាត់ទី០២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = (x + 2)e^{-x}$ ។

(C) ជាខ្សែកោងតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអត្ថន័យម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចទាញកំនត់សមីការនៃអាស៊ីមតូត

ដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣.កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 0$ ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាអនុគមន៍ F កំណត់ដោយ $F(x) = (-x - 3)e^{-x}$ ជាព្រីមីទីវ

មួយរបស់អនុគមន៍ f ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

៥.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។ គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$

នៃផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយខ្សែកោង (C) អ័ក្ស (Ox) និងបន្ទាត់ឈរ $x = -1$, $x = \lambda$

ដែល $\lambda > -1$ ។ គណនា $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ។

លំហាត់ទី០៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x - 2 + e^{-x}$ ។

(C) ជាខ្សែកោងតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ រួចបញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គណនា $f(-2)$ និង $f(3)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) ។

៥.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ នៃផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (d)

និងបន្ទាត់ឈរ $x = -2$, $x = \lambda$ ដែល $\lambda > -2$ ។ គណនា $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ។

លំហាត់ទី០៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = 3 - \frac{1}{2}x - e^{-\frac{x}{2}}$ ។

(C) ជាខ្សែកោងតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = 3 - \frac{1}{2}x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ រួចបញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤. គណនា $f(-2)$ និង $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) ។

៥. គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ នៃផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (d) និងបន្ទាត់ឈរ $x = -2$, $x = \lambda$ ដែល $\lambda > -2$ ។ គណនា $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ។

លំហាត់ទី០៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$, $x \neq 0$ មានក្រាប (C)

១) ចូររកលីមីតនៃ f ត្រង់ ០ និង ត្រង់ $\pm\infty$ ។

បញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់ក្រាប (C) ។

២) ចូរសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) គណនា $f(-1)$, $f(1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ក្រាប (C) ។

(គេយក $e^{-1} = 0.4$, $e = 2.7$, $e^2 = 7.3$, $\frac{e^3}{27} = 0.7$) ។

លំហាត់ទី០៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 2 - e^x$ មានក្រាប (C) ។

១. រកលីមីតនៃ $f(x)$ កាលណា $x \rightarrow -\infty$ និង $x \rightarrow +\infty$ ។
២. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និង (d) ។
៣. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអប្បបរមាភាពនៃ f ។
៤. គណនា $f(-2), f(-1), f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។
៥. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃក្នុងខណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) និងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ឈរ $x = -3$ និង $x = 1$ ។ (គេឲ្យ $e = 2.7, e^{-1} = 0.4, e^{-2} = 0.2$)

លំហាត់ទី០៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = 2x - 1 + e^{-x}$ ដែល $x \in \mathbb{R}$ មានក្រាប (C) ។

១) រកលីមីត $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត (L) នៃ (C) ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងអាស៊ីមតូតទ្រេត (L) និងខ្សែកោង (C) ។

២) ចូរស្រាយថាអនុគមន៍ f មានតម្លៃអប្បបរមាធៀបត្រង់ $x = \ln 2$ រួចកំណត់

តម្លៃអប្បបរមាធៀបនោះ។ សង់តារាងអប្បបរមាភាពនៃ f ។ គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7$ ។

៣) រកសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់គល់ $O(0,0)$ រួចរកកូអរដោនេ

ចំណុចប្រសព្វ A រវាង (T) និង (L) ។

៤) គណនា $f(-2)$ និង $f(-1)$ រួចទាញថាមាន $\alpha \in [-2, -1]$ ដែល $f(\alpha) = 0$ ។

ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T) និង (L) ។

៥) គណនាផ្ទៃក្រឡា S_λ នៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប (C) អាស៊ីមតូតទ្រេត (L) និងបន្ទាត់ឈរ $x = 0$, $x = \lambda$, $(\lambda > 0)$ រួចទាញរក $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S_\lambda$ ។

លំហាត់ទី០៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = 2(x+1)^2 e^x$

តាង (C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o, \vec{i}, \vec{j} \right)$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាក្រាប (C) មានអក្សរអាប៉ូស៊ីសជាអាស៊ីមតូតដេក ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. កំណត់បីចំនួនពិត a, b, c ដោយដឹងថា $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ គឺជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ។

៤. ចូរសង់ក្រាប (C) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃមណ្ឌលប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប (C) និងអក្សរអាប៉ូស៊ីសនិងបន្ទាត់ $x = -2$, $x = 0$ ។ (គេឲ្យ $e = 2.7$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-3} = 0.05$)

លំហាត់ទី០៩

គេឲ្យ f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1}$ មានក្រាប (C) ។

១. ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចសិក្សាទីតាំងជ្រៀបរវាង

ខ្សែកោង (C) ជាមួយនឹងបន្ទាត់ $(\Delta): y = x + 2$ ។

២. ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។

ខ) គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបំភ្លឺថាកន្សោម $f(x)$ អាចសរសេរ

ជាពីរទម្រង់ $f(x) = x + \frac{4}{e^x + 1}$ និង $f(x) = x + 4 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$ ។

ខ) ទាញបញ្ជាក់ថាក្រាប(C) មានអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរតាងដោយ (d_1) និង (d_2)

៤. គណនា $f(x) + f(-x)$ រួចទាញថាចំណុច $I(0, 2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប(C) ។

៥. គណនា $f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប(C) បន្ទាត់ $(\Delta), (d_1), (d_2)$

នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ តែមួយ។

គេយក $e = 2.7, \frac{e-1}{e+1} = 0.5$ និង $\frac{e^2-1}{e^2+1} = 0.8$ ។

សំណួរទី១០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x - \frac{3(e^x - 1)}{e^x + 2}$

តាង(C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ចូរស្រាយថាអនុគមន៍ f អាចសរសេរជាពីរទម្រង់ដូចខាងក្រោម៖

$$f(x) = x - 3 + \frac{9}{e^x + 2} \quad \text{និង} \quad f(x) = x + \frac{3}{2} - \frac{9e^x}{2(e^x + 2)} \quad \text{គ្រប់ } x \in \mathbb{R}$$

៣. ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតទាំងពីររបស់ខ្សែកោង (C) រួចចូរបញ្ជាក់
ទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C) ជាមួយនឹងអាស៊ីមតូតទ្រេតនីមួយៗរបស់វា។

៤. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x - 4)}{(e^x + 2)^2}$ ។

៥. សិក្សាសញ្ញារបស់ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពរបស់អនុគមន៍ f ។

៦. គណនា $f(-2)$ និង $f(3)$ រួចសង់ក្រាប(C) និងអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់វា។

គេយក $\frac{9}{e^{-2} + 2} = 4.2$ និង $\frac{9}{e^3 + 2} = 0.41$ ។

លំហាត់ទី១១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = -x + 2 + \frac{3(e^x - 1)}{2e^x + 1}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្តនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = -x + \frac{7}{2} - \frac{9}{2(2e^x + 1)}$

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y = -x + \frac{7}{2}$ ជាអាស៊ីមតូត

ទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = -x - 1 + \frac{9e^x}{2e^x + 1}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = -x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

នៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_2) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = -\frac{4e^{2x} - 5e^x + 1}{(2e^x + 1)^2}$ ។

៤. សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x) = 4e^{2x} - 5e^x + 1$ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី១២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = -2x + 1 + \frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 1}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្តនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = -2x - 2 + \frac{4e^{2x}}{e^{2x} + 1}$

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y = -2x - 2$ ជាអាស៊ីមតូត

ទ្រេតនៃក្រាប(C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងជៀបរវាង(C)និង(d_1)។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = -2x + 2 - \frac{4}{e^{2x} + 1}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់(d_2): $y = -2x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងជៀបរវាង(C)និង(d_2)។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = -2 \left(\frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} \right)^2$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤. ចូរសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់(d_1)និង(d_2)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី១៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 3}$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o, \vec{i}, \vec{j} \right)$ ។

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = x + 3 - \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 3}$

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់(d_1): $y = x + 3$ ជាអាស៊ីមតូត

ទ្រេតនៃក្រាប(C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងជៀបរវាង(C)និង(d_1)។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = x + 1 + \frac{6}{e^{2x} + 3}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់(d_2): $y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

នៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងជៀបរវាង(C)និង(d_2)។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \left(\frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 3} \right)^2$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី១៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 1} - 1$

តាង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(x-1)^2 e^x}{(x^2 + 1)^2}$ ។

បញ្ជាក់សញ្ញារបស់ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពរបស់អនុគមន៍ f ។

៣. រកសមីការបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) រៀងគ្នាត្រង់ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x = 0$ និង $x = 1$ ។

៤. គណនា $f(-1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ។

គេយក $\frac{e^{-1}}{2} = 0.19$ និង $\frac{e^2}{5} = 1.46$ ។

លំហាត់ទី១៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{e^x - 1}{x}$ ដែល $x \in \mathbb{R}^*$

តាង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ។

២. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ (d): $y = x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}^*$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(x-1)(x+1-e^x)}{x^2}$ ។

៣. គេដឹងថា $e^x \geq x+1$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។ ចូរបញ្ជាក់សញ្ញារបស់ $f'(x)$ ។

គូសតារាងអថេរភាពរបស់អនុគមន៍ f ។

៤. គណនា $f(-2), f(-1), f(2)$ និង $f(3)$ រួចទាញថាសមីការ $f(x)$ មានឫសពីរ α និង β ដែល $-2 < \alpha < -1$ និង $2 < \beta < 3$ ។

៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d) ។

$$\text{គេយក } \frac{e^{-2}-1}{2} = -0.43, e^{-1} = 0.37, \frac{e^2-1}{2} = 3.15 \text{ និង } \frac{e^3-1}{3} = 6.23$$

លំហាត់ទី១៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x - 3 - \frac{x-2}{e^x+1}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f(x) = -1 + (x-2) \frac{e^x}{e^x+1}$ រួចទាញថា

បន្ទាត់ $(d_1): y = -1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1) ។

២. ក) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_2) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$

ដែល $g(x) = e^x + x - 1$ ។

៤. ក) គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

ខ) គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

៥. ដោយប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាព

នៃអនុគមន៍ f ។

៦.គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) បន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

គេយក $e = 2.72$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$ ។

លំហាត់ទី១៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = \frac{(6x-5)e^x + 9}{e^x + 3}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ក) ចូរស្រាយថា $(d_1): y = 3$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ខាង $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1) ។

២.ក) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 6x - 5$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_2) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{6e^x g(x)}{(e^x + 3)^2}$

ដែល $g(x) = e^x + 3x - 1$ ។

៤.ក) គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

ខ) គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

៥.ដោយប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាព

នៃអនុគមន៍ f ។ គេយក $e = 2.72$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$ ។

៦.គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) បន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

លំហាត់ទី១៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = 2x - 3 - \frac{4x - 6}{e^x + 2}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f(x) = \frac{(2x-3)e^x}{e^x + 2}$ រួចទាញថាបន្ទាត់

$(d_1): y = 0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់ (d_1) ។

២.ក) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់ (d_2) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{2e^x g(x)}{(e^x + 2)^2}$

ដែល $g(x) = e^x + 2x - 1$ ។

៤.ក) គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

ខ) គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

៥.ដោយប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៦.គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប(C) បន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

គេយក $e = 2.72$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$ ។

លំហាត់ទី១៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}^*$ ដោយ $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{e^x + 1}{2x}$ ។

គេតាង C ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ C ។

២. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): y = \frac{x}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C បើ $x \rightarrow -\infty$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ។

៣. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(x-1)(e^x + x + 1)}{2x^2}$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}^*$ ។

៤. បង្ហាញថាសមីការ $e^x + x + 1 = 0$ មានឫស α តែមួយគត់ដែល $-2 < \alpha < -1$

រួចបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $e^x + x + 1$ ចំពោះ $x > \alpha$ និង $x < \alpha$ ។

៥. ទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអបេរភាពនៃ f ។

៦. គណនា $f(-2), f(-1), f(2)$ និង $f(3)$ រួចសង់បន្ទាត់ (d) និងក្រាប C ។

$$\text{គេយក } e^{-2} = 0.14, e^{-1} = 0.38, \frac{e^2 + 1}{4} = 2.10 \text{ និង } \frac{e^3 + 1}{6} = 3.51$$

លំហាត់ទី២០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = 1 + 4x^2 e^{-x}$ មានក្រាប C ។

១) ចូររកលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអបេរភាពនៃ f ។

៣) គណនា $f(-1), f(1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ C ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។
(គេយក $e = 2.7, e^{-1} = 0.4, e^{-3} = 0.1$) ។

៤) គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ នៃផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក និងបន្ទាត់ឈរ $x = 0, x = \lambda > 0$ ។ ទាញរកលីមីត $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ។

លំហាត់ទី២១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 3x + 1)e^x$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$f'(x) = \frac{1}{2}(x+1)(x-2)e^x \text{ រួចសង្កេតរកអថេរភាពនៃ } f \text{ ។}$$

៣. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នា x_1 និង x_2 ដែល

$$0 < x_1 < 1 < 2 < x_2 < 3 \text{ ។}$$

៤. រកសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 0$ ។

៥. ចូរសង្កេតបន្ទាត់ (T) និងក្រាប (C) ។

លំហាត់ទី២២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 7x + 11)e^{x-2}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$f'(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x-4)e^x \text{ រួចសង្កេតរកអថេរភាពនៃ } f \text{ ។}$$

៣. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នា x_1 និង x_2 ដែល

$$2 < x_1 < 3 < 4 < x_2 < 5 \text{ ។}$$

៤.រកសមីការបន្ទាត់(T)ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ $x = 0$ ។

៥.ចូរសង់បន្ទាត់(T)និងក្រាប(C) ។

លំហាត់ទី២៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^{2x}$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអត្ថន័យម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$f'(x) = 2x(x-1)e^{2x} \text{ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ } f \text{ ។}$$

៣.ចូរគណនា $f(-1)$ រួចសង់ក្រាប(C) ។

៤.ស្រាយថា $F(x) = \frac{1}{4}(2x^2 - 6x + 5)e^{2x}$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ។

៥.គណនាផ្ទៃក្រឡានៃមណ្ឌលប្លង់ខណ្ឌដោយ(C)និងអ័ក្ស($x'ox$)និងបន្ទាត់ពីរ

$$x = 0, x = 1 \text{ ។}$$

លំហាត់ទី២៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = (x^2 - 4x + 4)e^x$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអត្ថន័យម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$f'(x) = x(x-2)e^x \text{ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ } f \text{ ។}$$

៣.ចូរគណនា $f(-2)$, $f(-1)$ រួចសង់ក្រាប(C) ។

៤.ស្រាយថា $F(x) = (x^2 - 6x + 10)e^x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ។

៥.គណនាផ្ទៃក្រឡានៃមណ្ឌលប្លង់ខណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស $(x'ox)$ និងបន្ទាត់ពីរ

$$x = 0, x = 2 \quad \text{។}$$

លំហាត់ទី២៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x + \frac{(x-2)e^x}{e^x - x}$

(C) ជាខ្សែកោងតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរបង្ហាញថា $e^x > x$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាអនុគមន៍ f

អាចកំណត់បានចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

២.ក) បង្ហាញថា $f(x) = x + (1 - \frac{2}{x}) \frac{e^x}{\frac{e^x}{x} - 1}$ រួចទាញបញ្ជាក់ថា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ។

ខ) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា

$x \rightarrow -\infty$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_1) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣.ក) បង្ហាញថា $f(x) = 2x - 2 + \frac{x^2 e^{-x} - 2x e^{-x}}{1 - x e^{-x}}$ រួចទាញថា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ។

ខ) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow -\infty$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៤.ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(e^x - 1)g(x)}{(e^x - x)^2}$ ដែល g ជា

អនុគមន៍កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = 2e^x - x^2$ ។

ខ) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា g ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R}$ ។

- គ) គណនា $g(-1)$ និង $g(0)$ រួចទាញថាមានចំនួនពិត $\alpha \in (-1, 0)$ តែមួយគត់ ដែល $g(\alpha) = 0$ ។ ចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(-\infty, \alpha)$ និង $[\alpha, +\infty)$ ។
- ឃ) ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $e^x - 1$ រួចទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។
- ង) ចូរបង្ហាញថា $f(\alpha) = 2\alpha$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
៥. គេឲ្យ $\alpha = -0.9$ ។ គណនាតម្លៃ $f(-0.9)$, $f(0)$ និង $f(2)$ ។
- ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី២៦

ផ្នែកទីមួយ៖

គេឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = 2e^x - x^2 + 2x - 1$ ។

១. គណនា $g'(x)$, $g''(x)$ និង $g'''(x)$ ។

២. គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ g (មិនបាច់រកលីមីតត្រង់ $+\infty$ និង $-\infty$)

៣. គណនា $g(-1)$ និង $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការ $g(x) = 0$ មានឫសជាចំនួនពិត α តែមួយគត់ស្ថិតនៅចន្លោះ -1 និង 0 ។ ទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

ផ្នែកទីពីរ ៖

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = 2x - 3 + \frac{x^2 - 4x + 3}{e^x - x + 1}$ ។

គេតាង (C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ក) ចូរបង្ហាញថាអនុគមន៍ f អាចកំណត់បានជានិច្ចចំពោះគ្រប់តម្លៃចំនួនពិត x ។

ខ) គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២.ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_1): y = 2x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង

(C) កាលណា x ខិតទៅជិត $+\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_1) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣.ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq 0$ កន្សោម $f(x)$ អាចសរសេរ ៖

$$f(x) = x + \left(1 - \frac{3}{x}\right) \frac{e^x}{\frac{e^x}{x} - 1 + \frac{1}{x}} \quad \text{។}$$

ខ) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា x ខិតទៅជិត $-\infty$ ។

គ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_2) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៤.ក) ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f'(x) = \frac{(e^x - 1)g(x)}{(e^x - x + 1)^2}$ ។

ខ) សិក្សាសញ្ញានៃ $e^x - 1$ រួចទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។

គ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(\alpha) = 2\alpha - 1$ ។ គូសតារាងអបេរភាពនៃ f ។

៥. គេឲ្យតម្លៃប្រហែលនៃ $\alpha = \frac{1}{4}$ និង $e^{-1} = 0.4$ ។ គណនា $f(\alpha)$ និង $f(-1)$ ។

ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

សំណត់ទី២៧

ផ្នែកទីមួយ៖

គេឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = x^2 - 2e^{-x}$ ។

១. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $1 + xe^x > 0$ ។

២.គណនា $g'(x)$ រួចទាញឲ្យបានថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

គូសតារាងអបេរភាពនៃអនុគមន៍ g (មិនបាច់រកលីមីតត្រង់ $+\infty$ និង $-\infty$)

៣.គណនា $g(0)$ និង $g(1)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការ $g(x) = 0$ មានឫសជាចំនួន

ពិត α តែមួយគត់ស្ថិតនៅចន្លោះ 0 និង 1 ។ ទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

ផ្នែកទីពីរ ៖

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x + 1 + \frac{x+2}{1+xe^x}$ ។

គេតាង (C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ក) ចូរបង្ហាញថាអនុគមន៍ f អាចកំណត់បានជានិច្ចចំពោះគ្រប់តម្លៃចំនួនពិត x ។

ខ) គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២.ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង

(C) កាលណា x ខិតទៅជិត $+\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_1) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣.ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x កន្សោម $f(x)$ អាចសរសេរ ៖

$$f(x) = 2x + 3 - \frac{x(x+2)e^x}{1+xe^x} \quad \text{។}$$

ខ) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x + 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង

(C) កាលណា x ខិតទៅជិត $-\infty$ ។

គ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_2) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៤.ក) ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f'(x) = \frac{e^x(e^x - 1)g(x)}{(1+xe^x)^2}$ ។

ខ) សិក្សាសញ្ញានៃ $e^x - 1$ រួចទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។

- គ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(\alpha) = 2\alpha + 1$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
៥. គេឲ្យតម្លៃប្រហែលនៃ $\alpha = 0.9$ និង $e^{-1} = 0.4$ ។ គណនា $f(\alpha)$ និង $f(-1)$ ។
- ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

លំហាត់ទី២៨

ផ្នែកទីមួយ៖

គេឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = e^{2x} - 2x^2$ ។

១. ដោយប្រើក្រាហ្វិកចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $e^{2x} > 2x$ ។

២. គណនា $g'(x)$ រួចទាញឲ្យបានថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ g (មិនបាច់រកលីមីតត្រង់ $+\infty$ និង $-\infty$)

៣. គណនា $g(-1)$ និង $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការ $g(x) = 0$ មានឫសជាចំនួនពិត α តែមួយគត់ស្ថិតនៅចន្លោះ -1 និង 0 ។ ទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

ផ្នែកទីពីរ ៖

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x + \frac{x-1}{1-2xe^{-2x}}$ ។

គេតាង (C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ក) ចូរបង្ហាញថាអនុគមន៍ f អាចកំណត់បានជានិច្ចចំពោះគ្រប់តម្លៃចំនួនពិត x ។

ខ) គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា x ខិតទៅជិត $-\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_1) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣. ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x កន្សោម $f(x)$ អាចសរសេរ ៖

$$f(x) = 2x - 1 + \frac{2x(x-1)e^{-2x}}{1-2xe^{-2x}} \quad \text{។}$$

- ខ) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា x ខិតទៅជិត $+\infty$ ។
- គ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_2) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។
- ៤.ក) ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x + 1)g(x)}{(e^{2x} - 2x)^2}$ ។
- ខ) សិក្សាសញ្ញានៃ $e^x - 1$ រួចទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។
- គ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(\alpha) = 2\alpha$ ។ គូសតារាងអប្សេរភាពនៃ f ។
៥. គេឲ្យតម្លៃប្រហែលនៃ $\alpha = 0.49$ និង $e^{-1} = 0.4$ ។ គណនា $f(\alpha)$ និង $f(-\frac{1}{2})$ ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

សំណួរទី២៩

- គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R} - \{\ln 2\}$ ដោយ $f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{e^x}{2(e^x - 2)}$ ។
- តាង (C) ជាក្រាបនៃអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។
១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow \ln 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង (C) ។
២. ចូរកំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេពីរបស់ខ្សែកោង (C) ។
៣. ចំពោះគ្រប់ $x \neq \ln 2$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x - 4)}{(e^x - 2)^2}$ ។
- សង់តារាងអប្សេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
៤. កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះទាំងអស់ដែលមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ -2 ហើយប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ។

៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់វាក្នុងតម្រុយតែមួយ។

លំហាត់ទី៣០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R} - \{\ln 3\}$ ដោយ $f(x) = x + \frac{4}{e^x - 3}$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow \ln 3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ

អាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង (C) ។

២. ចូរកំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេពីរបស់ខ្សែកោង (C) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \neq \ln 3$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^{2x} - 10e^x + 9}{(e^x - 3)^2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤. ចូរសង់ក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់វាក្នុងតម្រុយតែមួយ។

លំហាត់ទី៣១

ផ្នែកទីមួយ

គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = e^x - x - 1$ ។

១. គណនា $g'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $g'(x)$ ។

២. គូសតារាងអថេរភាពនៃ g រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ g លើ $\mathbb{R}$ ។

(មិនបាច់គណនាលីមីតនៃ $g(x)$ ខាង $-\infty$ និង $+\infty$ ទេ)

ផ្នែកទី៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 1 + \frac{x+2}{e^x}$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣. ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f'(x) = e^{-x}(e^x - x - 1)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថា

$f'(x)$ និង $g(x)$ មានសញ្ញាដូចគ្នា ។

ខ) គូសតារាងអប៊ែរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤. ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ស្របនឹងបន្ទាត់ (d) ហើយប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ។

៥. ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) & (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ផ្នែកទី៨

គេឲ្យអនុគមន៍ F កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $F(x) = \frac{x^2}{2} + x - \frac{x+3}{e^x}$ ។

១. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $F(x)$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ៖

២. គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ នៃផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (d) និង

បន្ទាត់ឈរ $x = -2$ និង $x = \lambda$ ដែល $\lambda > -2$ ។

៣. គណនា $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ។

លំហាត់ទី៣២

ផ្នែកទីមួយ

គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = 2e^{\frac{x}{2}} - x - 2$ ។

១.គណនា $g'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $g'(x)$ ។

២.គូសតារាងអប្បបរមាភាពនៃ g រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ g លើ $\mathbb{R}$ ។

(មិនបាច់គណនាលីមីតនៃ $g(x)$ ខាង $-\infty$ និង $+\infty$ ទេ)

ផ្នែកទីពីរ

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x - 2 + \frac{x+4}{\sqrt{e^x}}$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f'(x) = \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}g(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថា

$f'(x)$ និង $g(x)$ មានសញ្ញាដូចគ្នា ។

ខ) គូសតារាងអប្បបរមាភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ស្របនឹងបន្ទាត់ (d) ហើយប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ។

៥.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) & (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ផ្នែកទី២

គេឲ្យអនុគមន៍ F កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x - 2(x+6)e^{-\frac{x}{2}}$ ។

១. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $F(x)$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ៖

២. គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ នៃផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (d) និងបន្ទាត់ឈរ $x = -2$ និង $x = \lambda$ ដែល $\lambda > -2$ ។

៣. គណនា $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ។

លំហាត់ទី៣៣

ផ្នែកទីមួយ

គេឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = 1 - x - e^x$ ។

១. គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍ចុះដាច់លើ $\mathbb{R}$ ។

២. គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

ផ្នែកទីពីរ

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = -x + 3 + \frac{x-2}{e^x + 1}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f(x) = 1 - (x-2) \frac{e^x}{e^x + 1}$ រួចទាញថា

បន្ទាត់ $(d_1): y = 1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1) ។

២. ក) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = -x + 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_2) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$

៤. ដោយប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៥. គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) បន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

តើយក $e = 2.72$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$ ។

លំហាត់ទី៣៤

ផ្នែកទីមួយ

គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = e^x + 3x - 1$ ។

១. គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

២. គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

ផ្នែកទីពីរ

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = \frac{2(3x-4)e^x}{e^x + 3}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ក) ចូរស្រាយថា $(d_1): y = 0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ខាង $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1) ។

២. ក) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 6x - 8$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_2) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{6e^x g(x)}{(e^x + 3)^2}$

៤. ដោយប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។ គេយក $e = 2.72$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$ ។

៥. គណនា $f(-2)$, $f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) បន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

លំហាត់ទី៣៥

ផ្នែកទីមួយ

គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = e^x + 2x - 1$ ។

១. គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

២. គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

ផ្នែកទីពីរ

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = \frac{2(x-1)e^x + 2}{e^x + 2}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f(x) = 1 + \frac{(2x-3)e^x}{e^x + 2}$ រួចទាញថា

បន្ទាត់ $(d_1): y = 1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1) ។

២. ក) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

- ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_2) ។
៣. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{2e^x g(x)}{(e^x + 2)^2}$
៤. ដោយប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
៥. គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) បន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។
- តើយក $e = 2.72$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$ ។

លំហាត់ទី៣៦

ផ្នែកទីមួយ

- គេឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = e^x + x + 1$ ។
១. បង្ហាញថាសមីការ $g(x) = 0$ មានឫស α តែមួយគត់ដែល $-2 < \alpha < -1$ ។
២. បញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x > \alpha$ និង $x < \alpha$ ។

ផ្នែកទីពីរ

- គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}^*$ ដោយ $f(x) = \frac{x}{2} - 1 + \frac{e^x + 1}{2x}$ ។
- គេតាង C ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។
១. គណនា $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ C ។
២. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): y = \frac{x}{2} - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C បើ $x \rightarrow -\infty$
- រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ។

៣. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(x-1)g(x)}{2x^2}$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}^*$ ។

៤. ទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. គណនា $f(-2), f(-1), f(2)$ និង $f(3)$ រួចសង់បន្ទាត់ (d) និងក្រាប C ។

គេយក $e^{-2} = 0.14$, $e^{-1} = 0.38$, $\frac{e^2+1}{4} = 2.10$ និង $\frac{e^3+1}{6} = 3.51$ ។

លំហាត់ទី៣៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = 9x - 8\ln(e^x + 1) + \frac{16}{e^x + 1}$

(C) ជាខ្សែកោងតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = 9x + 16 - 8\ln(e^x + 1) - \frac{16e^x}{e^x + 1}$ ។

រួចគណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ។

ខ) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y = 9x + 8$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow -\infty$ រួចទាញបញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ។

២. ក) ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = x - 8\ln\left(1 + \frac{1}{e^x}\right) + \frac{16}{e^x + 1}$ ។

រួចគណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ខ) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

៣.ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 1} \right)^2$ ។

ខ) គូសតារាងអថេរភាពអនុគមន៍ f ។

៤. ចូរសរសេរបន្ទាត់ (T) ស្របនឹងបន្ទាត់ (d_2) ហើយប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ។

៥. ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ $(d_1), (d_2)$ និង (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី៣៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x - 2 + \frac{9}{e^x + 2}$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ចូរកំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេពីរបស់ខ្សែកោង (C) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^{2x} - 5e^x + 4}{(e^x + 2)^2}$ ។

៤. កំណត់អាប៉ូស៊ីសនៃចំណុចទាំងអស់ស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ដោយដឹងថាបន្ទាត់

ប៉ះត្រង់ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $-\frac{1}{8}$ ។

៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់វាក្នុងតម្រុយតែមួយ។

លំហាត់ទី៣៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}^*$ ដោយ $f(x) = x + 1 + \frac{1}{2(e^x - 1)}$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចូរគណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការ

នៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២. ចូរកំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរបស់ខ្សែកោង (C) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}^*$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{2(e^x - 1)^2}$ ។

កំណត់អាប៉ូស៊ីសនៃចំណុចទាំងអស់ស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ដោយដឹងថាបន្ទាត់

ប៉ះត្រង់ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $\frac{7}{9}$ ។

៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់វាក្នុងតម្រុយតែមួយ។

លំហាត់ទី៤០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = -2x - 3 + \frac{2x+4}{e^x+1} + 4\ln(e^x+1)$

(C) ជាខ្សែកោងតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរបង្ហាញថា $f(x) = 1 - \frac{2(x+2)e^x}{e^x+1} + 4\ln(e^x+1)$ ។

ខ) គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង (C) ។

២. ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរបង្ហាញថា $f(x) = 2x - 3 + \frac{2x+4}{e^x+1} + 4\ln\left(1 + \frac{1}{e^x}\right)$ ។

ខ) គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

គ) ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = 2x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f'(x) = \frac{2e^x(e^x - x - 1)}{(e^x + 1)^2}$ ។

ខ) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរបង្ហាញថា $e^x \geq x + 1$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ ។

គ) គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤. ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 0$ ។

ទាញបញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (T) ជាមួយនឹងខ្សែកោង (C) ។

៥. ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ $(d_1), (d_2)$ និងបន្ទាត់ប៉ះ (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។



www.mathtoday.wordpress.com

ជំពូកទី០៣

ផ្នែកដំណោះស្រាយ

លំហាត់ទី០១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = xe^{-x}$ ។

(C) ជាខ្សែកោងតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចទាញកំនត់សមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 0$ ។

៤. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាអនុគមន៍ F កំណត់ដោយ $F(x) = (-x-1)e^{-x}$ ជាព្រីមីទីវមួយរបស់អនុគមន៍ f ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

៥. ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។ គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ នៃផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយខ្សែកោង (C) អ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x = 0$, $x = \lambda$ ដែល $\lambda > 0$ ។ គណនា $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ។

ដំណោះស្រាយ

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចទាញកំនត់សមីការនៃអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) ៖

យើងមាន $f(x) = xe^{-x}$ ។

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^{-x}) = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{-x}) = +\infty$ ។

ហើយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (xe^{-x}) = 0$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{-x}) = 0$ ។

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ នោះបន្ទាត់ $y = 0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង (C) ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរតាងនៃ f ៖

យើងបាន $f'(x) = (x)'e^{-x} + x(e^{-x})' = e^{-x} - xe^{-x}$

ដូចនេះ $f'(x) = (1-x)e^{-x}$ ។

ដោយគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ គេមាន $e^{-x} > 0$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $(1-x)$ ។

បើ $f'(x) = 0$ សមមូល $1-x = 0$ ឬ $x = 1$ ។

ចំពោះ $x = 1$ គេបាន $f(1) = e^{-1} = \frac{1}{e} = 0.36$ ។

តារាងអថេរតាង ៖

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	0.36	0

៣. កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 0$ ៖

យើងបាន $(T): y = f'(0)(x-0) + f(0)$ ដោយ $f(0) = 0$ និង $f'(0) = 1$ ។

ដូចនេះ $(T): y = x$ ។

៨. ស្រាយបញ្ជាក់ថាអនុគមន៍ F កំណត់ដោយ $F(x) = (-x-1)e^{-x}$ ជាព្រីមីទីវមួយ

របស់អនុគមន៍ f ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ៖

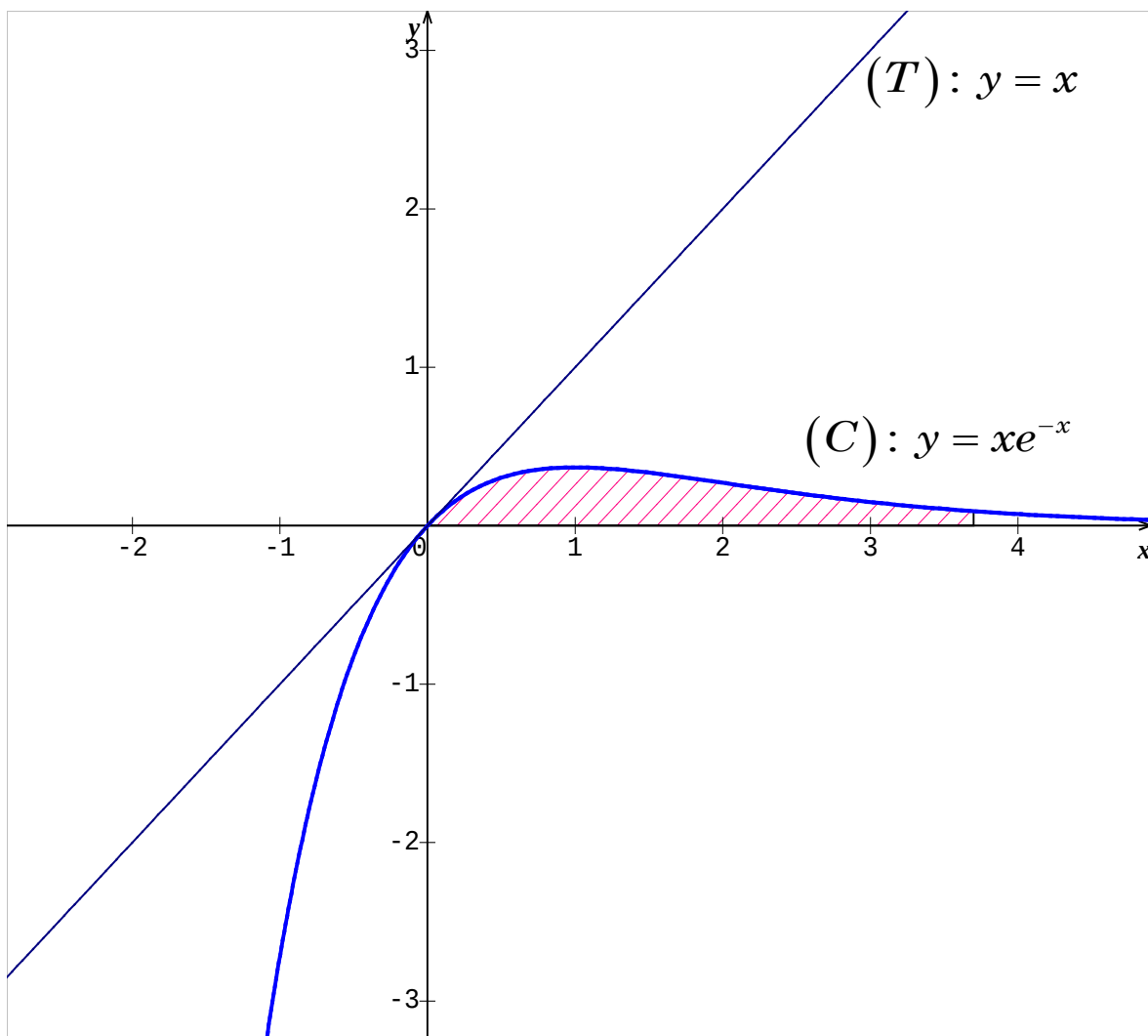
យើងមាន $F(x) = (-x-1)e^{-x}$

យើងបាន $F'(x) = (-x-1)'e^{-x} + (e^{-x})'(-x-1) = -e^{-x} - e^{-x}(-x-1)$

$$= -e^{-x} + xe^{-x} + e^{-x} = xe^{-x} = f(x) \quad \text{។}$$

ដូចនេះ $F(x) = (-x-1)e^{-x}$ ជាព្រីមីទីវមួយរបស់ $f(x) = xe^{-x}$ លើ $\mathbb{R}$ ។

៩. សង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (T) ៖



គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ ៖

$$\text{យើងបាន } S(\lambda) = \int_0^\lambda f(x) dx = [F(x)]_0^\lambda = F(\lambda) - F(0)$$

$$\text{ដោយ } F(x) = (-x-1)e^{-x} \text{ នោះ } F(\lambda) = (-\lambda-1)e^{-\lambda} \text{ និង } F(0) = -1$$

$$\text{ដូចនេះ } S(\lambda) = (-\lambda-1)e^{-\lambda} - (-1) = 1 - \frac{1+\lambda}{e^\lambda} \quad (\text{ឯកតាផ្ទៃ})$$

$$\text{ហើយ } \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1+\lambda}{e^\lambda} \right) = 1 \quad \text{។}$$

លំហាត់ទី០២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = (x+2)e^{-x}$ ។

(C) ជាខ្សែកោងតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចទាញកំនត់សមីការនៃអាស៊ីមតូត
ដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x=0$ ។

៤. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាអនុគមន៍ F កំណត់ដោយ $F(x) = (-x-3)e^{-x}$ ជាព្រីមីទីវ
មួយរបស់អនុគមន៍ f ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

៥. ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។ គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$
នៃផ្ទៃក្រឡាដែលកំណត់ដោយខ្សែកោង (C) អ័ក្ស(ox) និងបន្ទាត់ឈរ $x=-1$, $x=\lambda$
ដែល $\lambda > -1$ ។ គណនា $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ។

ដំណោះស្រាយ

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចទាញកន្លែងសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) ៖

យើងមាន $f(x) = (x+2)e^{-x}$ ។

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [(x+2)e^{-x}] = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{-x}) = +\infty$ ។

ហើយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [(x+2)e^{-x}] = 0$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{-x}) = 0$ ។

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ នោះបន្ទាត់ $y = 0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង (C) ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរតាងនៃ f ៖

យើងបាន $f'(x) = (x+2)'e^{-x} + (x+2)(e^{-x})' = e^{-x} - (x+2)e^{-x}$

ដូចនេះ $f'(x) = (-x-1)e^{-x}$ ។

ដោយគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ គេមាន $e^{-x} > 0$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $(-x-1)$ ។

បើ $f'(x) = 0$ សមមូល $-x-1=0$ ឬ $x = -1$ ។

ចំពោះ $x = -1$ គេបាន $f(1) = e \approx 2.72$ ។

តារាងអថេរតាង ៖

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	2.72	0

៣. កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 0$ ៖

យើងបាន $(T): y = f'(0)(x - 0) + f(0)$ ដោយ $f(0) = 2$ និង $f'(0) = -1$ ។

ដូចនេះ $(T): y = -x + 2$ ។

៤. ស្រាយបញ្ជាក់ថាអនុគមន៍ F កំណត់ដោយ $F(x) = (-x - 3)e^{-x}$ ជាព្រីមីទីវមួយ

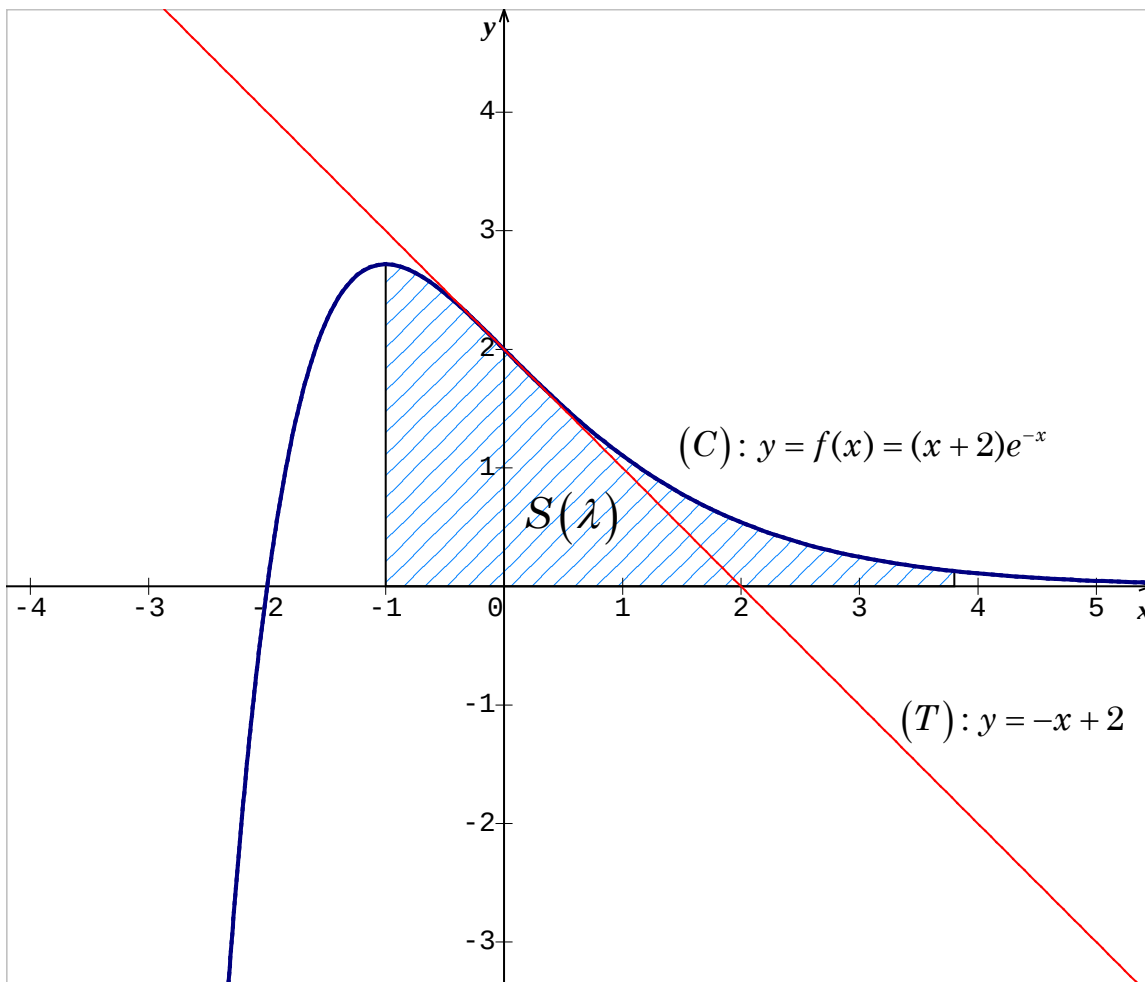
របស់អនុគមន៍ f ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ៖

យើងមាន $F(x) = (-x - 3)e^{-x}$

យើងបាន $F'(x) = (-x - 3)'e^{-x} + (e^{-x})'(-x - 3) = -e^{-x} - e^{-x}(-x - 3)$
 $= -e^{-x} + xe^{-x} + 3e^{-x} = (x + 2)e^{-x} = f(x)$ ។

ដូចនេះ $F(x) = (-x - 3)e^{-x}$ ជាព្រីមីទីវមួយរបស់ $f(x) = (x + 2)e^{-x}$ លើ $\mathbb{R}$ ។

៥. សង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (T) : «



គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ ៖

$$\text{យើងបាន } S(\lambda) = \int_{-1}^{\lambda} f(x) dx = [F(x)]_{-1}^{\lambda} = F(\lambda) - F(-1)$$

$$\text{ដោយ } F(x) = (-x-3)e^{-x} \text{ នោះ } F(\lambda) = (-\lambda-3)e^{-\lambda} \text{ និង } F(-1) = -4e$$

$$\text{ដូចនេះ } S(\lambda) = (-\lambda-3)e^{-\lambda} - (-4e) = 4e - \frac{3+\lambda}{e^{\lambda}} \quad (\text{ឯកតាផ្ទៃ})$$

$$\text{ហើយ } \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \left(4e - \frac{3+\lambda}{e^{\lambda}} \right) = 4e \quad \text{។}$$

លំហាត់ទី០៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x - 2 + e^{-x}$ ។

(C) ជាខ្សែកោងតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ រួចបញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤. គណនា $f(-2)$ និង $f(3)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) ។

៥. គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ នៃផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (d) និងបន្ទាត់ឈរ $x = -2$, $x = \lambda$ ដែល $\lambda > -2$ ។ គណនា $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ។

ដំណោះស្រាយ

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ៖

$$\text{យើងមាន } f(x) = x - 2 + e^{-x}$$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 2 + e^{-x}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [e^{-x} ((x - 2)e^{-x} + 1)] = +\infty$ ។

ហើយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2 + e^{-x}) = +\infty$ ។

២. ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ រួចបញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $(C): f(x) = x - 2 + e^{-x}$ និង $(d): y = x - 2$

យើងបាន $f(x) - y_d = x - 2 + e^{-x} - (x - 2) = e^{-x}$ ។

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_d] = \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{-x}) = 0$ នោះបន្ទាត់សមីការ $(d): y = x - 2$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀតដោយ $f(x) - y_d = e^{-x} > 0$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d) ជានិច្ច។

៣. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរតាងនៃ f ៖

យើងមាន $f(x) = x - 2 + e^{-x}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}$

យើងបាន $f'(x) = 1 - e^{-x} = 1 - \frac{1}{e^x} = \frac{e^x - 1}{e^x}$ ។

ដោយគ្រប់ $x \in \mathbb{R} : e^x > 0$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $e^x - 1$ ។

.បើ $e^x - 1 > 0$ ឬ $e^x > 1$ សមមូល $x > 0$ នោះ $f'(x) > 0$ ។

.បើ $e^x - 1 = 0$ ឬ $e^x = 1$ សមមូល $x = 0$ នោះ $f'(x) = 0$ ។

.បើ $e^x - 1 < 0$ ឬ $e^x < 1$ សមមូល $x < 0$ នោះ $f'(x) < 0$ ។

ចំពោះ $x = 0$ នោះ $f(0) = 0 - 2 + e^0 = -1$ ។

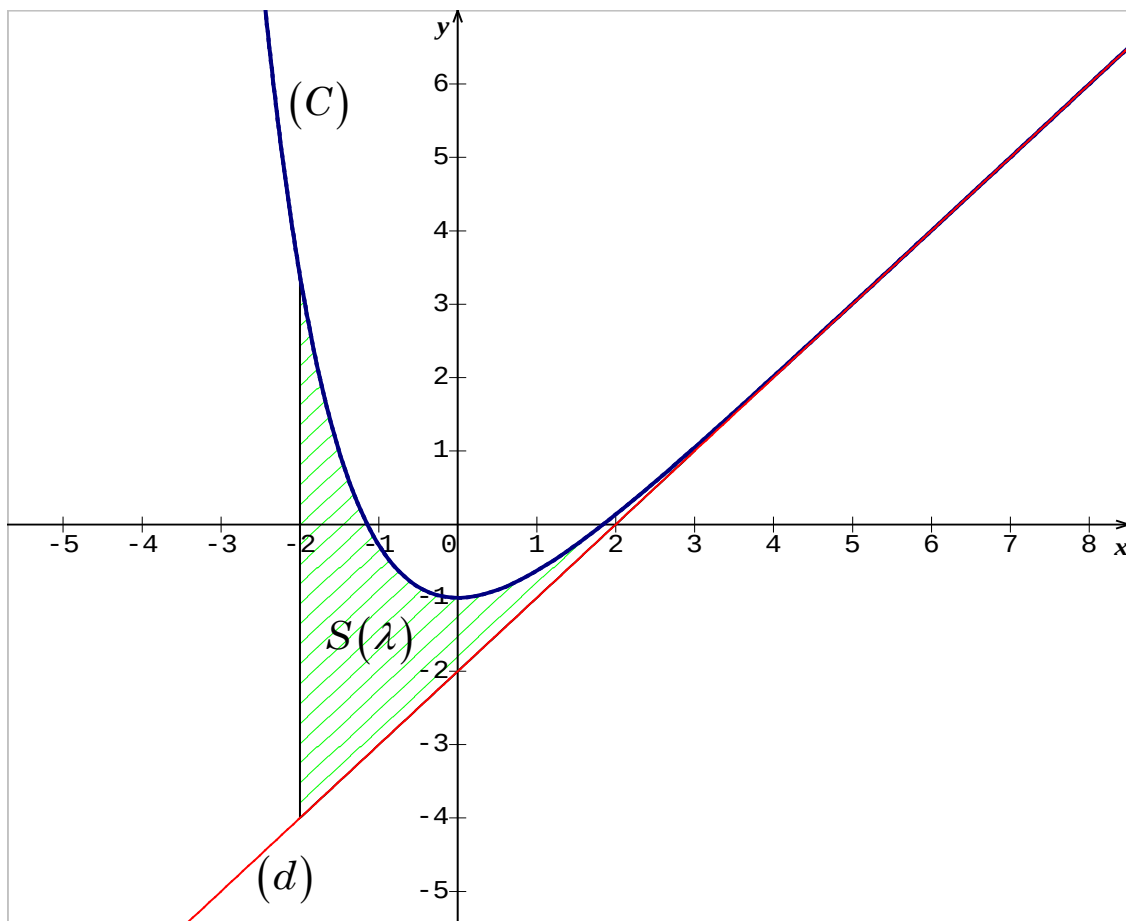
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$

៨.គណនា $f(-2)$ និង $f(3)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) ៖

យើងមាន $f(x) = x - 2 + e^{-x}$

.ចំពោះ $x = -2$ នោះ $f(-2) = -4 + e^2 = 3.39$ ។

.ចំពោះ $x = 3$ នោះ $f(3) = 3 - 2 + e^{-3} = 1.01$ ។



៥.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ ៖

$$\begin{aligned}\text{យើងបាន } S(\lambda) &= \int_{-2}^{\lambda} [f(x) - (x-2)] dx \text{ ដោយ } f(x) = x - 2 + e^{-x} \\ &= \int_{-2}^{\lambda} e^{-x} dx = [-e^{-x}]_{-2}^{\lambda} = e^2 - e^{-\lambda} \text{ (ឯកតាផ្ទៃ) ។}\end{aligned}$$

$$\text{ហើយ } \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} (e^2 - e^{-\lambda}) = e^2 \text{ ។}$$

លំហាត់ទី០៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = 3 - \frac{1}{2}x - e^{-\frac{x}{2}}$ ។

(C) ជាខ្សែកោងតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = 3 - \frac{1}{2}x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ រួចបញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គណនា $f(-2)$ និង $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) ។

៥.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ នៃផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (d) និងបន្ទាត់ឈរ $x = -2$, $x = \lambda$ ដែល $\lambda > -2$ ។ គណនា $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ៖

$$\text{យើងមាន } f(x) = 3 - \frac{1}{2}x - e^{-\frac{x}{2}}$$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{1}{2}x - e^{-\frac{x}{2}} \right) = -\infty$ ។

ហើយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3 - \frac{1}{2}x + e^{-\frac{x}{2}} \right) = -\infty$ ។

២. ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = 3 - \frac{1}{2}x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ រួចបញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) នឹងខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $(C): f(x) = 3 - \frac{1}{2}x - e^{-\frac{x}{2}}$ និង $(d): y = 3 - \frac{1}{2}x$

យើងបាន $f(x) - y_d = -e^{-\frac{x}{2}}$ ។

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_d] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e^{-\frac{x}{2}} \right) = 0$ នោះបន្ទាត់ $(d): y = 3 - \frac{1}{2}x$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀតដោយ $f(x) - y_d = -e^{-\frac{x}{2}} < 0$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d) ជានិច្ច។

៣. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរតាងនៃ f ៖

យើងមាន $f(x) = 3 - \frac{1}{2}x - e^{-\frac{x}{2}}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}$

យើងបាន $f'(x) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} = \frac{1 - e^{\frac{x}{2}}}{e^{\frac{x}{2}}}$ ។

ដោយគ្រប់ $x \in \mathbb{R} : e^{\frac{x}{2}} > 0$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $1 - e^{\frac{x}{2}}$ ។

.បើ $1 - e^{\frac{x}{2}} < 0$ ឬ $e^{\frac{x}{2}} > 1$ សមមូល $x > 0$ នោះ $f'(x) < 0$ ។

.បើ $1 - e^{\frac{x}{2}} = 0$ ឬ $e^{\frac{x}{2}} = 1$ សមមូល $x = 0$ នោះ $f'(x) = 0$ ។

.បើ $1 - e^{\frac{x}{2}} > 0$ ឬ $e^{\frac{x}{2}} < 1$ សមមូល $x < 0$ នោះ $f'(x) > 0$ ។

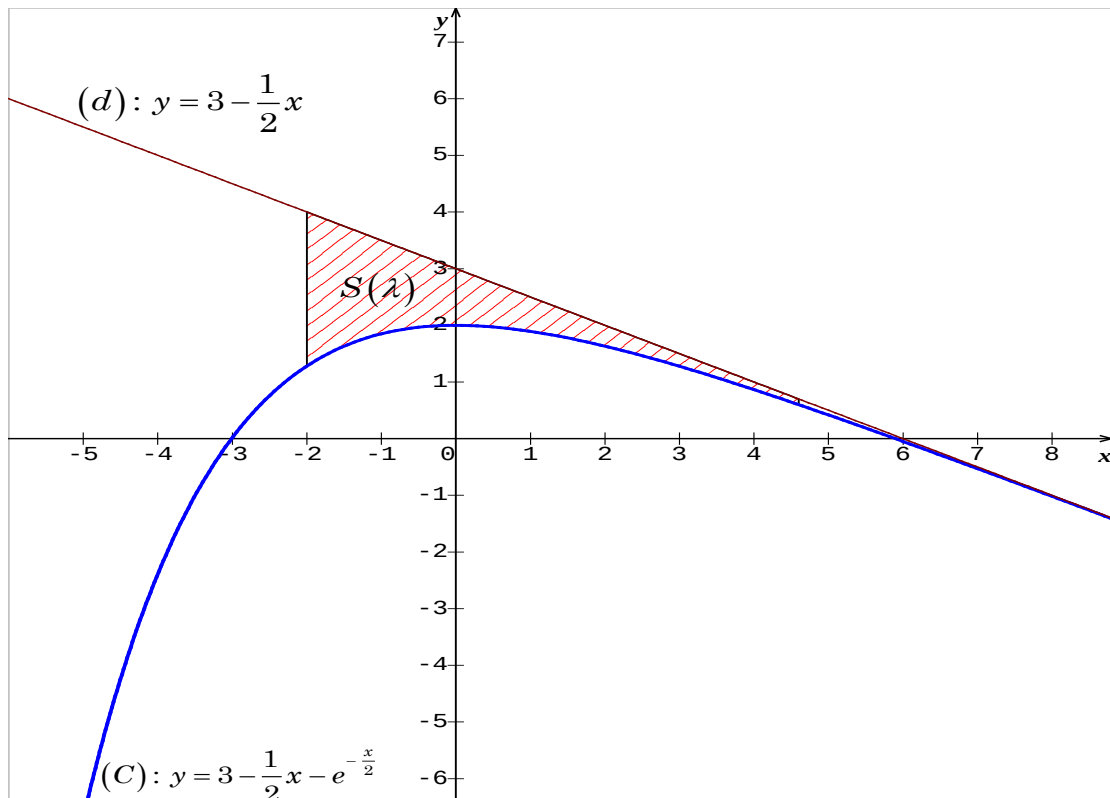
ចំពោះ $x = 0$ នោះ $f(0) = 3 - 0 - e^0 = 2$ ។

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	$-\infty$

៤.គណនា $f(-2)$ និង $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) ៖

.ចំពោះ $x = -2$ នោះ $f(-2) = 3 + 1 - e = 1.28$ ។

.ចំពោះ $x = 2$ នោះ $f(2) = 3 - 1 - e^{-1} = 1.64$ ។



៥. គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ ៖

យើងបាន $S(\lambda) = \int_{-2}^{\lambda} \left[\left(3 - \frac{1}{2}x\right) - f(x) \right] dx$ ដោយ $f(x) = 3 - \frac{1}{2}x - e^{-\frac{x}{2}}$

$$= \int_{-2}^{\lambda} e^{-\frac{x}{2}} dx = \left[-2e^{-\frac{x}{2}} \right]_{-2}^{\lambda} = 2e - 2e^{-\frac{\lambda}{2}} \text{ (ឯកតាផ្ទៃ) ។}$$

ហើយ $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \left(2e - 2e^{-\frac{\lambda}{2}} \right) = 2e$ ។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី០៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$, $x \neq 0$ មានក្រាប (C)

១) ចូររកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង ត្រង់ $\pm\infty$ ។

បញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់ក្រាប (C) ។

២) ចូរសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) គណនា $f(-1)$, $f(1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ក្រាប (C) ។

(គេយក $e^{-1} = 0.4$, $e = 2.7$, $e^2 = 7.3$, $\frac{e^3}{27} = 0.7$) ។

ដំណោះស្រាយ

១) រកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង ត្រង់ $\pm\infty$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x^2} = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x^2} = 0$ & $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} = +\infty$

បញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់ក្រាប (C) ៖

ដោយ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ នោះបន្ទាត់ $x = 0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C)

ហើយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ នោះបន្ទាត់ $y = 0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) ។

២) សង់តារាងអថេរភាពនៃ f

គេបាន $f'(x) = \frac{e^x x^2 - 2xe^x}{x^4} = \frac{(x-2)e^x}{x^3}$

ចំពោះគ្រប់ $x \neq 0$ កន្សោម $f'(x) = \frac{(x-2)e^x}{x^3}$ មានសញ្ញាដូច $\frac{x-2}{x}$ ។

បើ $f'(x) = \frac{(x-2)e^x}{x^3} = 0$ នោះ $x = 2$ ។

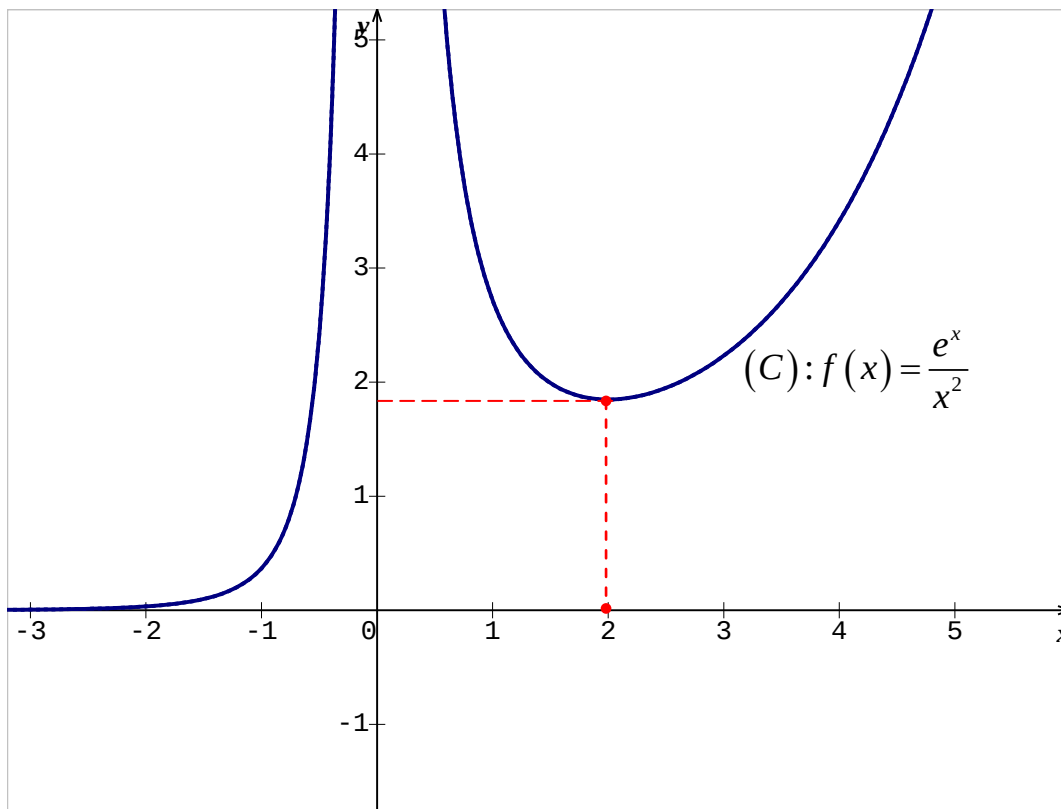
ចំពោះ $x = 2$ នោះ $f(2) = \frac{e^2}{4} = \frac{7.3}{4} = 1.8$ ។

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		- 0 +	+
$f(x)$	0	$+\infty$	$+\infty$ 1.8 $+\infty$	

៣) គណនា $f(-1)$, $f(1)$ និង $f(3)$ រួចសង្កេត (C)

យើងបាន $f(-1) = e^{-1} = 0.4$, $f(1) = e = 2.7$, $f(3) = \frac{e^3}{27} = 0.7$

ដូចនេះ $f(-1) = 0.4$, $f(1) = 2.7$, $f(3) = 0.7$



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី០៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 2 - e^x$ មានក្រាប (C) ។

១. រកលីមីតនៃ $f(x)$ កាលណា $x \rightarrow -\infty$ និង $x \rightarrow +\infty$ ។

២. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង

(C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និង (d) ។

៣. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤. គណនា $f(-2), f(-1), f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយ

អត្ថនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

៥. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃក្នុងខណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) និងអ័ក្ស (ox) និង

បន្ទាត់ឈរ $x = -3$ និង $x = 1$ ។ (គេឲ្យ $e = 2.7, e^{-1} = 0.4, e^{-2} = 0.2$)

ដំណោះស្រាយ

១. រកលីមីតនៃ $f(x)$ កាលណា $x \rightarrow -\infty$ និង $x \rightarrow +\infty$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + 2 - e^x) = -\infty$

និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 2 - e^x) = +\infty$ ។

២. ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x + 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$

យើងមាន $f(x) - y = -e^x$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y] = -\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x) = 0$

ដូចនេះ $(d): y = x + 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និង (d) ៖

យើងមាន $f(x) - y = -e^x < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

ដូចនេះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅពីក្រោមបន្ទាត់(d) ជានិច្ច។

៣. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរតាមនៃ f

យើងមាន $f(x) = x + 2 - e^x$

យើងបាន $f'(x) = 1 - e^x$ ។

បើ $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 1 - e^x < 0 \Leftrightarrow x > 0$

បើ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - e^x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

បើ $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 1 - e^x > 0 \Leftrightarrow x < 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	1	$-\infty$

៤. គណនា $f(-2), f(-1), f(1)$ និង $f(2)$

យើងមាន $f(x) = x + 2 - e^x$

យើងបាន $f(-2) = -2 + 2 - e^{-2} = -0.2$

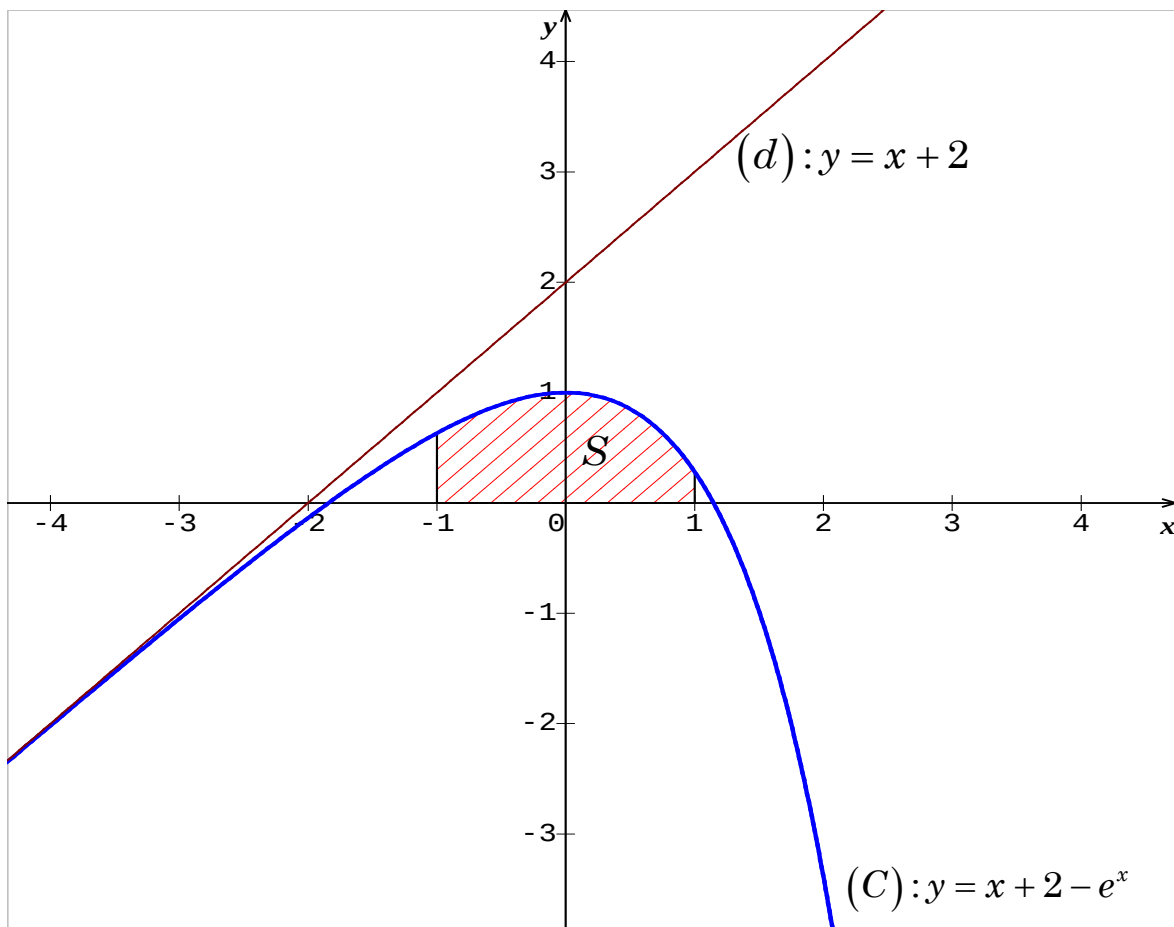
$$f(-1) = -1 + 2 - e^{-1} = 1 - 0.4 = 0.6$$

$$f(1) = 1 + 2 - e = 3 - 2.7 = 0.3$$

$$f(2) = 2 + 2 - e^2 = 4 - 7.3 = -3.3$$

ដូចនេះ $f(-2) = -0.2, f(-1) = 0.6, f(1) = 0.3$ និង $f(2) = -3.3$ ។

សង់ក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$



៥. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃក្នុងខណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) និងអ័ក្ស (ox) នឹងបន្ទាត់ឈរ

$$x = -1 \text{ និង } x = 1 \text{ ៖}$$

$$\begin{aligned} \text{យើងបាន } S &= \int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 (x + 2 - e^x) dx \\ &= \left[\frac{x^2}{2} + 2x - e^x \right]_{-1}^1 = \left(\frac{1}{2} + 2 - e \right) - \left(\frac{1}{2} - 2 - e^{-1} \right) \\ &= \frac{1}{2} + 2 - e - \frac{1}{2} + 2 + e^{-1} = 4 - e - \frac{1}{e} \end{aligned}$$

$$\text{ដូចនេះ } S = 4 - e - \frac{1}{e} \text{ (ឯកតាផ្ទៃ) ។}$$

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី០៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = 2x - 1 + e^{-x}$ ដែល $x \in \mathbb{R}$ មានក្រាប (C) ។

១) រកលីមីត $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត (L) នៃ (C) ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងអាស៊ីមតូតទ្រេត (L) និងខ្សែកោង (C) ។

២) ចូរស្រាយថាអនុគមន៍ f មានតម្លៃអប្បបរមាធៀបត្រង់ $x = \ln 2$ រួចកំណត់តម្លៃអប្បបរមាធៀបនោះ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។ គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7$ ។

៣) រកសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់គល់ $O(0,0)$ រួចរកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ A រវាង (T) និង (L) ។

៤) គណនា $f(-2)$ និង $f(-1)$ រួចទាញថាមាន $\alpha \in [-2, -1]$ ដែល $f(\alpha) = 0$ ។

ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T) និង (L) ។

៥) គណនាផ្ទៃក្រឡា S_λ នៃផ្ទៃក្នុងខណ្ឌដោយក្រាប (C) អាស៊ីមតូតទ្រេត (L) និងបន្ទាត់ឈរ $x = 0$, $x = \lambda$, ($\lambda > 0$) រួចទាញរក $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S_\lambda$ ។

ដំណោះស្រាយ

១) រកលីមីត $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) :$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - 1 + e^{-x}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[e^{-x} \left(\frac{2x}{e^{-x}} - \frac{1}{e^{-x}} + 1 \right) \right] = +\infty$$

$$\text{ព្រោះ: } \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty \text{ និង } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x}{e^{-x}} - \frac{1}{e^{-x}} + 1 \right) = 1 \text{ ។}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - 1 + e^{-x}) = +\infty \quad \text{ព្រោះ: } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0 \text{ ។}$$

កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត (L) នៃ (C) ៖

គេមាន $f(x) = 2x - 1 + e^{-x}$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$ នៅ $(L) : y = 2x - 1$

ជាសមីការនៃអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងអាស៊ីមតូតទ្រេត (L) និងខ្សែកោង (C) ៖

គេមាន $(C) - (L) : f(x) - y = e^{-x} > 0$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើអាស៊ីមតូតទ្រេត (L) ជានិច្ច។

២) ស្រាយថាអនុគមន៍ f មានតម្លៃអប្បបរមាធៀបត្រង់ $x = -\ln 2$

គេមាន $f(x) = 2x - 1 + e^{-x}$ គេបាន $f'(x) = 2 - e^{-x}$

និង $f''(x) = e^{-x}$ ចំពោះ $x = -\ln 2$

គេបាន $\begin{cases} f'(-\ln 2) = 2 - e^{\ln 2} = 2 - 2 = 0 \\ f''(-\ln 2) = e^{\ln 2} = 2 > 0 \end{cases}$

ដូចនេះអនុគមន៍ f មានតម្លៃអប្បបរមាធៀបត្រង់ $x = -\ln 2$ ។

កំណត់តម្លៃអប្បបរមាធៀបនៃ f ៖

ចំពោះ $x = -\ln 2$ គេបាន៖

$f(-\ln 2) = -2\ln 2 - 1 + e^{\ln 2} = -2(0.7) - 1 + 2 = -0.4$

ដូចនេះតម្លៃអប្បបរមាធៀបនៃ f គឺ $f(-\ln 2) = -0.4$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f

x	$-\infty$	$-\ln 2$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-0.4	$+\infty$

៣) រកសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់គល់ $O(0,0)$ ៖

តាមរូបមន្ត $(T): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

ឬ $(T): y = f'(0)(x - 0) + f(0)$ ដោយ $f'(0) = 2 - 1 = 1$, $f(0) = 0$

ដូចនេះ $(T): y = x$ ។

រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ A រវាង (T) និង (L) ៖

កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ A រវាង (T) និង (L) ជាគូចម្លើយនៃប្រពន្ធសមីការ៖

$$\begin{cases} y = x \\ y = 2x - 1 \end{cases} \quad \text{បន្ទាប់ពីដោះស្រាយគេទទួលបាន } x = 1, y = 1 \text{ ។}$$

ដូចនេះ $A(1,1)$ ។

៨) គណនា $f(-2)$ និង $f(-1)$ រួចទាញថាមាន $\alpha \in [-2, -1]$ ដែល $f(\alpha) = 0$

គេមាន $f(x) = 2x - 1 + e^{-x}$ នៅ៖ $f(-2) = -4 - 1 + e^2 = -5 + 7.29 = 2.29$

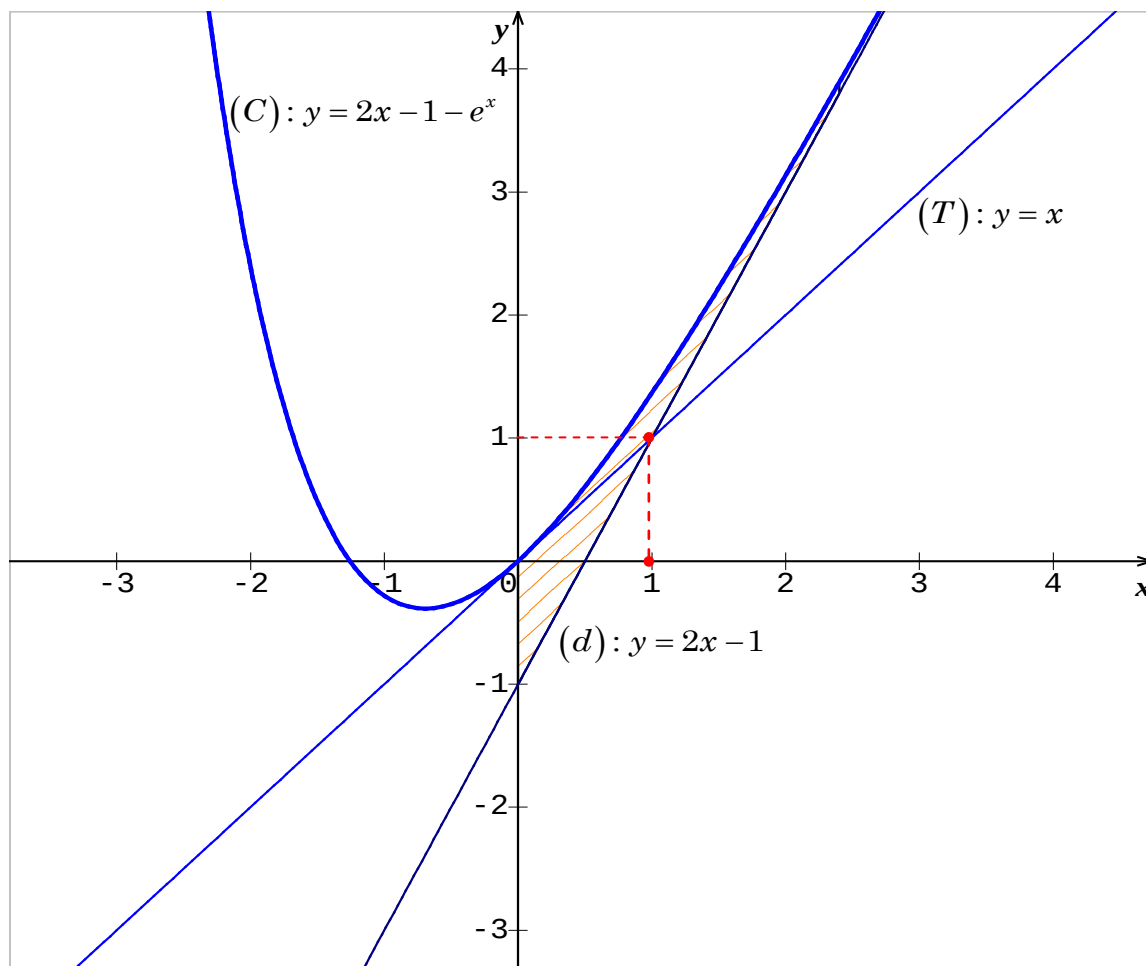
ហើយ $f(-1) = -2 - 1 + e = -3 + 2.7 = -0.3$ ។

ដូចនេះ $f(-2) = 2.29$, $f(-1) = -0.3$ ។

ដោយ $f(-2)f(-1) = (2.29)(-0.3) < 0$ តាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃកណ្តាល

គេទាញបានថាមាន $\alpha \in [-2, -1]$ ដែល $f(\alpha) = 0$ ។

សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T) និង (L) ៖



៨) គណនាផ្ទៃក្រឡា S_λ នៃផ្ទៃក្នុងរវាងខ្សែកោង (C) អាស៊ីមតូតច្រើត (L)

និងបន្ទាត់ឈរ $x = 0$, $x = \lambda$, ($\lambda > 0$) រួចទាញរក $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S_\lambda$ ៖

$$\text{យើងបាន } S_\lambda = \int_0^\lambda \left[(2x - 1 + e^{-x}) - (2x - 1) \right] dx = \int_0^\lambda e^{-x} dx = \left[-e^{-x} \right]_0^\lambda = 1 - e^{-\lambda}$$

ដូចនេះ $S_\lambda = 1 - e^{-\lambda}$ ។ ម្យ៉ាងទៀតកាលណា $\lambda \rightarrow +\infty$ នោះ $e^{-\lambda} \rightarrow 0$

ដូចនេះ $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S_\lambda = 1$ ។

លំហាត់ទី០៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = 2(x+1)^2 e^x$

តាង (C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាក្រាប (C) មានអក្សរ អាបស៊ីសជាអាស៊ីមតូតដេក ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. កំណត់បីចំនួនពិត a, b, c ដោយដឹងថា $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ គឺជាព្រីមីទីវ មួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ។

៤. ចូរសង់ក្រាប (C) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃមណ្ឌលប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប (C) និងអក្សរ អាបស៊ីសនិងបន្ទាត់ $x = -2$, $x = 0$ ។ (គេឲ្យ $e = 2.7$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-3} = 0.05$)

ដំណោះស្រាយ

១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

យើងមាន f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = 2(x+1)^2 e^x$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2(x+1)^2 e^x = +\infty$

និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2(x+1)^2 e^x = 0$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ ។

ទាញបញ្ជាក់ថាក្រាប (C) មានអក្សរអាបស៊ីសជាអាស៊ីមតូតដេក ៖

ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ នោះក្រាប (C) មានអក្សរអាបស៊ីសជាអាស៊ីមតូតដេក។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f

យើងមាន $f(x) = 2(x+1)^2 e^x$

យើងបាន $f'(x) = 4(x+1)e^x + 2(x+1)^2 e^x$

$$= 2(x+1)e^x[2+(x+1)]$$

$$= 2(x+1)(x+3)e^x$$

ដូចនេះ $f'(x) = 2(x+1)(x+3)e^x$ ។

$$\text{បើ } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-3 \end{cases}$$

យើងបាន $f(-3) = \frac{8}{e^3} = 0.4$ និង $f(-1) = 0$

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	0	0.4	0	$+\infty$

៣) កំណត់បីចំនួនពិត a, b, c

ដើម្បីឲ្យ $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ គឺជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$

$$\text{កាលណា } \forall x \in \mathbb{R} : F'(x) = f(x)$$

$$\text{យើងមាន } F'(x) = (2ax + b)e^x + (ax^2 + bx + c)e^x$$

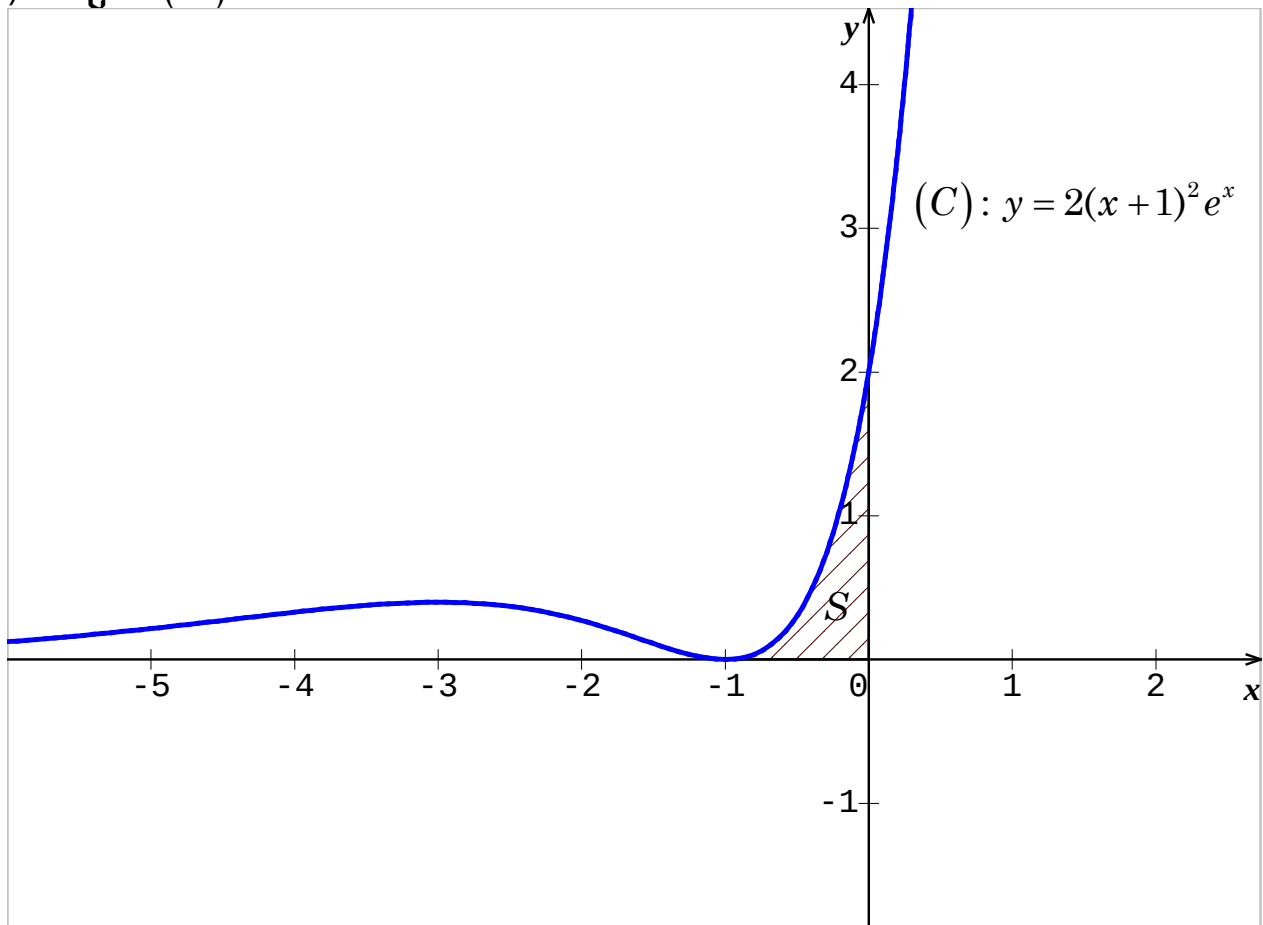
$$= [ax^2 + (2a + b)x + (b + c)]e^x$$

$$\text{យើងបាន } [ax^2 + (2a + b)x + (b + c)]e^x = 2(x^2 + 2x + 1)e^x$$

$$\text{យើងទាញ } \begin{cases} a = 2 \\ 2a + b = 4 \\ b + c = 2 \end{cases} \quad \text{នោះ } a = 2, b = 0, c = 2$$

ដូចនេះ $a = 2, b = 0, c = 2$ ។ ហើយ $F(x) = 2(x^2 + 1)e^x$ ។

៨) សង់ក្រាប (C)



គណនាផ្ទៃក្រឡានៃប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប (C) នឹងអក្សររាបស៊ីសនិងបន្ទាត់ $x = -1$, $x = 0$ ៖

$$\text{យើងបាន } S = \int_{-1}^0 f(x) dx = [F(x)]_{-1}^0 = F(0) - F(-1)$$

$$\text{ដោយ } F(x) = 2(x^2 + 1)e^x \text{ នោះ: } F(0) = 2, F(-1) = \frac{4}{e}$$

$$\text{ដូចនេះ: } S = 2 - \frac{4}{e} = \frac{2(e-2)}{e} \quad (\text{ឯកតាផ្ទៃ})$$

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី០៩

គេឲ្យ f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1}$ មានក្រាប (C) ។

១. ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាង

ខ្សែកោង (C) ជាមួយនឹងបន្ទាត់ $(\Delta): y = x + 2$ ។

២. ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។

ខ) គូសតារាងអប្បបរមាភាពនៃ f ។

៣. ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា កន្សោម $f(x)$ អាចសរសេរ

ជាពីរទម្រង់ $f(x) = x + \frac{4}{e^x + 1}$ និង $f(x) = x + 4 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$ ។

ខ) ទាញបញ្ជាក់ថា ក្រាប (C) មានអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរតាងដោយ (d_1) និង (d_2)

៤. គណនា $f(x) + f(-x)$ រួចទាញថា ចំណុច $I(0, 2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

៥. គណនា $f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) បន្ទាត់ $(\Delta), (d_1), (d_2)$

នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ តែមួយ។

គេយក $e = 2.7, \frac{e-1}{e+1} = 0.5$ និង $\frac{e^2-1}{e^2+1} = 0.8$ ។

ដំណោះស្រាយ

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (C) នឹងបន្ទាត់ (Δ) ៖

យើងមាន $f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1}$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1} \right] = -\infty$ ។

$$\text{និង } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1} \right] = +\infty$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \text{ និង } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\text{ម្យ៉ាងទៀត } \begin{cases} (C): f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1} \\ (\Delta): y = x + 2 \end{cases}$$

$$\text{យើងបាន } (C) - (\Delta): f(x) - y = -\frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1} = \frac{2(1 - e^x)}{e^x + 1}$$

$$\text{ដោយគ្រប់ } x \in \mathbb{R}: e^x + 1 > 0 \text{ នោះ } f(x) - y = \frac{2(1 - e^x)}{e^x + 1}$$

$$\text{បើ } 1 - e^x < 0 \Leftrightarrow x > 0 \text{ នោះ } (C) \text{ ស្ថិតនៅពីក្រោមបន្ទាត់ } (\Delta) \text{ ។}$$

$$\text{បើ } 1 - e^x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ នោះ } (C) \text{ ប្រសព្វបន្ទាត់ } (\Delta) \text{ ត្រង់ចំណុច } I(0, 2)$$

$$\text{បើ } 1 - e^x > 0 \Leftrightarrow x < 0 \text{ នោះ } (C) \text{ ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ } (\Delta) \text{ ។}$$

$$\text{២.ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា } f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2 \text{ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត } x$$

$$\text{យើងមាន } f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1}$$

$$\text{យើងបាន } f'(x) = 1 - \frac{2e^x(e^x + 1) - 2e^x(e^x - 1)}{(e^x + 1)^2} = \frac{(e^x + 1)^2 - 4e^x}{(e^x + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^{2x} + 2e^x + 1 - 4e^x}{(e^x + 1)^2} = \frac{(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2} = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2 \text{ ពិត}$$

$$\text{ដូចនេះ } f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2 \text{ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត } x \text{ ។}$$

ខ) គូសតារាងអថេរតាងនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2 \geq 0$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x នោះ f

ជាអនុគមន៍កើនហើយបើ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x - 1 = 0$ ឬ $x = 0$ ។

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	$+\infty$

៣.ក) ស្រាយបំន្លឹកថាកន្សោម $f(x)$ អាចសរសេរជាពីរទម្រង់៖

$$f(x) = x + \frac{4}{e^x + 1} \quad \text{និង} \quad f(x) = x + 4 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

$$\text{យើងមាន } f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1} = x + \left[2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1} \right] = x + \frac{4}{e^x + 1} \quad \text{ពិត}$$

$$\text{និង } f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{(e^x + 1)} = x + 4 + \left[-\frac{2(e^x - 1)}{(e^x + 1)} - 2 \right] = x + 4 - \frac{4e^x}{e^x + 1} \quad \text{ពិត}$$

ខ) ចាញបញ្ជាក់ថាក្រាប (C) មានអាស៊ីមតូតទ្រូតពីរតាងដោយ (d_1) និង (d_2)

$$\text{យើងមាន } f(x) = x + \frac{4}{e^x + 1} \quad \text{និង} \quad f(x) = x + 4 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

$$\text{ដោយ } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{e^x + 1} = 0 \quad \text{និង} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4e^x}{e^x + 1} = 0$$

នោះបន្ទាត់ $(d_1): y = x$ និង $(d_2): y = x + 4$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត

នៃក្រាប (C) រៀងគ្នាត្រង់ $+\infty$ និង $-\infty$ ។

៨. គណនា $f(x) + f(-x)$ រួចទាញថាចំណុច $I(0, 2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C)

$$\text{យើងមាន } f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1} \quad (1)$$

ជំនួស x ដោយ $-x$ ក្នុង(1) យើងបាន៖

$$f(x) + f(-x) = -x + 2 - \frac{2(e^{-x} - 1)}{e^{-x} + 1} = -x + 2 + \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1} \quad (2)$$

បូកសមីការ(1) & (2) យើងបាន $f(x) + f(-x) = 4$ ។

$$\text{ដូចនេះ } f(x) + f(-x) = 4 \quad \forall$$

តាមរូបមន្ត $f(x) + f(2a - x) = 2b$ នោះគេទាញ $a = 0$, $b = 2$ ។

ដូចនេះ $I(0, 2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

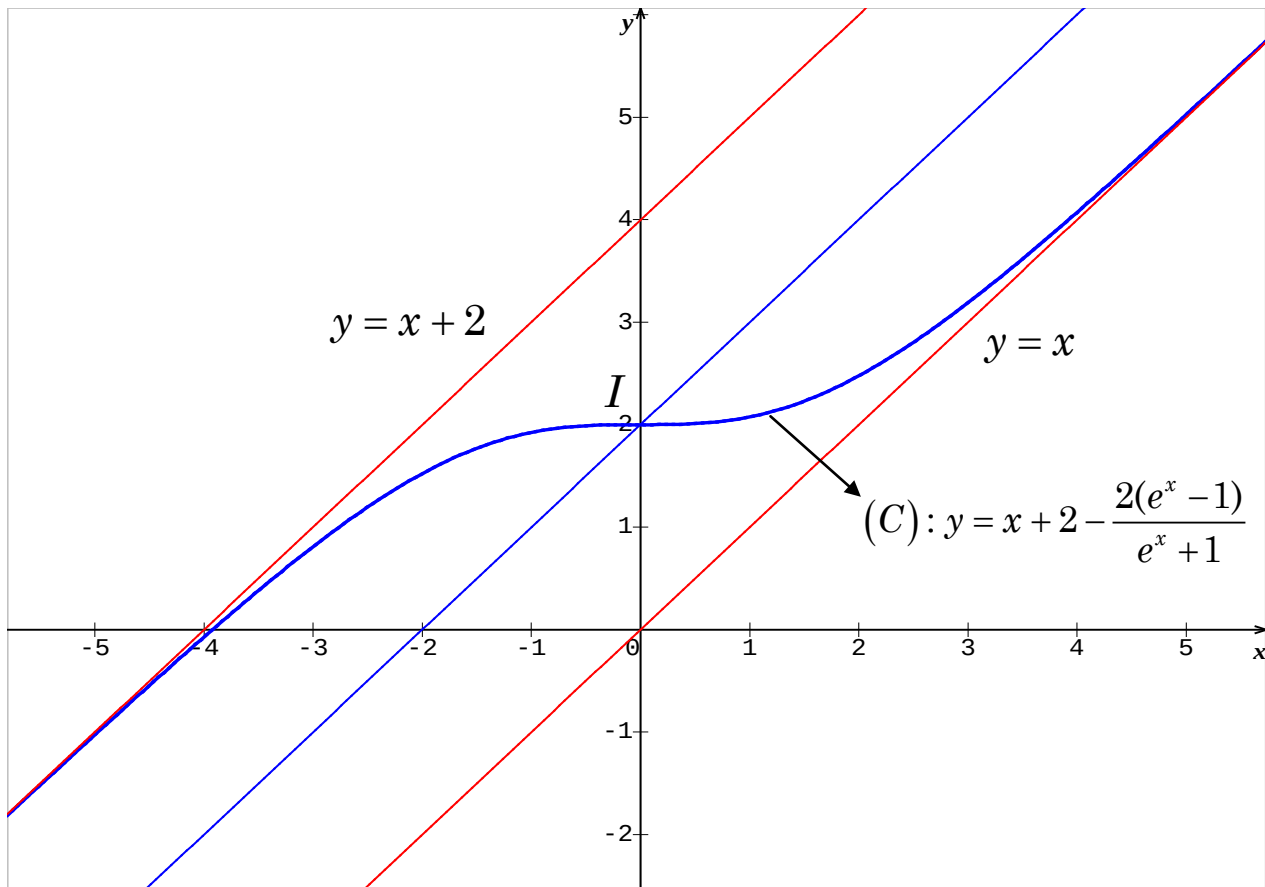
៩. គណនា $f(1)$ និង $f(2)$ និងសង់ក្រាប (C) បន្ទាត់ $(\Delta), (d_1), (d_2)$ ៖

$$\text{យើងមាន } f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1}$$

$$\text{ចំពោះ } x = 1 : f(1) = 1 + 2 - \frac{2(e - 1)}{e + 1} = 3 - 2 \times 0.5 = 2$$

$$\text{ចំពោះ } x = 2 : f(2) = 2 + 2 - \frac{2(e^2 - 1)}{e^2 + 1} = 4 - 2 \times 0.8 = 2.4$$

$$\text{ដូចនេះ } f(1) = 2 \text{ និង } f(2) = 2.4 \quad \forall$$



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី១០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x - \frac{3(e^x - 1)}{e^x + 2}$

តាង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ចូរស្រាយថាអនុគមន៍ f អាចសរសេរជាពីរទម្រង់ដូចខាងក្រោម៖

$$f(x) = x - 3 + \frac{9}{e^x + 2} \quad \text{និង} \quad f(x) = x + \frac{3}{2} - \frac{9e^x}{2(e^x + 2)} \quad \text{គ្រប់ } x \in \mathbb{R}$$

៣. ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតទាំងពីររបស់ខ្សែកោង (C) រួចចូរបញ្ជាក់
ទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយនឹងអាស៊ីមតូតទ្រេតនីមួយៗរបស់វា។

៤. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x - 4)}{(e^x + 2)^2}$ ។

៥. សិក្សាសញ្ញារបស់ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពរបស់អនុគមន៍ f ។

៦. គណនា $f(-2)$ និង $f(3)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់វា។

$$\text{គេយក } \frac{9}{e^{-2} + 2} = 4.2 \quad \text{និង} \quad \frac{9}{e^3 + 2} = 0.41 \quad \text{។}$$

ដំណោះស្រាយ

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\text{យើងមាន } f(x) = x - \frac{3(e^x - 1)}{e^x + 2}$$

$$\text{យើងបាន } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x - \frac{3(e^x - 1)}{e^x + 1} \right] = -\infty \quad \text{ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \quad \text{។}$$

$$\text{ហើយ } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - \frac{3(e^x - 1)}{e^x + 1} \right] = +\infty \quad \text{ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3(e^x - 1)}{e^x + 1} = 3$$

ដូចនេះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ។

២. ស្រាយថាអនុគមន៍ f អាចសរសេរជាពីរទម្រង់ដូចខាងក្រោម៖

$$f(x) = x - 3 + \frac{9}{e^x + 2} \quad \text{និង} \quad f(x) = x + \frac{3}{2} - \frac{9e^x}{2(e^x + 2)} \quad \text{គ្រប់ } x \in \mathbb{R}$$

យើងមាន $f(x) = x - \frac{3(e^x - 1)}{e^x + 2} = x - \frac{3(e^x + 2) - 9}{e^x + 2} = x - 3 + \frac{9}{e^x + 2}$ ពិត

ហើយ $f(x) = x - \frac{3(e^x - 1)}{e^x + 2} = x + \frac{3}{2} - \left[\frac{3(e^x - 1)}{e^x + 2} + \frac{3}{2} \right] = x + \frac{3}{2} - \frac{9e^x}{2(e^x + 2)}$

ដូចនេះ $f(x) = x - 3 + \frac{9}{e^x + 2}$ និង $f(x) = x + \frac{3}{2} - \frac{9e^x}{2(e^x + 2)}$ ពិត ។

៣. ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃពីរបស់ខ្សែកោង (C)

យើងមាន $f(x) = x - 3 + \frac{9}{e^x + 2}$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9}{e^x + 2} = 0$ នោះបន្ទាត់មាន

សមីការ $y = x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ខាង $+\infty$ ។

ហើយ $f(x) = x + \frac{3}{2} - \frac{9e^x}{2(e^x + 2)}$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9e^x}{2(e^x + 2)} = 0$ នោះបន្ទាត់

មានសមីការ $y = x + \frac{3}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ខាង $-\infty$ ។

បញ្ជាក់ ទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយនឹងអាស៊ីមតូតទ្រេត៖

យើងមាន $f(x) - (x - 3) = \frac{9}{e^x + 2} > 0$ ជានិច្ចនោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅ

ខាងលើនៃខ្សែកោង (C) ។

ម្យ៉ាងទៀត $f(x) - (x + \frac{3}{2}) = -\frac{9e^x}{2(e^x + 2)} < 0$ ជានិច្ចនោះខ្សែកោង (C) ស្ថិត

នៅខាងក្រោមនៃខ្សែកោង (C) ។

៤. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x - 4)}{(e^x + 2)^2}$

យើងមាន $f(x) = x - 3 + \frac{9}{e^x + 2}$

យើងបាន $f'(x) = 1 - \frac{9(e^x + 2)'}{(e^x + 2)^2} = \frac{(e^x + 2)^2 - 9e^x}{(e^x + 2)^2} = \frac{e^{2x} - 5e^x + 4}{(e^x + 2)^2}$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x - 4)}{(e^x + 2)^2}$ ពិតៗ

៥. សិក្សាសញ្ញារបស់ $f'(x)$ ៖

យើងមាន $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x - 4)}{(e^x + 2)^2}$ ដោយ $(e^x + 2)^2 > 0$ ជានិច្ចនោះ $f'(x)$

មានសញ្ញាដូចភាគយក $(e^x - 1)(e^x - 4)$ ។

បើ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (e^x - 1)(e^x - 4) = 0$ នោះ $x = 0$, $x = \ln 4 = 2\ln 2$ ។

គេបានតារាងសញ្ញានៃ $f'(x)$ ដូចខាងក្រោម៖

x	$-\infty$	0	$2\ln 2$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+

គូសតារាងអថេរតាមរបស់អនុគមន៍ f ៖

គេមាន $f(0) = 0$ និង $f(2\ln 2) = 2\ln 2 - 3 + \frac{9}{4 + 2} = -0.11$ ។

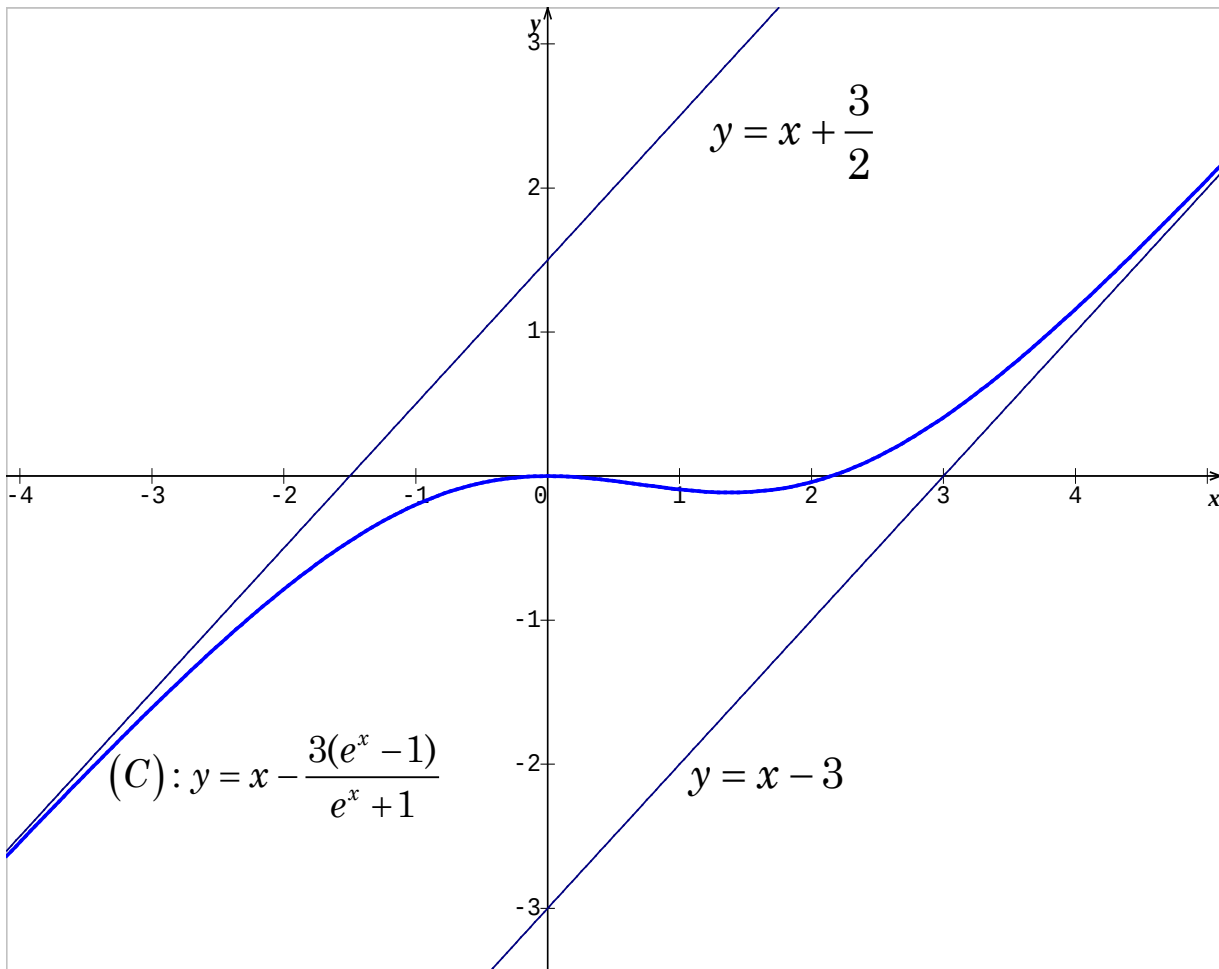
x	$-\infty$	0	$2\ln 2$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	0	-0.11	$+\infty$

៦.គណនា $f(-2)$ និង $f(3)$ រួចសង់ក្រាប (C) នឹងអាស៊ីមតូតទ្រូតរបស់វា

ដោយគេមាន $\frac{9}{e^{-2}+2} = 4.2$ និង $\frac{9}{e^3+2} = 0.41$

គេបាន $f(-2) = -2 - 3 + \frac{9}{e^{-2}+2} = -5 + 4.2 = -0.8$ ។

និង $f(3) = 3 - 3 + \frac{9}{e^3+2} = 0.41$ ។



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី១១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = -x + 2 + \frac{3(e^x - 1)}{2e^x + 1}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្តនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = -x + \frac{7}{2} - \frac{9}{2(2e^x + 1)}$

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y = -x + \frac{7}{2}$ ជាអាស៊ីមតូត

ទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = -x - 1 + \frac{9e^x}{2e^x + 1}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = -x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

នៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_2) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = -\frac{4e^{2x} - 5e^x + 1}{(2e^x + 1)^2}$ ។

៤. សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x) = 4e^{2x} - 5e^x + 1$ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x) = -x + \frac{7}{2} - \frac{9}{2(2e^x + 1)}$

$$\begin{aligned} \text{គេមាន } f(x) &= -x + 2 + \frac{3(e^x - 1)}{2e^x + 1} = -x + \frac{7}{2} + \left[\frac{3(e^x - 1)}{2e^x + 1} - \frac{3}{2} \right] \\ &= -x + \frac{7}{2} + \frac{6e^x - 6 - 6e^x - 3}{2(2e^x + 1)} = -x + \frac{7}{2} - \frac{9}{2(2e^x + 1)} \end{aligned}$$

ដូចនេះ $f(x) = -x + \frac{7}{2} - \frac{9}{2(2e^x + 1)}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) :$

យើងមាន $f(x) = -x + \frac{7}{2} - \frac{9}{2(2e^x + 1)}$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-x + \frac{7}{2} - \frac{9}{2(2e^x + 1)} \right] = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1) : y = -x + \frac{7}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប $(C) :$

យើងមាន $f(x) - y_{d_1} = -\frac{9}{2(2e^x + 1)}$ ។

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_{d_1}] = -\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9}{2(2e^x + 1)} = 0$ នោះបន្ទាត់ $(d_1) : y = -x + \frac{7}{2}$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង $(d_1) :$

យើងមាន $f(x) - y_{d_1} = -\frac{9}{2(2e^x + 1)} < 0$ ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅពីខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_1) ជានិច្ច។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x) = -x - 1 + \frac{9e^x}{2e^x + 1} :$

យើងមាន $f(x) = -x + 2 + \frac{3(e^x - 1)}{2e^x + 1} = -x - 1 + \left[\frac{3(e^x - 1)}{2e^x + 1} + 3 \right]$

$$= -x - 1 + \frac{3e^x - 3 + 6e^x + 3}{2e^x + 1} = -x - 1 + \frac{9e^x}{2e^x + 1}$$

ដូចនេះ $f(x) = -x - 1 + \frac{9e^x}{2e^x + 1}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) :$

យើងមាន $f(x) = -x - 1 + \frac{9e^x}{2e^x + 1}$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-x - 1 + \frac{9e^x}{2e^x + 1} \right] = +\infty$

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = -x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង៖

មាន $f(x) - y_{d_2} = \frac{9e^x}{2e^x + 1}$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y_{d_2}] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9e^x}{2e^x + 1} = 0$

ដូចនេះ $(d_2): y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_2) ៖

ដោយ $f(x) - y_{d_2} = \frac{9e^x}{2e^x + 1} > 0$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d_2) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = -\frac{4e^{2x} - 5e^x + 1}{(2e^x + 1)^2}$

យើងមាន $f(x) = -x + \frac{7}{2} - \frac{9}{2(2e^x + 1)}$

យើងបាន $f'(x) = -1 + \frac{9e^x}{(2e^x + 1)^2} = \frac{9e^x - (2e^x + 1)^2}{(2e^x + 1)^2}$
 $= \frac{9e^x - 4e^{2x} - 4e^x - 1}{(2e^x + 1)^2} = -\frac{4e^{2x} - 5e^x + 1}{(2e^x + 1)^2}$

ដូចនេះ $f'(x) = -\frac{4e^{2x} - 5e^x + 1}{(2e^x + 1)^2}$ ។

៤. សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x) = -4e^{2x} + 5e^x - 1$ សង់តារាងអថេរតាមនៃ f ៖

យើងមាន $g(x) = -4e^{2x} + 5e^x - 1 = -(e^x - 1)(4e^x - 1)$

បើ $g(x) = 0$ នោះគេទាញបាន $x_1 = 0$, $x_2 = -\ln 4$ ។

x	$-\infty$	$-\ln 4$	0	$+\infty$	
$g(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

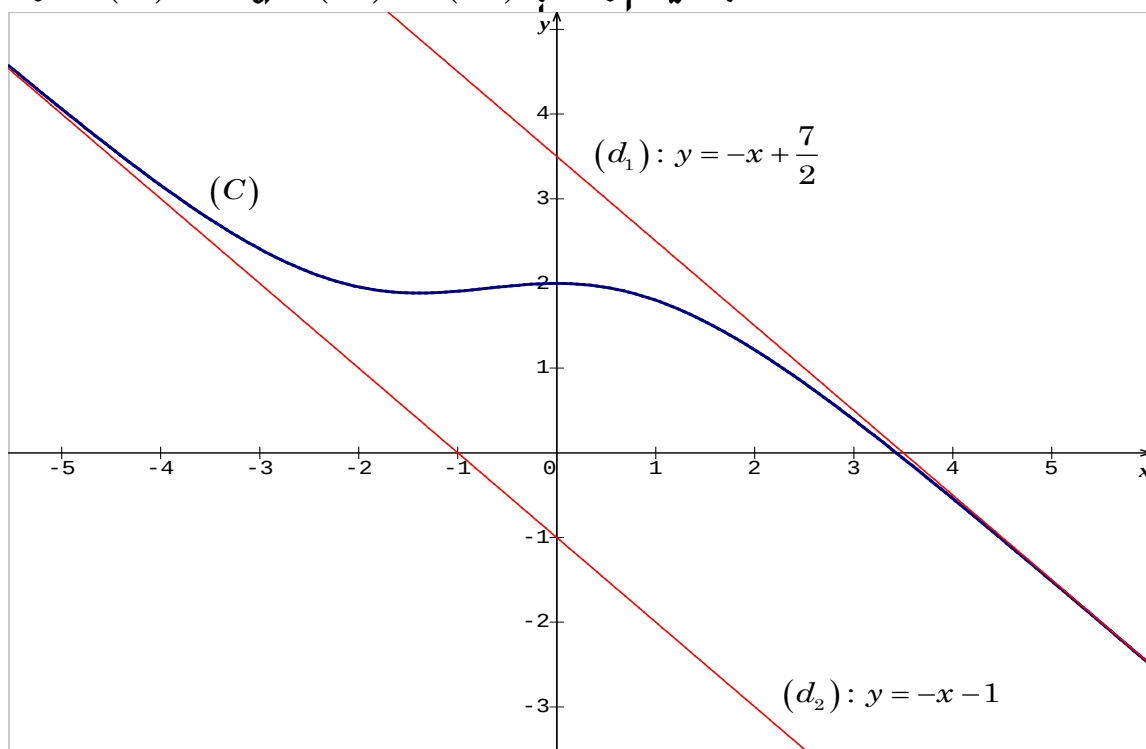
សង់តារាងអថេរតាមនៃ f ៖

x	$-\infty$	$-\ln 4$	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	1.89	2	$-\infty$	

ចំពោះ $x = 0$ នោះ $f(0) = 2$

ចំពោះ $x = -\ln 4$ នោះ $f(-\ln 4) = \frac{1}{2} + 2\ln 2 = 1.89$ ។

៥. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



លំហាត់ទី១២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = -2x + 1 + \frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 1}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = -2x - 2 + \frac{4e^{2x}}{e^{2x} + 1}$

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y = -2x - 2$ ជាអាស៊ីមតូត

ទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = -2x + 2 - \frac{4}{e^{2x} + 1}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = -2x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

នៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_2) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = -2 \left(\frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} \right)^2$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x) = -2x - 2 + \frac{4e^{2x}}{e^{2x} + 1}$

យើងមាន $f(x) = -2x + 1 + \frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 1}$

យើងបាន $f(x) = -2x - 2 + \left(3 + \frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 1} \right)$

$$= -2x - 2 + \frac{3e^{2x} + 3 + e^{2x} - 3}{e^{2x} + 1} = -2x - 2 + \frac{4e^{2x}}{e^{2x} + 1}$$

ដូចនេះ $f(x) = -2x - 2 + \frac{4e^{2x}}{e^{2x} + 1}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) :$

យើងមាន $f(x) = -2x - 2 + \frac{4e^{2x}}{e^{2x} + 1}$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-2x - 2 + \frac{4e^{2x}}{e^{2x} + 1} \right] = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} = 0$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1) : y = -2x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប $(C) :$

យើងមាន $f(x) - y_{d_1} = \frac{4e^{2x}}{e^{2x} + 1}$

នោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y_{d_1}] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4e^{2x}}{e^{2x} + 1} = 0$ ។

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_1) : y = -2x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ។

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង $(d_1) :$

យើងមាន $f(x) - y_{d_1} = \frac{4e^{2x}}{e^{2x} + 1} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d_1) ជានិច្ច ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x) = -2x + 2 + \frac{4}{e^{2x} + 1} :$

យើងមាន $f(x) = -2x + 1 + \frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 1}$

យើងបាន $f(x) = -2x + 2 + (-1 + \frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 1})$
 $= -2x + 2 + \frac{-e^{2x} - 1 + e^{2x} - 3}{e^{2x} + 1}$
 $= -2x + 2 - \frac{4}{e^{2x} + 1}$

ដូចនេះ $f(x) = -2x + 2 - \frac{4}{e^{2x} + 1}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-2x + 2 - \frac{4}{e^{2x} + 1} \right) = -\infty$ ។

ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{e^{2x} + 1} = 0$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = -2x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) - y_{d_2} = -\frac{4}{e^{2x} + 1}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_{d_2}] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4}{e^{2x} + 1} = 0$ នោះបន្ទាត់ $(d_2): y = -2x + 2$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ។

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_2) ៖

យើងមាន $f(x) - y_{d_2} = \frac{-4}{e^{2x} + 1} < 0$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅក្រោម

បន្ទាត់ (d_2) ជានិច្ច។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = -2 \left(\frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} \right)^2$ ៖

យើងបាន
$$\begin{aligned} f'(x) &= -2 + \frac{8e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2} = \frac{-2(e^{2x} + 1)^2 + 8e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2} \\ &= -\frac{2(e^{4x} + 2e^{2x} + 1 - 4e^{2x})}{(e^{2x} + 1)^2} \\ &= -\frac{2(e^{4x} - 2e^{2x} + 1)}{(e^{2x} + 1)^2} = -\frac{2(e^{2x} - 1)^2}{(e^{2x} + 1)^2} \end{aligned}$$

ដូចនេះ $f'(x) = -2 \left(\frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} \right)^2$ ។

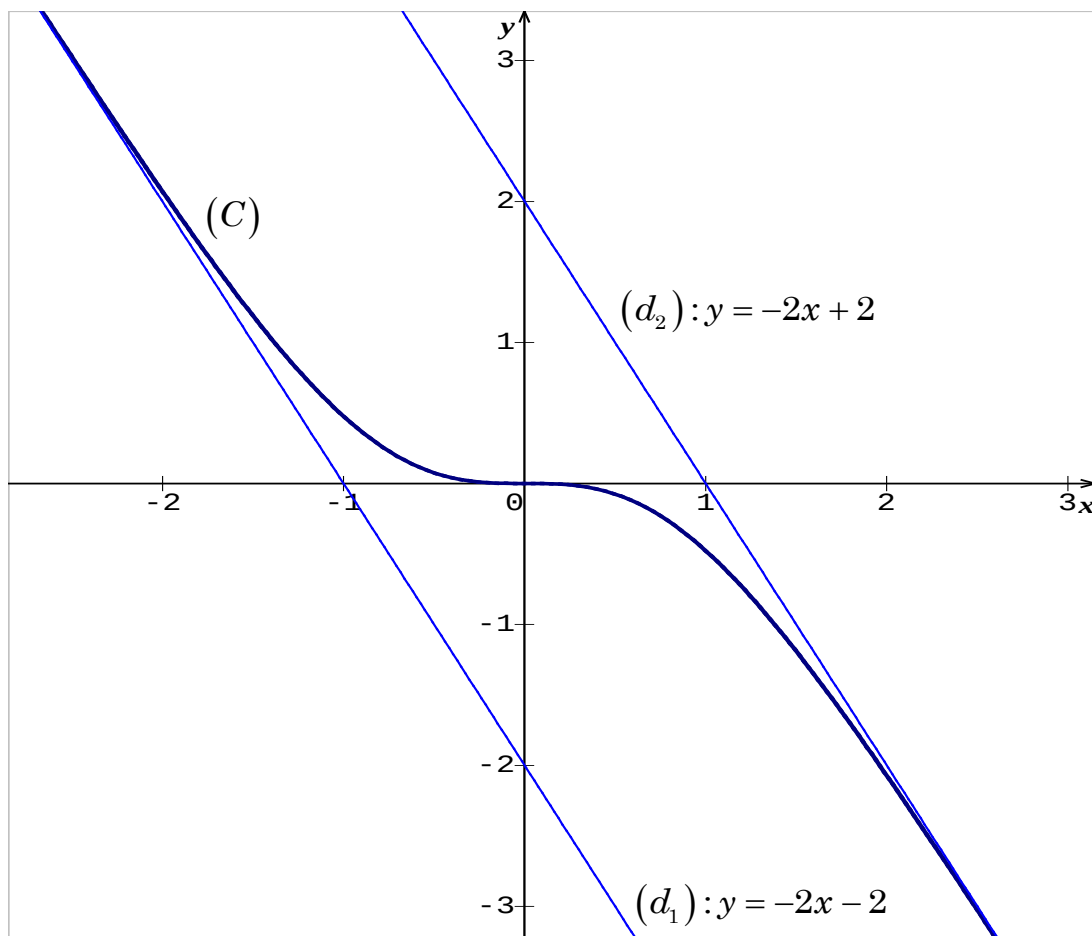
សង្ខេបអថេរតាងនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x) = -2 \left(\frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} \right)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ នោះ f ជាអនុគមន៍ចុះលើ $\mathbb{R}$ ។

បើ $f'(x) = -2 \left(\frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} \right)^2 = 0$ សមមូល $e^{2x} - 1 = 0$ ឬ $e^{2x} = 1$ នោះ $x = 0$ ។

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	—	0	—
$f(x)$	$+\infty$	0	$-\infty$

៤. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



លំហាត់ទី១៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 3}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = x + 3 - \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 3}$

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x + 3$ ជាអាស៊ីមតូត

ទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = x + 1 + \frac{6}{e^{2x} + 3}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

នៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_2) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \left(\frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 3} \right)^2$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x) = x + 3 - \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 3}$

យើងមាន $f(x) = x + 2 - \frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 3}$

យើងបាន $f(x) = x + 3 - \left(1 + \frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 3} \right)$

$$= x + 3 - \frac{e^{2x} + 3 + e^{2x} - 3}{e^{2x} + 3} = x + 3 - \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 3}$$

ដូចនេះ $f(x) = x + 3 - \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 3}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) :$

យើងមាន $f(x) = x + 3 - \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 3}$ ។

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x + 3 - \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 3} \right) = -\infty$ ។ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} = 0$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1) : y = x + 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប $(C) :$

យើងមាន $f(x) - y_{d_1} = -\frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 3}$

នោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y_{d_1}] = -\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 3} = 0$ ។

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_1) : y = x + 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ។

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង $(d_1) :$

យើងមាន $f(x) - y_{d_1} = -\frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 3} < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_1) ជានិច្ច ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x) = x + 1 + \frac{6}{e^{2x} + 3} :$

យើងមានយើងមាន $f(x) = x + 2 - \frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 3}$

$$\begin{aligned} \text{យើងបាន } f(x) &= x + 1 + \left(1 - \frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 3} \right) \\ &= x + 1 + \frac{e^{2x} + 3 - e^{2x} + 3}{e^{2x} + 3} \\ &= x + 1 + \frac{6}{e^{2x} + 3} \end{aligned}$$

ដូចនេះ $f(x) = x + 1 + \frac{6}{e^{2x} + 3}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

យើងមាន $f(x) = x + 1 + \frac{6}{e^{2x} + 3}$ ។

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 1 + \frac{6}{e^{2x} + 3} \right) = +\infty$ ។ ។

ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{e^{2x} + 3} = 0$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) - y_{d_2} = \frac{6}{e^{2x} + 3}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_{d_2}] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{e^{2x} + 3} = 0$ នោះបន្ទាត់ $(d_2): y = x + 1$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ។

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_2) ៖

យើងមាន $f(x) - y_{d_2} = \frac{6}{e^{2x} + 3} > 0$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅលើ

បន្ទាត់ (d_2) ជានិច្ច។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \left(\frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 3} \right)^2$ ៖

យើងបាន
$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 - \frac{12e^{2x}}{(e^{2x} + 3)^2} = \frac{(e^{2x} + 3)^2 - 12e^{2x}}{(e^{2x} + 3)^2} \\ &= \frac{(e^{4x} + 6e^{2x} + 9 - 12e^{2x})}{(e^{2x} + 3)^2} \\ &= \frac{(e^{4x} - 6e^{2x} + 9)}{(e^{2x} + 3)^2} = \frac{(e^{2x} - 3)^2}{(e^{2x} + 3)^2} \end{aligned}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \left(\frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 3} \right)^2$ ។

សង់តារាងអថេរតាមនៃ f ៖

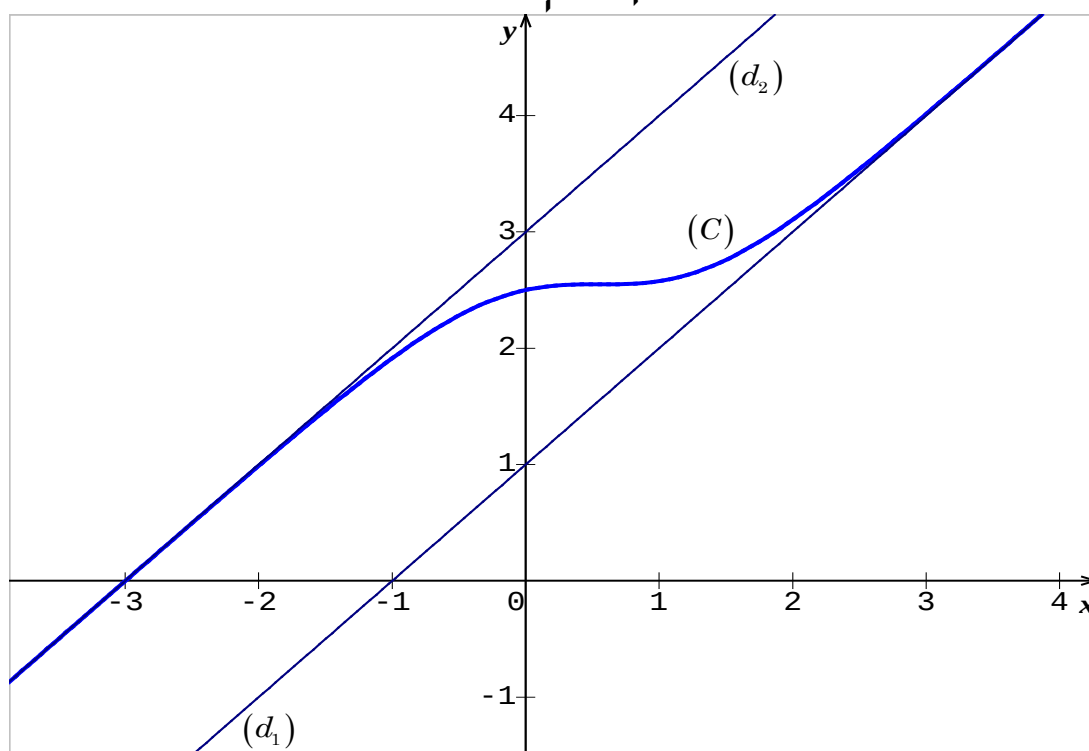
យើងមាន $f'(x) = \left(\frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 3} \right)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ នោះ f ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R}$ ។

បើ $f'(x) = \left(\frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 3} \right)^2 = 0$ សមមូល $e^{2x} - 3 = 0$ ឬ $e^{2x} = 3$

នោះ $x = \frac{\ln 3}{2} = 0.55$ ហើយ $f\left(\frac{\ln 3}{2}\right) = f(0.55) = -0.45$

x	$-\infty$	0.55	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	$-\infty$	-0.45	$+\infty$

៤. សង់ក្រាប (C) និងបង្គាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



លំហាត់ទី១៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 1} - 1$

តាង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីម

តូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(x-1)^2 e^x}{(x^2 + 1)^2}$ ។

បញ្ជាក់សញ្ញារបស់ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពរបស់អនុគមន៍ f ។

៣. រកសមីការបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) រៀងគ្នាត្រង់

ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x = 0$ និង $x = 1$ ។

៤. គណនា $f(-1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ។

គេយក $\frac{e^{-1}}{2} = 0.19$ និង $\frac{e^2}{5} = 1.46$ ។

ដំណោះស្រាយ

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

យើងមាន $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 1} - 1$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{e^x}{x^2 + 1} - 1 \right] = -1$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ ។

ហើយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{e^x}{x^2 + 1} - 1 \right] = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2 + 1} = +\infty$

ដូចនេះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(x-1)^2 e^x}{(x^2 + 1)^2}$

យើងមាន $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 1} - 1$

យើងបាន $f'(x) = \frac{(e^x)'(x^2 + 1) - (x^2 + 1)'e^x}{(x^2 + 1)^2}$

$$= \frac{e^x(x^2 + 1) - 2xe^x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{(x^2 - 2x + 1)e^x}{(x^2 + 1)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{(x-1)^2 e^x}{(x^2 + 1)^2}$ ។

បញ្ជាក់សញ្ញារបស់ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរតាមរបស់អនុគមន៍ f ៖

យើងមាន $\forall x \in \mathbb{R} : f'(x) = \frac{(x-1)^2 e^x}{(x^2 + 1)^2} \geq 0$ នោះ f ជាអនុគមន៍កើន។

បើ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0$ នោះ $x = 1$ ។

ចំពោះ $x = 1 : f(1) = \frac{e}{2} - 1 = 0.35$ ។

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$
$f(x)$	-1	0.35	$+\infty$

៣. រកសមីការបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) រៀងគ្នាត្រង់

ចំណុចមានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x = 0$ និង $x = 1$ ៖

គេមាន $f(0) = 1 - 1 = 0$ និង $f(1) = 0.35$

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C)

រៀងគ្នាត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x = 0$ និង $x = 1$ គឺ

$$f'(0) = \frac{(0-1)^2 e^0}{(0+1)^2} = 1 \quad \text{និង} \quad f'(1) = \frac{(1-1)e^1}{(1+1)^2} = 0$$

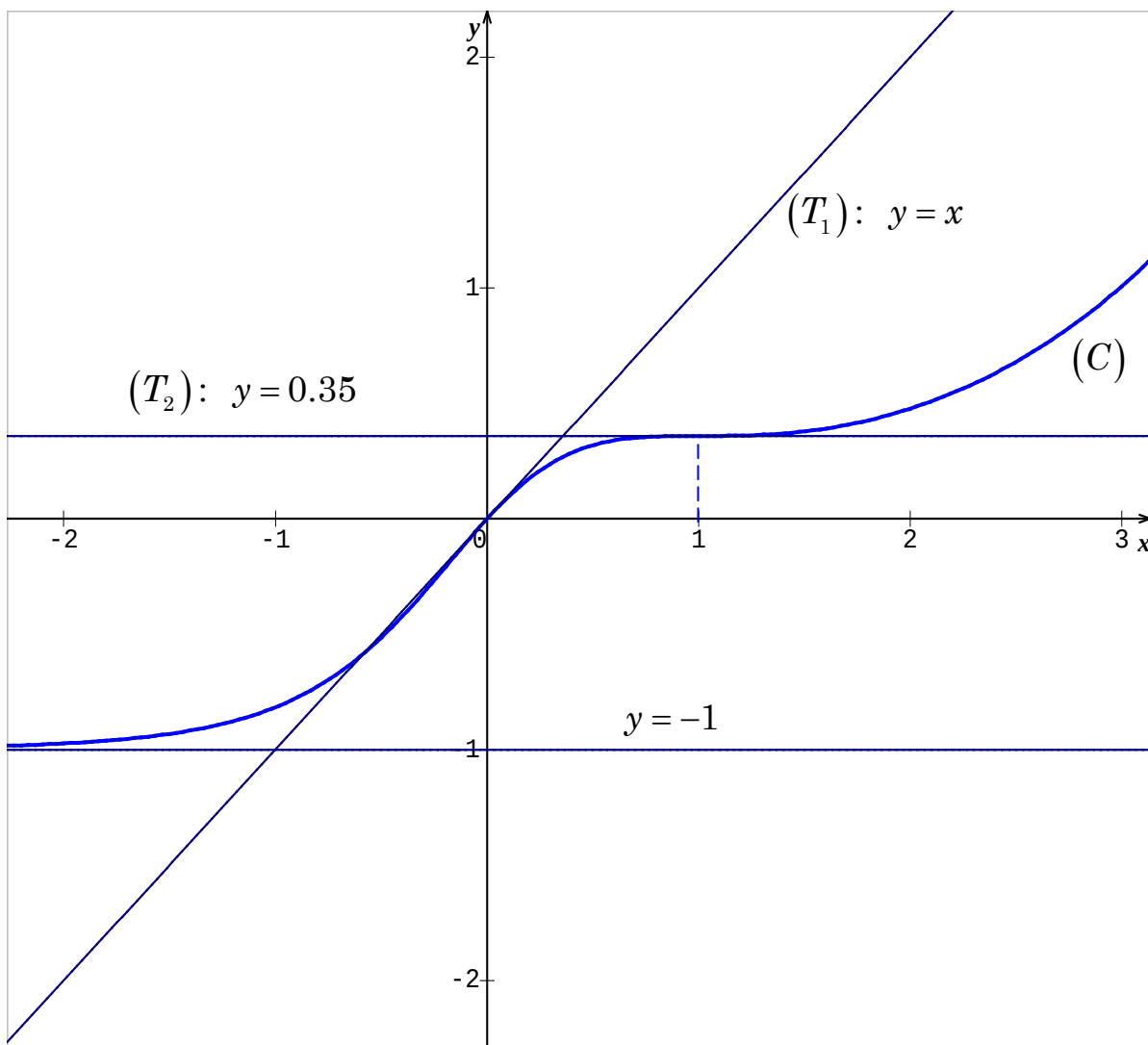
ដូចនេះ $(T_1): y = x$ និង $(T_2): y = 0.35$ ។

៨.គណនា $f(-1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2)

$$\text{គេមាន } \frac{e^{-1}}{2} = 0.19 \quad \text{និង} \quad \frac{e^2}{5} = 1.46$$

$$\text{គេបាន } f(-1) = \frac{e^{-1}}{2} - 1 = 0.19 - 1 = -0.81 \quad \text{។}$$

$$\text{និង } f(2) = \frac{e^2}{5} - 1 = 1.46 - 1 = 0.46 \quad \text{។}$$



លំហាត់ទី១៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{e^x - 1}{x}$ ដែល $x \in \mathbb{R}^*$

តាង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ។

២. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): y = x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}^*$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(x-1)(x+1-e^x)}{x^2}$ ។

៣. គេដឹងថា $e^x \geq x+1$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។ ចូរបញ្ជាក់សញ្ញារបស់ $f'(x)$ ។
គូសតារាងអប្បបរមារបស់អនុគមន៍ f ។

៤. គណនា $f(-2), f(-1), f(2)$ និង $f(3)$ រួចទាញថាសមីការ $f(x)$ មានឫសពីរ α និង β ដែល $-2 < \alpha < -1$ និង $2 < \beta < 3$ ។

៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d) ។

គេយក $\frac{e^{-2}-1}{2} = -0.43$, $e^{-1} = 0.37$, $\frac{e^2-1}{2} = 3.15$ និង $\frac{e^3-1}{3} = 6.23$

ដំណោះស្រាយ

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x + 2 - \frac{e^x - 1}{x} \right) = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - 1}{x} = 0$ ។

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 2 - \frac{e^x - 1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x \left(1 + \frac{2}{x} - \frac{e^x}{x^2} + \frac{1}{x^2} \right) \right] = -\infty$

ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} = +\infty$ ។

និង $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(x + 2 - \frac{e^x - 1}{x} \right) = 2 - 1 = 1$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ ។

២.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): y = x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រូតនៃខ្សែកោង (C) ខាង $-\infty$

យើងមាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 2)] = - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - 1}{x} = 0$

ដូចនេះ $(d): y = x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រូតនៃខ្សែកោង (C) ខាង $-\infty$ ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(x-1)(x+1-e^x)}{x^2}$

យើងមាន $f(x) = x + 2 - \frac{e^x - 1}{x}$

យើងបាន $f'(x) = 1 - \frac{x e^x - (e^x - 1)}{x^2} = \frac{x^2 - 1 - (x-1)e^x}{x^2}$
 $= \frac{(x-1)(x+1) - (x-1)e^x}{x^2} = \frac{(x-1)(x+1-e^x)}{x^2}$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{(x-1)(x+1-e^x)}{x^2}$ ។

៣.បញ្ជាក់សញ្ញារបស់ $f'(x)$

ដោយគេដឹងថា $e^x \geq x + 1$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ (សម្មតិកម្ម) នោះ $f'(x)$ ត្រូវយក

សញ្ញាដូច $-(x-1)$ ព្រោះ $e^x \geq x + 1$ នោះ $x + 1 - e^x \leq 0$ ។

បើ $f'(x) = 0$ នោះ $x - 1 = 0$ ឬ $x = 1$ និង $f(1) = 3 - e + 1 = 1.3$ ។

គូសតារាងអថេរភាពរបស់អនុគមន៍ f ៖

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+ 0 -	
$f(x)$	$-\infty$	1	1.13	$-\infty$

៨. គណនា $f(-2), f(-1), f(2)$ និង $f(3)$ រួចទាញថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឫស

ពីរ α និង β ដែល $-2 < \alpha < -1$ និង $2 < \beta < 3$ ៖

$$\text{ដោយ } \frac{e^{-2}-1}{2} = -0.43, e^{-1} = 0.37, \frac{e^2-1}{2} = 3.15 \text{ និង } \frac{e^3-1}{3} = 6.23$$

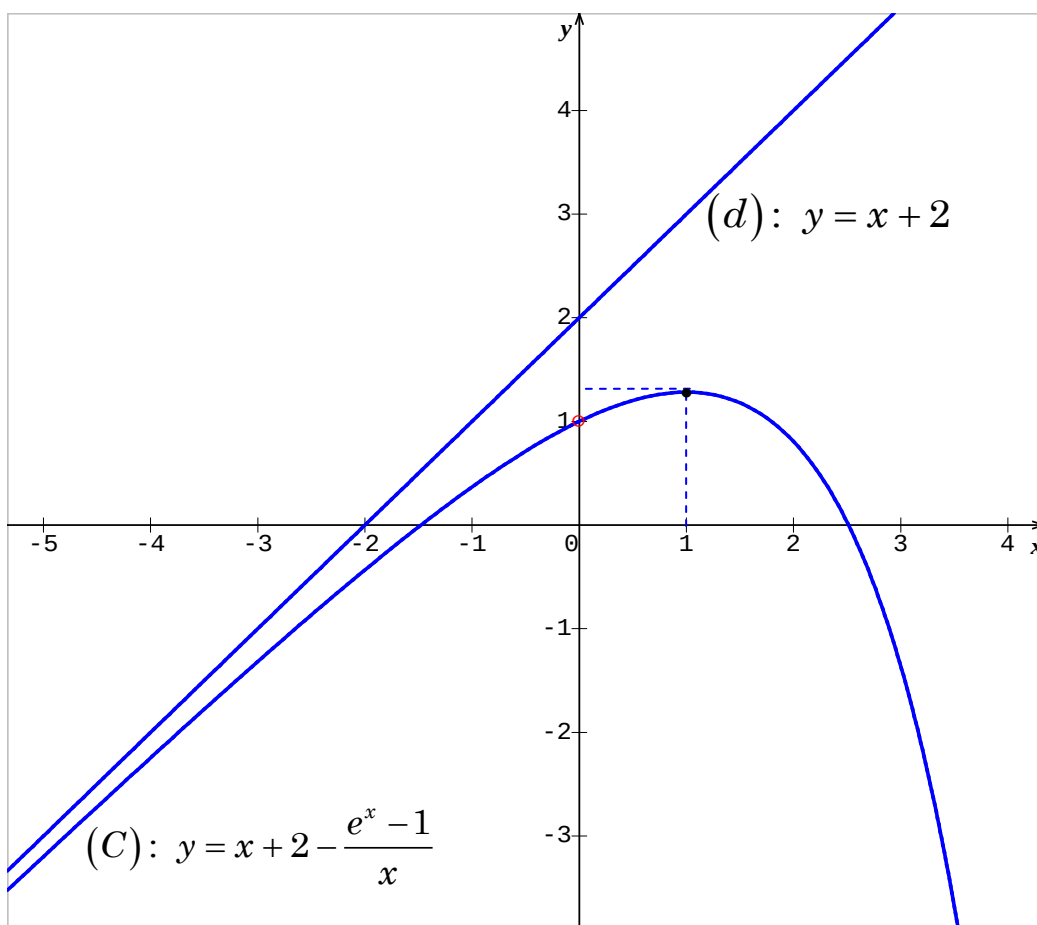
$$\text{យើងបាន } f(-2) = -2 + 2 - \frac{e^{-1}-1}{-2} = -0.43, f(-1) = -1 + 2 + e^{-1} - 1 = 0.37$$

$$f(2) = 2 + 2 - \frac{e^2-1}{2} = 4 - 3.15 = 0.85, f(3) = 3 + 2 - \frac{e^3-1}{3} = 5 - 6.23 = -1.23$$

$$\text{ដោយ } f(-2)f(-1) = (-0.43)(0.37) < 0 \text{ និង } f(2)f(3) = (0.85)(-1.23) < 0$$

នោះតាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃកណ្តាលមាន α និង β ដែល $-2 < \alpha < -1$ និង $2 < \beta < 3$ ដែល $f(\alpha) = 0$ និង $f(\beta) = 0$ ។

៩. សង់ក្រាប(C) និងបន្ទាត់(d)



លំហាត់ទី១៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x - 3 - \frac{x-2}{e^x + 1}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f(x) = -1 + (x-2) \frac{e^x}{e^x + 1}$ រួចទាញថា

បន្ទាត់ $(d_1): y = -1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់ (d_1) ។

២.ក) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់ (d_2) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$

ដែល $g(x) = e^x + x - 1$ ។

៤.ក) គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

ខ) គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

៥.ដោយប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៦.គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប(C) បន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

គេយក $e = 2.72$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.ក) ស្រាយថា $f(x) = -1 + (x-2) \frac{e^x}{e^x + 1}$

យើងមាន $f(x) = x - 3 - \frac{x-2}{e^x + 1} = -1 + \left[(x-2) - \frac{x-2}{e^x + 1} \right]$

$$= -1 + (x-2)\left(1 - \frac{1}{e^x + 1}\right) = -1 + (x-2)\frac{e^x}{e^x + 1}$$

$$\text{ដូចនេះ } f(x) = -1 + (x-2)\frac{e^x}{e^x + 1} \quad \forall$$

តាងបន្ទាត់ $(d_1): y = -1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$

$$\text{មាន } f(x) = -1 + (x-2)\frac{e^x}{e^x + 1} \text{ ដោយ } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[(x-2)\frac{e^x}{e^x + 1} \right] = 0$$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_1): y = -1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ) សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1)

$$\text{គេមាន } (C) - (d_1): f(x) - y_{d_1} = (x-2)\frac{e^x}{e^x + 1} \text{ ដោយ } \forall x \in \mathbb{R}: \frac{e^x}{e^x + 1} > 0$$

$$\text{នោះ } f(x) - y_{d_1} = (x-2)\frac{e^x}{e^x + 1} \text{ មានសញ្ញាដូច } (x-2) \quad \forall$$

បើ $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅពីក្រោមបន្ទាត់ (d_1) ។

បើ $x-2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ នោះខ្សែកោង (C) កាត់បន្ទាត់ (d_1) ត្រង់ $A(2, -1)$ ។

បើ $x-2 < 0 \Leftrightarrow x < 2$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d_1) ។

២.ក) ស្រាយថា $(d_2): y = x-3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$

$$\text{យើងមាន } (C): y = f(x) = x-3 - \frac{x-2}{e^x + 1} \text{ និង } (d_2): y = x-3$$

$$\text{យើងបាន } (C) - (d_2): f(x) - y_{d_2} = -\frac{x-2}{e^x + 1}$$

$$\text{ដោយ } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - y_{d_2} \right] = -\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{e^x + 1} = 0 \text{ នោះគេបាន } (d_2): y = x-3$$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ) សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_2)

$$\text{យើងមាន } (C) - (d_2): f(x) - y_{d_2} = -\frac{x-2}{e^x + 1} \text{ ដោយ } e^x + 1 > 0 \text{ នោះវាយកសញ្ញា}$$

ដូច $(-x + 2) > 0$ ។

បើ $-x + 2 < 0 \Leftrightarrow x > 2$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅពីក្រោមបន្ទាត់ (d_1) ។

បើ $-x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ នោះខ្សែកោង (C) កាត់បន្ទាត់ (d_1) ត្រង់ $A(2, -1)$ ។

បើ $-x + 2 > 0 \Leftrightarrow x < 2$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d_1) ។

៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ដែល $g(x) = e^x + x - 1$

យើងមាន $f(x) = x - 3 - \frac{x - 2}{e^x + 1}$

យើងបាន $f'(x) = 1 - \frac{e^x + 1 - e^x x + 2e^x}{(e^x + 1)^2}$

$$= \frac{e^{2x} + 2e^x + 1 - e^x - 1 + e^x x - 2e^x}{(e^x + 1)^2}$$

$$= \frac{e^{2x} + e^x x - e^x}{(e^x + 1)^2} = \frac{(e^x + x - 1)e^x}{(e^x + 1)^2} = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ដែល $g(x) = e^x + x - 1$ ។

៤.ក) គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$

យើងមាន $g(x) = e^x + x - 1$

យើងបាន $g'(x) = e^x + 1$ ។

ដោយ $\forall x \in \mathbb{R} : (e^x + 1) > 0$ នោះ $g(x) = e^x + 1 > 0$ ។

ដូចនេះ g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

ខ) គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$

យើងមាន $g(x) = e^x + x - 1$

ចំពោះ $x = 0$ នោះ $g(0) = e^0 - 1 = 1 - 1 = 0$ ។

ម្យ៉ាងទៀតដោយ g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ និង $g(0) = 0$ នោះយើងបាន៖

.ចំពោះ $x \in (-\infty, 0) : g(x) < 0$ ។

.ចំពោះ $x \in (0, +\infty) : g(x) > 0$ ។

៥.បញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង្កេតរាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ៖

យើងមាន $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ដោយ $\frac{e^x}{(e^x + 1)^2} > 0$ នោះ $f'(x)$ និង $g(x)$ មាន

សញ្ញាដូចគ្នានោះយើងអាចសន្និដ្ឋានដូចតទៅ៖

.ចំពោះ $x \in (-\infty, 0) : f'(x) < 0$ ។

.ចំពោះ $x = 0$ នោះ $f'(x) = 0$

.ចំពោះ $x \in (0, +\infty) : f'(x) > 0$ ។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	-1	-2	$+\infty$

៦.គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង្កេតក្រាប (C) បន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ៖

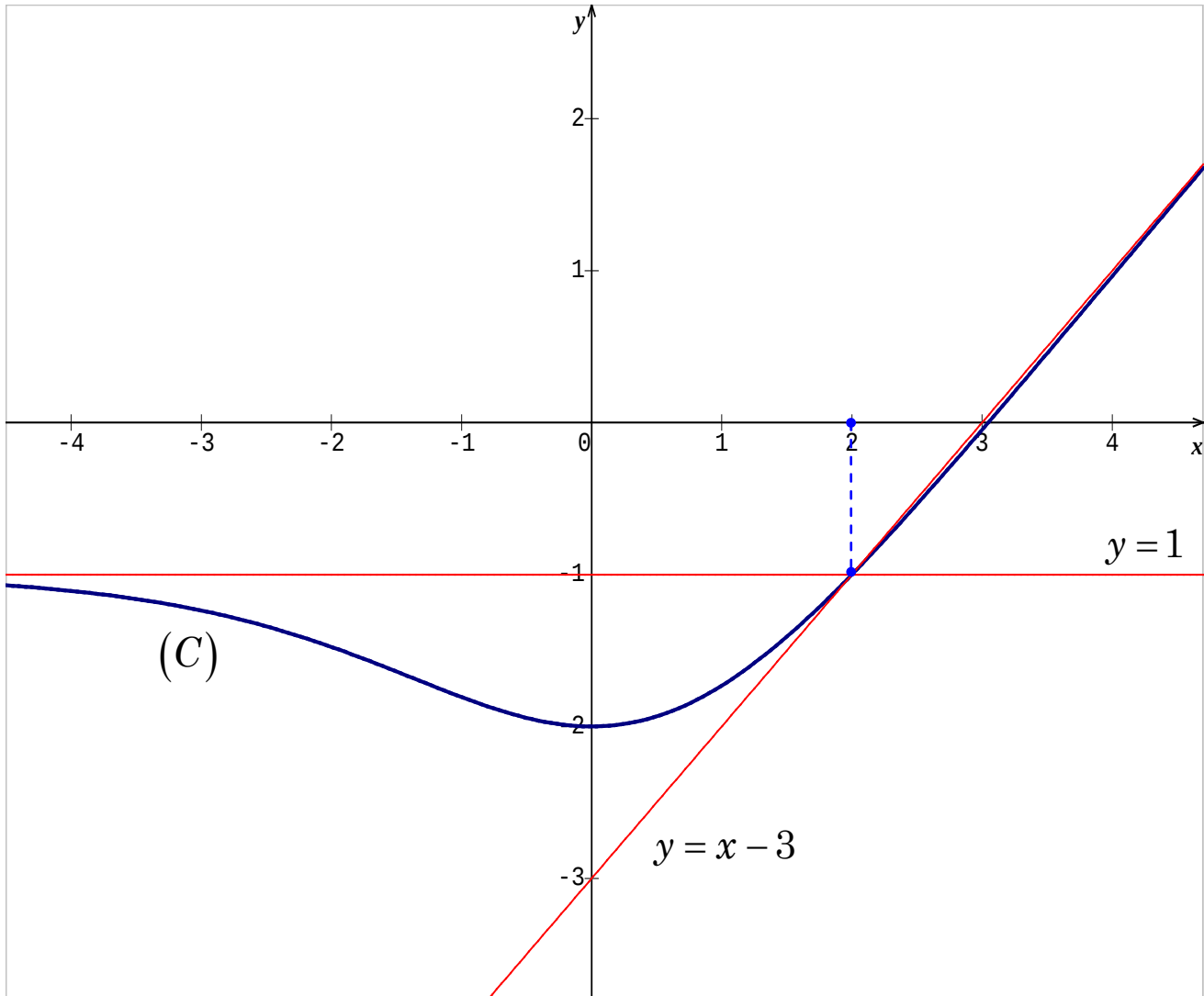
គេយក $e = 2.72$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$

យើងមាន $f(x) = x - 3 - \frac{x-2}{e^x + 1}$

ចំពោះ $x = -2$ នោះ $f(-2) = -5 + \frac{4}{e^{-2} + 1} = -5 + \frac{4}{1.2} = -1.67$

ចំពោះ $x = -1$ នោះ $f(-1) = -1 - 3 + \frac{3}{e^{-1} + 1} = -4 + \frac{3}{1.4} = -1.86$

ចំពោះ $x = 1$ នោះ $f(1) = 1 - 3 + \frac{1}{e + 1} = -2 + \frac{2}{3.72} = -1.46$ ។



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី១៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = \frac{(6x-5)e^x + 9}{e^x + 3}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ក) ចូរស្រាយថា $(d_1): y = 3$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(C) ខាង $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់ (d_1) ។

២.ក) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 6x - 5$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់ (d_2) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{6e^x g(x)}{(e^x + 3)^2}$

ដែល $g(x) = e^x + 3x - 1$ ។

៤.ក) គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

ខ) គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

៥.ដោយប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង្កេតរកអថេរភាព

នៃអនុគមន៍ f ។ គេយក $e = 2.72$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$ ។

៦.គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង្កេតក្រាប(C) បន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

ដំណោះស្រាយ

១.ក) ស្រាយថា $(d_1): y = 3$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) ខាង $x \rightarrow -\infty$

យើងមាន $y = f(x) = \frac{(6x-5)e^x + 9}{e^x + 3}$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{(6x-5)e^x + 9}{e^x + 3} \right] = \frac{9}{3} = 3$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$

ដូចនេះ $(d_1): y = 3$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) ខាង $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ) សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1) ៖

យើងមាន $y = f(x) = \frac{(6x-5)e^x + 9}{e^x + 3}$ នោះ $f(x) - y = \frac{2(3x-4)e^x}{e^x + 3}$

មានសញ្ញាដូច $3x-4$ ព្រោះ $\frac{e^x}{e^x + 3} > 0$

.បើ $3x-4 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{4}{3}$ នោះក្រាប (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមអ័ក្ស (Ox) ។

.បើ $3x-4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$ នោះក្រាប (C) កាត់អ័ក្ស (Ox) ត្រង់ $A(\frac{4}{3}, 3)$ ។

.បើ $3x-4 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{4}{3}$ នោះក្រាប (C) ស្ថិតនៅខាងលើអ័ក្ស (Ox) ។

២.ក) ស្រាយថា $(d_2): y = 6x-5$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) បើ $x \rightarrow +\infty$ ៖

យើងមាន $f(x) - y_{d_2} = \frac{(6x-5)e^x + 9}{e^x + 3} - (6x-5) = \frac{6(4-3x)}{e^x + 3}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_{d_2}] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6(4-3x)}{e^x + 3} = 0$ នោះបន្ទាត់ $(d_2): y = 6x-5$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) បើ $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ) សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_2) ៖

យើងមាន $f(x) - y_{d_2} = \frac{6(4-3x)}{e^x + 3}$ មានសញ្ញាដូច $4-3x$ ព្រោះ $e^x + 3 > 0$ ។

.បើ $4 - 3x < 0 \Leftrightarrow x > \frac{4}{3}$ នោះក្រាប(C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់(d_2) ។

.បើ $4 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$ នោះក្រាប(C) កាត់បន្ទាត់(d_2) ត្រង់ $A(\frac{4}{3}, 0)$ ។

.បើ $4 - 3x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{4}{3}$ នោះក្រាប(C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់(d_2) ។

៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{6e^x g(x)}{(e^x + 3)^2}$

យើងបាន $f'(x) = \frac{2[3e^x + (3x - 4)e^x](e^x + 3) - 2(3x - 4)e^{2x}}{(e^x + 3)^2}$

បន្ទាប់ពីបង្រួមគេបាន $f'(x) = \frac{6e^x(e^x + 3x - 1)}{(e^x + 3)^2}$ ដោយ $g(x) = e^x + 3x - 1$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{6e^x g(x)}{(e^x + 3)^2}$ ។

៤.ក)គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជាដាច់ខាតលើ $\mathbb{R}$

យើងមាន $g(x) = e^x + 3x - 1$

យើងបាន $g'(x) = e^x + 3$ ។

ដោយ $\forall x \in \mathbb{R} : e^x > 0$ នោះ g ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R}$ ។

ខ)គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ៖

យើងមាន $g(x) = e^x + 3x - 1$

ចំពោះ $x = 0$ នោះ $g(0) = e^0 + 2(0) - 1 = 1 - 1 = 0$ ។

ដូចនេះ $g(0) = 0$ ។

ម្យ៉ាងទៀតដោយ g ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R}$ និង $g(0) = 0$ នោះយើងបាន ៖

.ចំពោះ $x \in (-\infty, 0)$: $g(x) < 0$ ។

.ចំពោះ $x = 0$: $g(x) = 0$ ។

.ចំពោះ $x \in (0, +\infty)$: $g(x) > 0$ ។

៥. បញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង្កេតរកអថេរនៃអនុគមន៍ f

យើងមាន $f'(x) = \frac{6e^x g(x)}{(e^x + 3)^2}$ ដោយ $\frac{6e^x}{(e^x + 3)^2} > 0$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច

$g(x) = e^{2x} + 3x - 1$ ។

តាមសម្រាយខាងលើយើងបាន៖

ចំពោះ $x \in (-\infty, 0)$: $f'(x) < 0$ ។

ចំពោះ $x = 0$: $f'(x) = 0$ ។

និងចំពោះ $x \in (0, +\infty)$: $f'(x) > 0$ ។

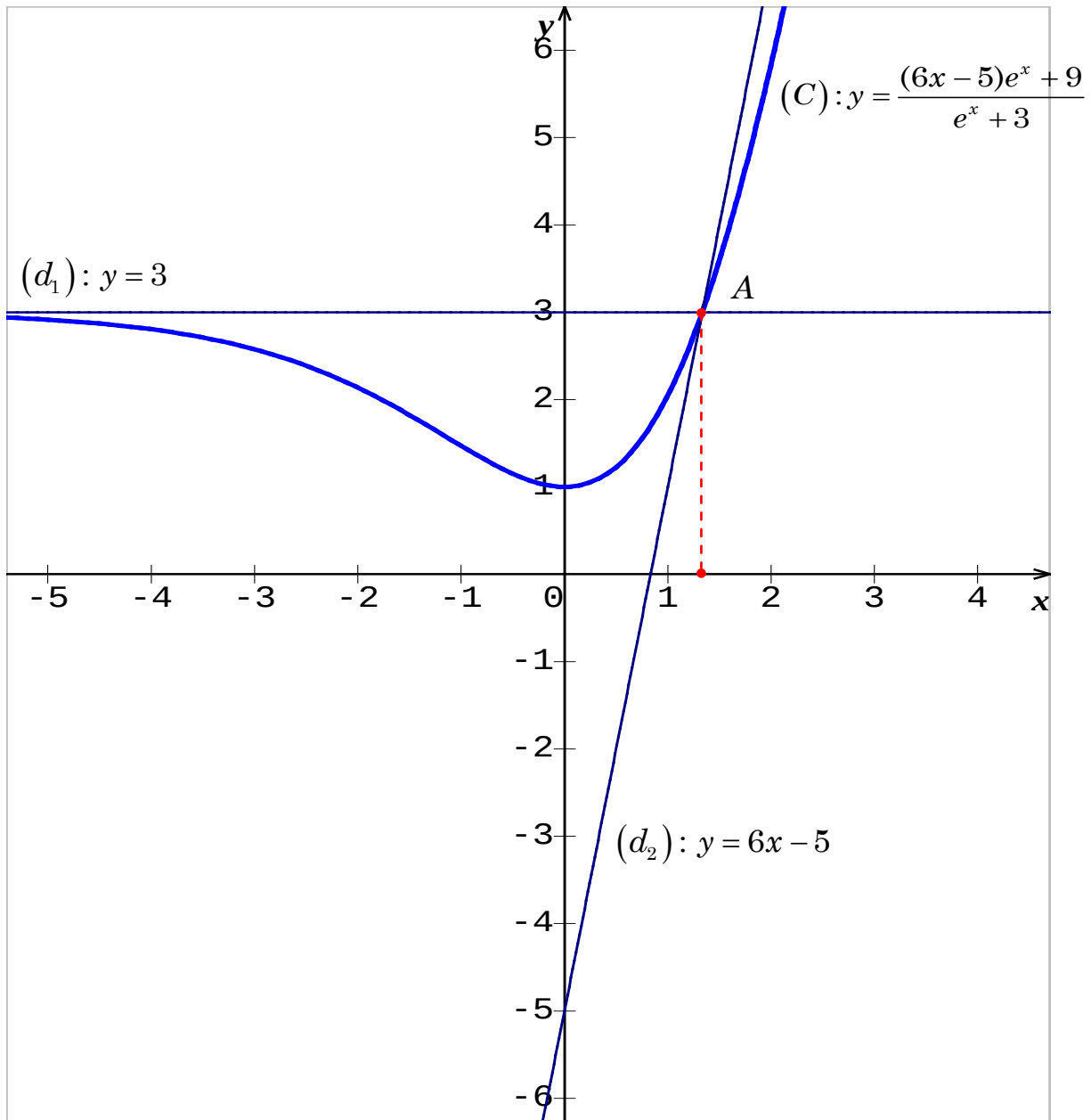
តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	0	1	$+\infty$

ចំពោះ $x = 0$ នោះ $f(0) = 1$ ។

៦.គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) បង្ហាត់ (d_1) និង (d_2) ៖

$$f(-2) = 1.75, f(-1) = 1.35, f(1) = 2.05 \text{ ។}$$



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី១៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = 2x - 3 - \frac{4x - 6}{e^x + 2}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f(x) = \frac{(2x-3)e^x}{e^x + 2}$ រួចទាញថាបន្ទាត់

$(d_1): y = 0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់ (d_1) ។

២.ក) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់ (d_2) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{2e^x g(x)}{(e^x + 2)^2}$

ដែល $g(x) = e^x + 2x - 1$ ។

៤.ក) គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

ខ) គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

៥.ដោយប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៦.គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប(C) បន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

គេយក $e = 2.72$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ស្រាយថា $f(x) = \frac{(2x-3)e^x}{e^x + 2}$ រួចទាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y = 0$

ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$

$$\text{មាន } f(x) = 2x - 3 - \frac{4x - 6}{e^x + 2} = \frac{(2x - 3)(e^x + 2) - (4x - 6)}{e^x + 2} = \frac{(2x - 3)e^x}{e^x + 2}$$

$$\text{ដូចនេះ គ្រប់ចំនួនពិត } x \text{ ចូរស្រាយថា } f(x) = \frac{(2x - 3)e^x}{e^x + 2} \text{ ។}$$

$$\text{ម្យ៉ាងទៀតដោយ } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x - 3)e^x}{e^x + 2} = 0 \text{ នោះបន្ទាត់ } (d_1): y = 0 \text{ ជាអាស៊ីមតូត}$$

ដេកនៃក្រាប(C)កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ)សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C)នឹងបន្ទាត់(d_1)៖

$$\text{យើងមាន } (C) - (d_1): f(x) - y_{d_1} = \frac{(2x - 3)e^x}{e^x + 2} \text{ មានសញ្ញាដូច } (2x - 3) \text{ ។}$$

$$\text{.បើ } 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2} \text{ នោះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ } (d_1) \text{ ។}$$

$$\text{.បើ } 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \text{ នោះខ្សែកោង(C)ប្រសព្វបន្ទាត់ } (d_1) \text{ ត្រង់ } A(\frac{3}{2}, 0) \text{ ។}$$

$$\text{.បើ } 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2} \text{ នោះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ } (d_1) \text{ ។}$$

២.ក)ស្រាយថា (d_2): $y = 2x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C)កាលណា $x \rightarrow +\infty$

$$\text{យើងមាន } (C): f(x) = 2x - 3 - \frac{4x - 6}{e^x + 2}$$

$$\text{ដោយ } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 3)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x + 6}{e^x + 2} = 0 \text{ នោះបន្ទាត់ } (d_2): y = 2x - 3$$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ(C)កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ)សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C)នឹងបន្ទាត់(d_2)

$$\text{យើងមាន } f(x) - y_{d_2} = \frac{-4x + 6}{e^x + 2} \text{ មានសញ្ញាដូច } (-4x + 6) \text{ ។}$$

$$\text{បើ } -4x + 6 > 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2} \text{ នោះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ } (d_2) \text{ ។}$$

$$\text{.បើ } -4x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \text{ នោះខ្សែកោង(C)ប្រសព្វបន្ទាត់ } (d_1) \text{ ត្រង់ } A(\frac{3}{2}, 0)$$

.បើ $-4x + 6 < 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_2) ។

៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{2e^x g(x)}{(e^x + 2)^2}$ ដែល $g(x) = e^x + 2x - 1$ ៖

$$\text{យើងមាន } f(x) = 2x - 3 - \frac{4x - 6}{e^x + 2}$$

$$\begin{aligned} \text{យើងបាន } f'(x) &= 2 - \frac{4(e^x + 2) - e^x(4x - 6)}{(e^x + 2)^2} \\ &= \frac{2e^{2x} + 8e^x + 8 - 4e^x - 8 + 4xe^x - 6e^x}{(e^x + 2)^2} \\ &= \frac{2e^{2x} + 4xe^x - 2e^x}{(e^x + 2)^2} = \frac{2e^x(e^x + 2x - 1)}{(e^x + 2)^2} \end{aligned}$$

$$\text{ដោយ } g(x) = e^x + 2x - 1 \text{ ដូចនេះ } f'(x) = \frac{2e^x g(x)}{(e^x + 2)^2} \text{ ។}$$

៤.ក) គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជាដាច់ខាតលើ $\mathbb{R}$

$$\text{យើងមាន } g(x) = e^x + 2x - 1$$

$$\text{យើងបាន } g'(x) = e^x + 2 \text{ ។}$$

ដោយគ្រប់ $x \in \mathbb{R} : e^x > 0$ នោះ $g'(x) > 0$ ។ ដូចនេះ g ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R}$ ។

ខ) គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ៖

$$\text{យើងមាន } g(x) = e^x + 2x - 1$$

$$\text{ចំពោះ } x = 0 \text{ នោះ } g(0) = e^0 + 2(0) - 1 = 1 - 1 = 0 \text{ ។}$$

$$\text{ដូចនេះ } g(0) = 0 \text{ ។}$$

ម្យ៉ាងទៀតដោយ g ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R}$ និង $g(0) = 0$ នោះយើងបាន ៖

.ចំពោះ $x \in (-\infty, 0): g(x) < 0$ ។

.ចំពោះ $x = 0: g(x) = 0$ ។

.ចំពោះ $x \in (0, +\infty): g(x) > 0$ ។

៥. បញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង្ខេបតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

យើងមាន $f'(x) = \frac{2e^x g(x)}{(e^x + 2)^2}$ ដោយ $\frac{2e^x}{(e^x + 2)^2} > 0$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច

$$g(x) = e^{2x} + 2x - 1 \quad \forall$$

តាមសម្រាយខាងលើយើងបាន៖

ចំពោះ $x \in (-\infty, 0): f'(x) < 0$ ហើយ $x = 0: f'(x) = 0$ ។

និងចំពោះ $x \in (0, +\infty): f'(x) > 0$ ។

តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	0	0	$+\infty$

ចំពោះ $x = 0$ នោះ $f(0) = 0$ ។

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x-3)e^x}{e^x + 2} = 0 \quad \text{និង} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x-3)e^x}{e^x + 2} = +\infty$$

៦. គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង្ខេបក្រាប (C) បន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ៖

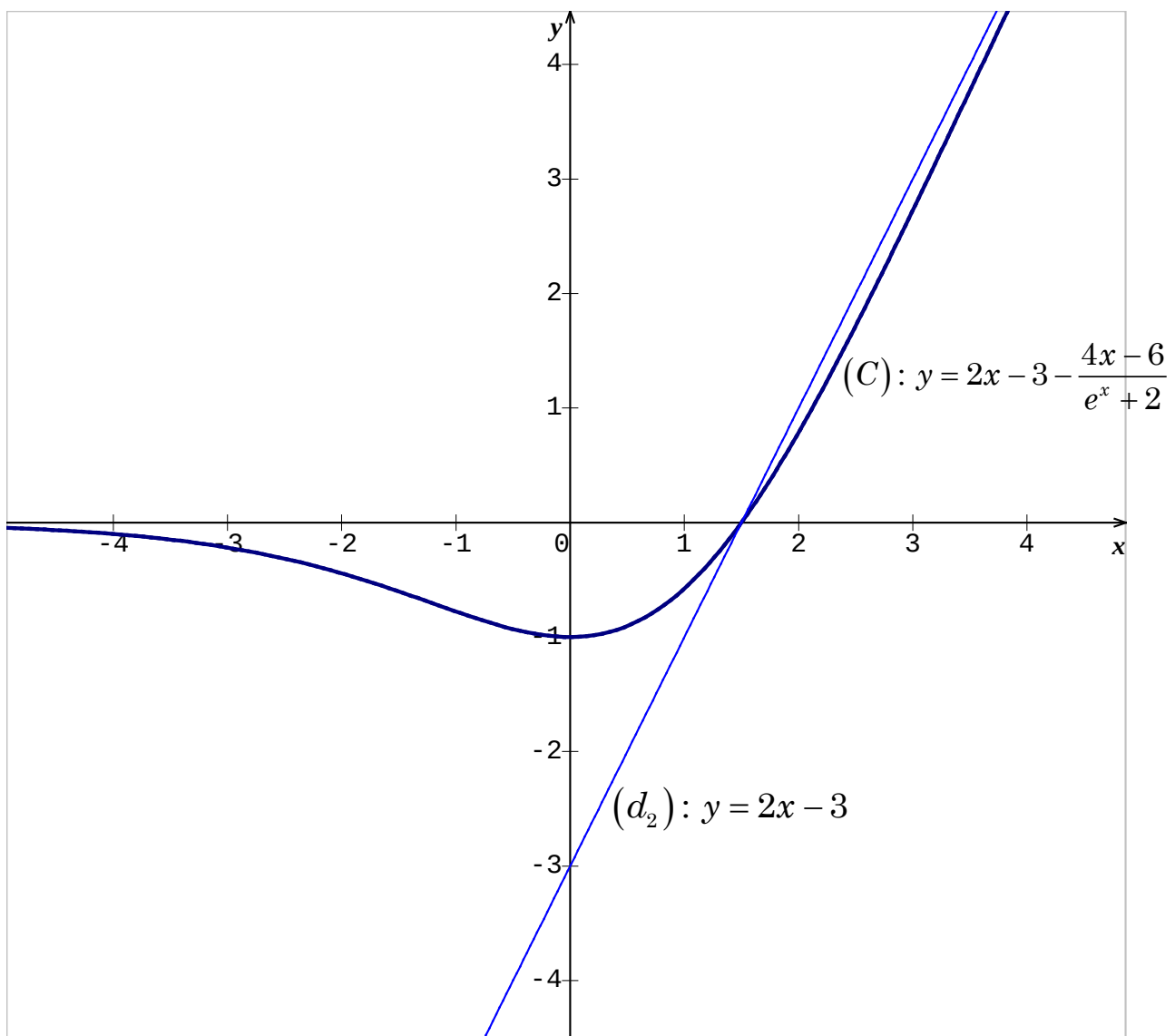
$$\text{យើងមាន } f(x) = 2x - 3 - \frac{4x-6}{e^x + 2}$$

ចំពោះ $x = -2$ នោះ $f(-2) = 2(-2) - 3 - \frac{4(-2) - 6}{e^{-2} + 2} = -0.64$

ចំពោះ $x = -1$ នោះ $f(-1) = 2(-1) - 3 - \frac{4(-1) - 6}{e^{-1} + 2} = -0.83$

ចំពោះ $x = 1$ នោះ $f(1) = 2(1) - 3 - \frac{4(1) - 6}{e + 2} = 1.42$ ។

ក្រាហ្វិក (C): $y = f(x) = 2x - 3 - \frac{4x - 6}{e^x + 2}$ ។



លំហាត់ទី១៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}^*$ ដោយ $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{e^x + 1}{2x}$ ។

គេតាង C ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ C ។

២. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): y = \frac{x}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C បើ $x \rightarrow -\infty$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ។

៣. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(x-1)(e^x + x + 1)}{2x^2}$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}^*$ ។

៤. បង្ហាញថាសមីការ $e^x + x + 1 = 0$ មានឫស α តែមួយគត់ដែល $-2 < \alpha < -1$ រួចបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $e^x + x + 1$ ចំពោះ $x > \alpha$ និង $x < \alpha$ ។

៥. ទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអប៊ែរភាពនៃ f ។

៦. គណនា $f(-2), f(-1), f(2)$ និង $f(3)$ រួចសង់បន្ទាត់ (d) និងក្រាប C ។

$$\text{គេយក } e^{-2} = 0.14, e^{-1} = 0.38, \frac{e^2 + 1}{4} = 2.10 \text{ និង } \frac{e^3 + 1}{6} = 3.51$$

ដំណោះស្រាយ

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ C

$$\text{យើងបាន } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{2} + \frac{e^x + 1}{2x} \right) = \pm\infty \text{ នោះបន្ទាត់ } x = 0 \text{ ឬអ័ក្ស}$$

(oy) ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃខ្សែកោង (C) ។

$$\text{ហើយ } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x}{2} + \frac{e^x + 1}{2x} \right) = \pm\infty \text{ ។}$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty \text{ ។}$$

២.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): y = \frac{x}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C បើ $x \rightarrow -\infty$

រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ៖

$$\text{គេមាន } (C)-(d): f(x) - y_d = \frac{e^x + 1}{2x}$$

$$\text{ដោយ } \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y_d] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{e^x + 1}{2x} \right) = 0 \text{ នោះបន្ទាត់ } (d): y = \frac{x}{2}$$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C ។

$$\text{ដោយគេមាន } (C)-(d): f(x) - y_d = \frac{e^x + 1}{2x}$$

បើ $x < 0$ នោះ $(C)-(d): f(x) - y_d = \frac{e^x + 1}{2x} < 0$ នាំឲ្យខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d) ។

បើ $x > 0$ នោះ $(C)-(d): f(x) - y_d = \frac{e^x + 1}{2x} > 0$ នាំឲ្យខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d) ។

$$\text{៣.ស្រាយបញ្ជាក់ថា } f'(x) = \frac{(x-1)(e^x + x + 1)}{2x^2} \text{ គ្រប់ } x \in \mathbb{R}^*$$

$$\text{យើងមាន } f(x) = \frac{x}{2} + \frac{e^x + 1}{2x}$$

$$\text{យើងបាន } f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{e^x(x) - (e^x + 1)}{2x^2} = \frac{x^2 - 1 + (x-1)e^x}{2x^2}$$

$$\text{ដូចនេះ } f'(x) = \frac{(x-1)(e^x + x + 1)}{2x^2} \text{ គ្រប់ } x \in \mathbb{R}^* \text{ ។}$$

៤.បង្ហាញថាសមីការ $e^x + x + 1 = 0$ មានឫស α តែមួយគត់ដែល $-2 < \alpha < -1$

រួចបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $e^x + x + 1$ ចំពោះ $x > \alpha$ និង $x < \alpha$

យក $g(x) = e^x + x + 1$ ជាអនុគមន៍ជាប់លើ $\mathbb{R}$

ដេរីវេ $g'(x) = e^x + 1 > 0$ នោះ g ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R}$ ។

គេមាន $g(-2) = e^{-2} - 2 + 1 = 0.18 - 1 = -0.82$ និង $g(-1) = \frac{1}{e} = 0.36$

គេបាន $g(-2)g(-1) < 0$ នោះតាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃកណ្តាលបញ្ជាក់ថាសមីការ

$g(x) = 0$ មានឫស α តែមួយគត់ដែល $-2 < \alpha < -1$ ។

ដូចនេះ ចំពោះ $x > \alpha$ នោះ $g(x) = e^x + x + 1 > 0$ និងចំពោះ $x < \alpha$ នោះ

$g(x) = e^x + x + 1 < 0$ ។

៥. ទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$

គេមាន $f'(x) = \frac{(x-1)(e^x + x + 1)}{2x^2} = \frac{(x-1)g(x)}{2x^2}$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}^*$

នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $(x-1)g(x)$ ។

តាមសម្រាយសំណួរទី៤យើងអាចគូសតារាងសញ្ញានៃ $f'(x)$ ដូចខាងក្រោម៖

x	$-\infty$	α	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$

គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ៖

x	$-\infty$	α	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$	$\frac{e}{2}+1$	$+\infty$	

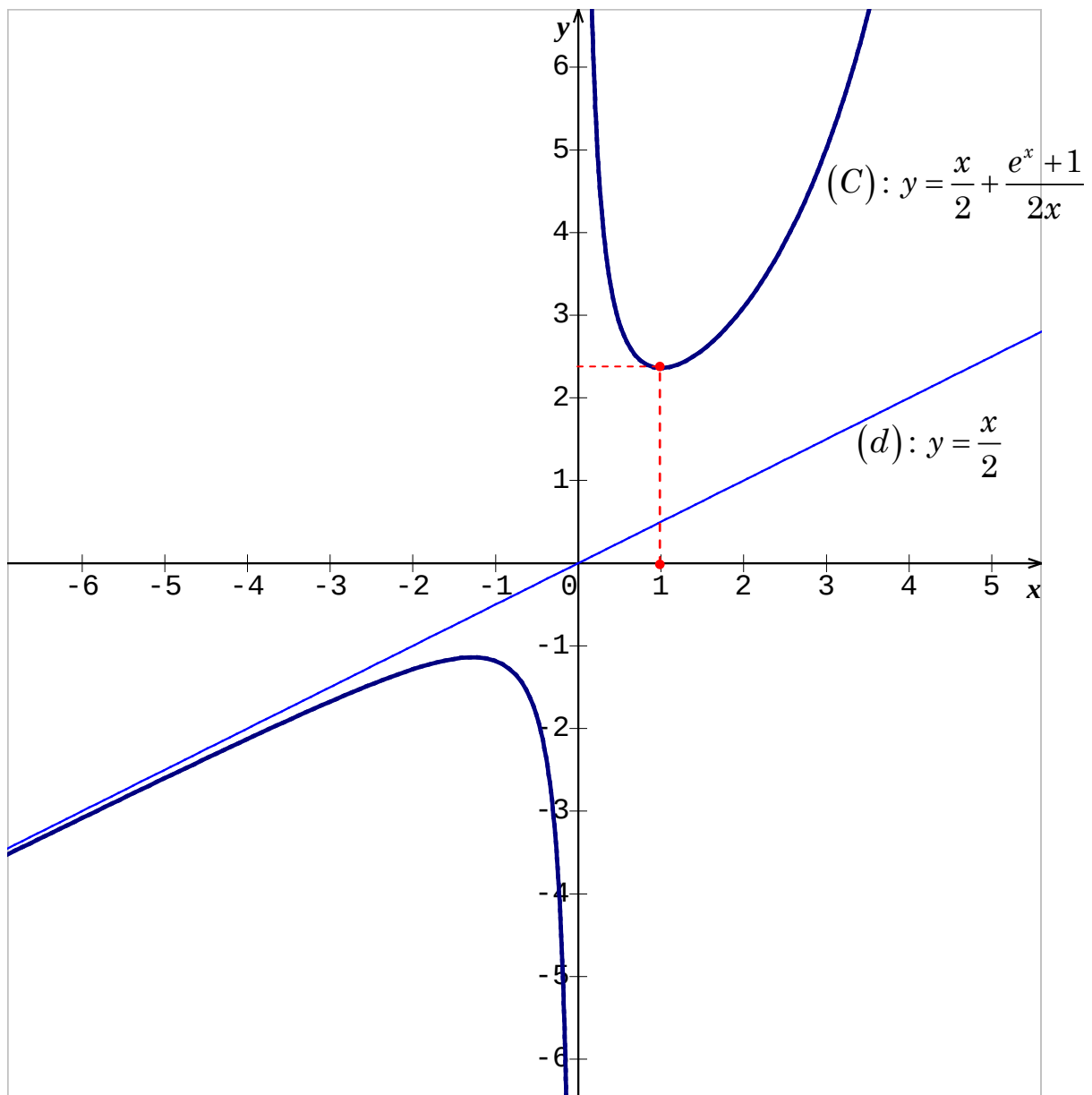
ចំពោះ $x = 1$ នោះ $f(1) = \frac{1}{2} + \frac{e+1}{2} = \frac{e+2}{2}$ ។

៦.គណនា $f(-2), f(-1), f(2)$ និង $f(3)$ រួចសង្ខេបឆ្លាត (d) និងក្រាប C

គេយក $e^{-2} = 0.14$, $e^{-1} = 0.38$, $\frac{e^2 + 1}{4} = 2.10$ និង $\frac{e^3 + 1}{6} = 3.51$

យើងបាន $f(-2) = -1 + \frac{e^{-2} + 1}{-4} = -1.285$, $f(-1) = -\frac{1}{2} + \frac{e^{-1} + 1}{-2} = -1.19$,

$f(2) = 1 + \frac{e^2 + 1}{4} = 3.10$, $f(3) = \frac{3}{2} + \frac{e^3 + 1}{6} = 5.01$ ។



លំហាត់ទី២០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = 1 + 4x^2e^{-x}$ មានក្រាប C ។

១) ចូររកលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) គណនា $f(-1), f(1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ C ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។
(គេយក $e = 2.7, e^{-1} = 0.4, e^{-3} = 0.1$) ។

៤) គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ នៃផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក និងបន្ទាត់ឈរ $x = 0, x = \lambda > 0$ ។ ទាញរកលីមីត $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ។

ដំណោះស្រាយ

១) រកលីមីត និងសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C

គេបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + 4x^2e^{-x}) = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty$ ។

ហើយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + 4x^2e^{-x}) = 2$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2e^{-x} = 0$ ។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f

យើងបាន $f'(x) = (1 + 4x^2e^{-x})' = 8xe^{-x} - 4x^2e^{-x}$

ដូចនេះ $f'(x) = 4x(2 - x)e^{-x}$ ។

បើ $f'(x) = 0$ នោះ $2x(2 - x)e^{-x} = 0$ សមមូល $x_1 = 0, x_2 = 2$

បើ $x = 0$: $f(0) = 1$, បើ $x = 2$: $f(2) = 1 + 16e^{-2} = 3.17$ ។

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f'(x)$	$+\infty$	1	3.17	2	

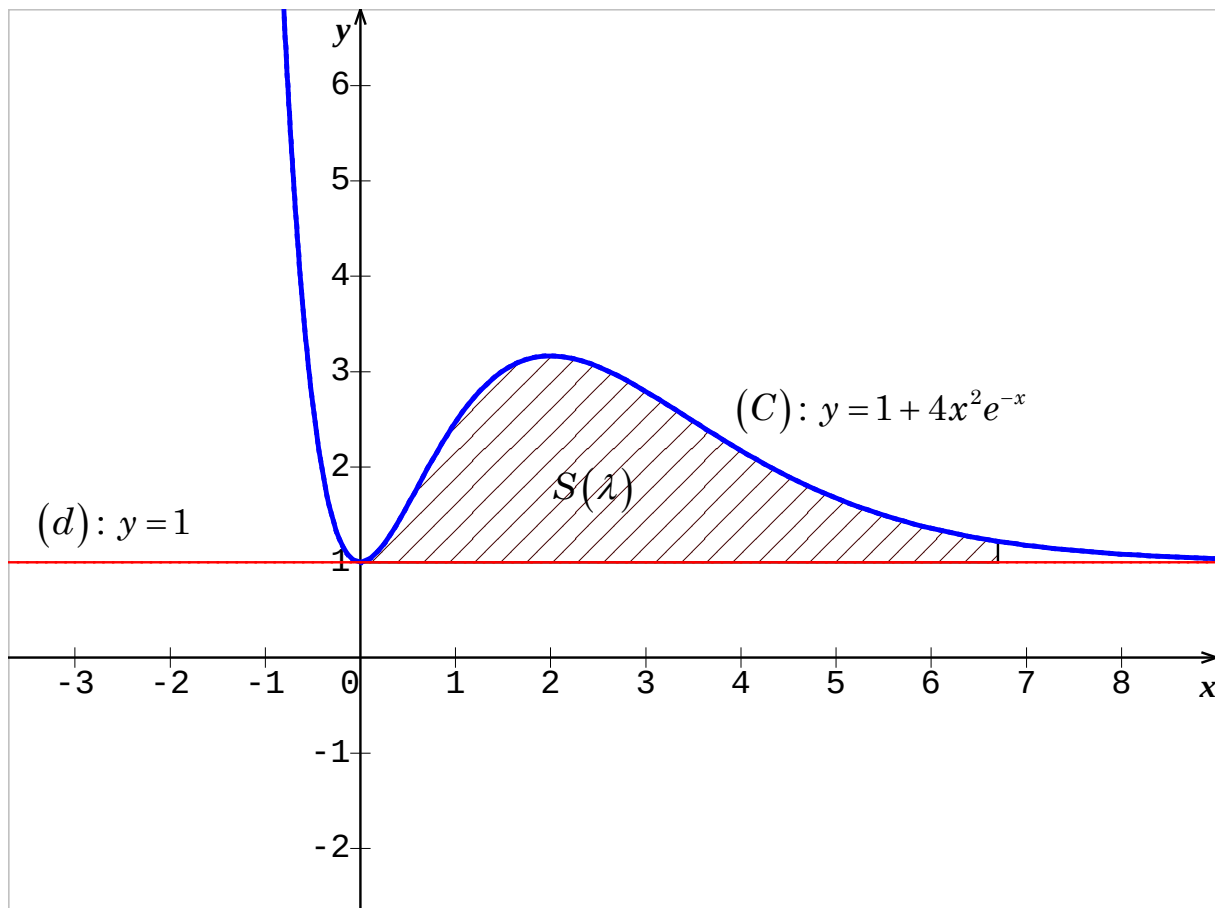
៣) គណនា $f(-1), f(1)$ និង $f(3)$ រួចសង្កេតក្រាប C ៖

គេមាន $f(x) = 1 + 4x^2e^{-x}$

ចំពោះ $x = -1$ នោះ $f(-1) = 1 + 4e = 11.88$ ។

ចំពោះ $x = 1$ នោះ $f(1) = 1 + 4e^{-1} = 2.47$ ។

ចំពោះ $x = 3$ នោះ $f(3) = 1 + 36e^{-3} = 2.79$ ។



៨) គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ ៖

$$S(\lambda) = \int_0^{\lambda} (1 + 4x^2 e^{-x} - 1) dx = 4 \int_0^{\lambda} x^2 e^{-x} dx$$

$$\text{តាង } \begin{cases} u = x^2 \\ dv = e^{-x} dx \end{cases} \text{ នោះ } \begin{cases} du = 2x dx \\ v = -e^{-x} \end{cases}$$

$$\text{គេបាន } S(\lambda) = 4 \left[-x^2 e^{-x} \right]_0^{\lambda} + 8 \int_0^{\lambda} x e^{-x} dx$$

$$S(\lambda) = -4\lambda^2 e^{-\lambda} + 8 \int_0^{\lambda} x e^{-x} dx$$

$$\text{តាង } \begin{cases} u = x \\ dv = e^{-x} dx \end{cases} \text{ នោះ } \begin{cases} du = dx \\ v = -e^{-x} \end{cases}$$

$$\text{គេបាន } S(\lambda) = -4\lambda^2 e^{-\lambda} + 8 \left[-x e^{-x} \right]_0^{\lambda} + 8 \int_0^{\lambda} e^{-x} dx$$

$$= -4\lambda^2 e^{-\lambda} - 8\lambda e^{-\lambda} + 8 \left[-e^{-x} \right]_0^{\lambda}$$

$$= -4\lambda^2 e^{-\lambda} - 8\lambda e^{-\lambda} + 8(-e^{-\lambda} + 1)$$

$$= 8 - 4\lambda^2 e^{-\lambda} - 8\lambda e^{-\lambda} - 8e^{-\lambda}$$

$$\text{ដូចនេះ } S(\lambda) = 8 - 4(\lambda^2 + 2\lambda + 2)e^{-\lambda} \quad \forall$$

ទាញរកលីមីត $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ៖

$$\text{យើងបាន } \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} [8 - 4(\lambda^2 + 2\lambda + 2)e^{-\lambda}] = 8 \quad \text{ព្រោះ } \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} e^{-\lambda} = 0$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = 8 \quad \forall$$

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី២១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 3x + 1)e^x$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$f'(x) = \frac{1}{2}(x+1)(x-2)e^x \text{ រួចសង្កេតរកតារាងអថេរភាពនៃ } f \text{ ។}$$

៣. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នា x_1 និង x_2 ដែល

$$0 < x_1 < 1 < 2 < x_2 < 3 \text{ ។}$$

៤. រកសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 0$ ។

៥. ចូរសង្កេតបន្ទាត់ (T) និងក្រាប (C) ។

ដំណោះស្រាយ

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ៖

$$\text{យើងមាន } f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 3x + 1)e^x$$

$$\text{យើងបាន } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2}(x^2 - 3x + 1)e^x = 0 \text{ ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \text{ ។}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2}(x^2 - 3x + 1)e^x = +\infty \text{ ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \text{ ។}$$

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ៖

ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ នោះបន្ទាត់ $y = 0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

២. ចំពោះត្រង់ចំនួនពិត x ស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$f'(x) = \frac{1}{2}(x+1)(x-2)$$

យើងមាន $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 3x + 1)e^x$

យើងបាន $f'(x) = \frac{1}{2}(2x-3)e^x + \frac{1}{2}(x^2 - 3x + 1)e^x$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{1}{2}(x^2 - x - 2)e^x = \frac{1}{2}(x+1)(x-2)e^x$ ។

សង្កេតរាងអថេរតាមនៃ f ៖

បើ $f'(x) = \frac{1}{2}(x+1)(x-2)e^x = 0$ នោះ $x_1 = -1$, $x_2 = 2$ ។

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	0	0.92	-3.69	$+\infty$	

ចំពោះ $x = -1$ នោះ $f(-1) = \frac{1}{2}(5)e^{-1} = 0.92$ ។

ចំពោះ $x = 2$ នោះ $f(2) = \frac{1}{2}(-1)e^2 = -3.69$ ។

៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នា x_1 និង x_2 ដែល

$$0 < x_1 < 1 < 2 < x_2 < 3 \quad \text{៖}$$

យើងមាន $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 3x + 1)e^x$

យើងបាន $f(0) = \frac{1}{2}$, $f(1) = -\frac{1}{2}e = -1.36$, $f(2) = -\frac{1}{2}e^2 = -3.86$

និង $f(3) = \frac{1}{2}e^3 = 9.95$ ។

ដោយ $f(0)f(1) = \frac{1}{2}(-1.36) < 0$ និង $f(2)f(3) = (-3.86)(9.95) < 0$ នោះតាម

ទ្រឹស្តីបទកណ្តាលឃើញទាញបានថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នា

x_1 និង x_2 ដែល $0 < x_1 < 1 < 2 < x_2 < 3$ ។

៨.រកសមីការបង្គាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 0$

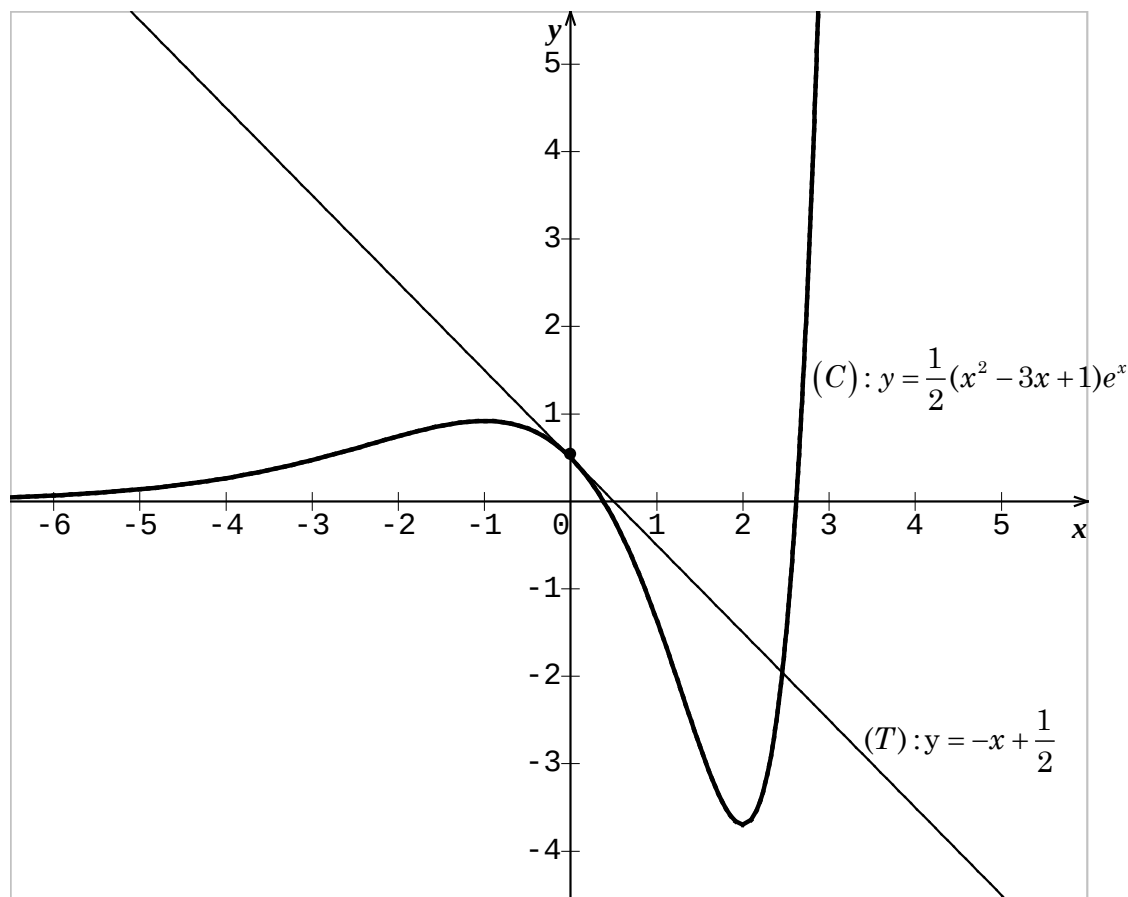
តាមរូបមន្ត $(T): y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

ដោយ $x_0 = 0$ នោះ $(T): y = f'(0)(x - 0) + f(0)$

ដោយ $f(0) = \frac{1}{2}$ និង $f'(0) = \frac{1}{2}(1)(-2) = -1$ ។

ដូចនេះ $(T): y = -x + \frac{1}{2}$ ។

៩.សង់បង្គាត់ (T) នឹងក្រាប (C) ៖



លំហាត់ទី២២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 7x + 11)e^{x-2}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្តនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$f'(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x-4)e^x \text{ រួចសង្កេតរាងអថេរភាពនៃ } f \text{ ។}$$

៣. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នា x_1 និង x_2 ដែល

$$2 < x_1 < 3 < 4 < x_2 < 5 \text{ ។}$$

៤. រកសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 0$ ។

៥. ចូរសង្កេតបន្ទាត់ (T) និងក្រាប (C) ។

ដំណោះស្រាយ

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ៖

$$\text{យើងមាន } f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 7x + 11)e^{x-2}$$

$$\text{យើងបាន } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2}(x^2 - 7x + 11)e^{x-2} = 0 \text{ ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x-2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2}(x^2 - 7x + 11)e^{x-2} = +\infty \text{ ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \text{ ។}$$

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ៖

ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ នោះបន្ទាត់ $y = 0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

២. ចំពោះត្រង់ចំនួនពិត x ស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$f'(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x-4)e^{x-2}$$

យើងមាន $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 7x + 11)e^{x-2}$

យើងបាន $f'(x) = \frac{1}{2}(2x-7)e^{x-2} + \frac{1}{2}(x^2 - 7x + 11)e^{x-2}$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 5x + 4)e^{x-2} = \frac{1}{2}(x-1)(x-4)e^{x-2}$ ។

សង្កេតរកអថេរតាមនៃ f ៖

បើ $f'(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x-4)e^{x-2} = 0$ នោះ $x_1 = 1$, $x_2 = 4$ ។

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	0	0.92	-3.69	$+\infty$	

ចំពោះ $x = 1$ នោះ $f(1) = \frac{1}{2}(5)e^{-1} = 0.92$ ។

ចំពោះ $x = 4$ នោះ $f(4) = -\frac{1}{2}e^2 = -3.69$ ។

៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឬសពីរផ្សេងគ្នា x_1 និង x_2 ដែល

$$2 < x_1 < 3 < 4 < x_2 < 5 \quad \text{៖}$$

យើងមាន $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 7x + 11)e^{x-2}$

យើងបាន $f(2) = 0.5$, $f(3) = -\frac{e}{2} = -1.36$, $f(4) = -\frac{e^2}{2} = -3.69$

និង $f(5) = \frac{1}{2}e^3 = 10.04$ ។

ដោយ $f(2)f(3) = (0.5)(-1.36) < 0$ និង $f(4)f(5) = (-3.69)(10.04) < 0$

នោះតាមទ្រឹស្តីបទកណ្តាលឃើញទាញបានថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នា x_1 និង x_2 ដែល $2 < x_1 < 3 < 4 < x_2 < 5$ ។

៨. រកសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 2$

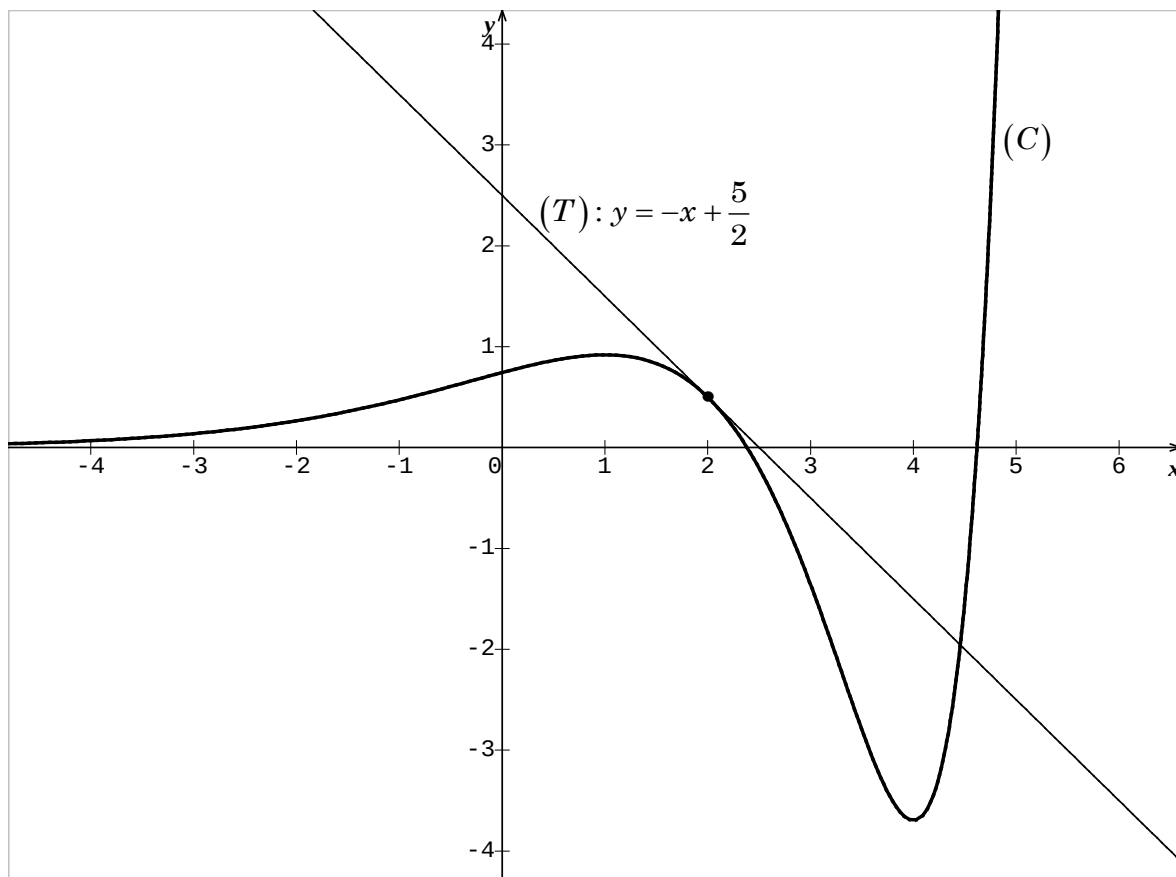
តាមរូបមន្ត $(T): y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

ដោយ $x_0 = 2$ នោះ $(T): y = f'(2)(x - 2) + f(2)$

ដោយ $f(2) = \frac{1}{2}$ និង $f'(2) = \frac{1}{2}(1)(-2) = -1$ ។

ដូចនេះ $(T): y = -x + 2 + \frac{1}{2} = -x + \frac{5}{2}$ ។

៩. សង់បន្ទាត់ (T) នឹងក្រាប (C) ៖



លំហាត់ទី២៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^{2x}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$f'(x) = 2x(x-1)e^{2x} \text{ រួចសង្កេតរកចំណុចនៃ } f \text{ ។}$$

៣. ចូរគណនា $f(-1)$ រួចសង្កេតក្រាប (C) ។

៤. ស្រាយថា $F(x) = \frac{1}{4}(2x^2 - 6x + 5)e^{2x}$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ។

៥. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃមណ្ឌលប្លង់ខណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស $(x'ox)$ និងបន្ទាត់ពីរ

$$x = 0, x = 1 \text{ ។}$$

ដំណោះស្រាយ

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ៖

$$\text{យើងមាន } f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^{2x}$$

$$\text{យើងបាន } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 2x + 1)e^{2x} = 0 \text{ ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 2x + 1)e^{2x} = +\infty \text{ ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x} = +\infty \text{ ។}$$

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ៖

ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ នោះបន្ទាត់ $y = 0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

២. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = 2x(x-1)e^{2x}$

យើងមាន $f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^{2x}$

យើងបាន $f'(x) = (2x - 2)e^{2x} + 2(x^2 - 2x + 1)e^{2x} = (2x^2 - 2x)e^{2x}$

ដូចនេះ $f'(x) = 2x(x - 1)e^{2x}$ ។

សង់តារាងអថេរតាមនៃ f ៖

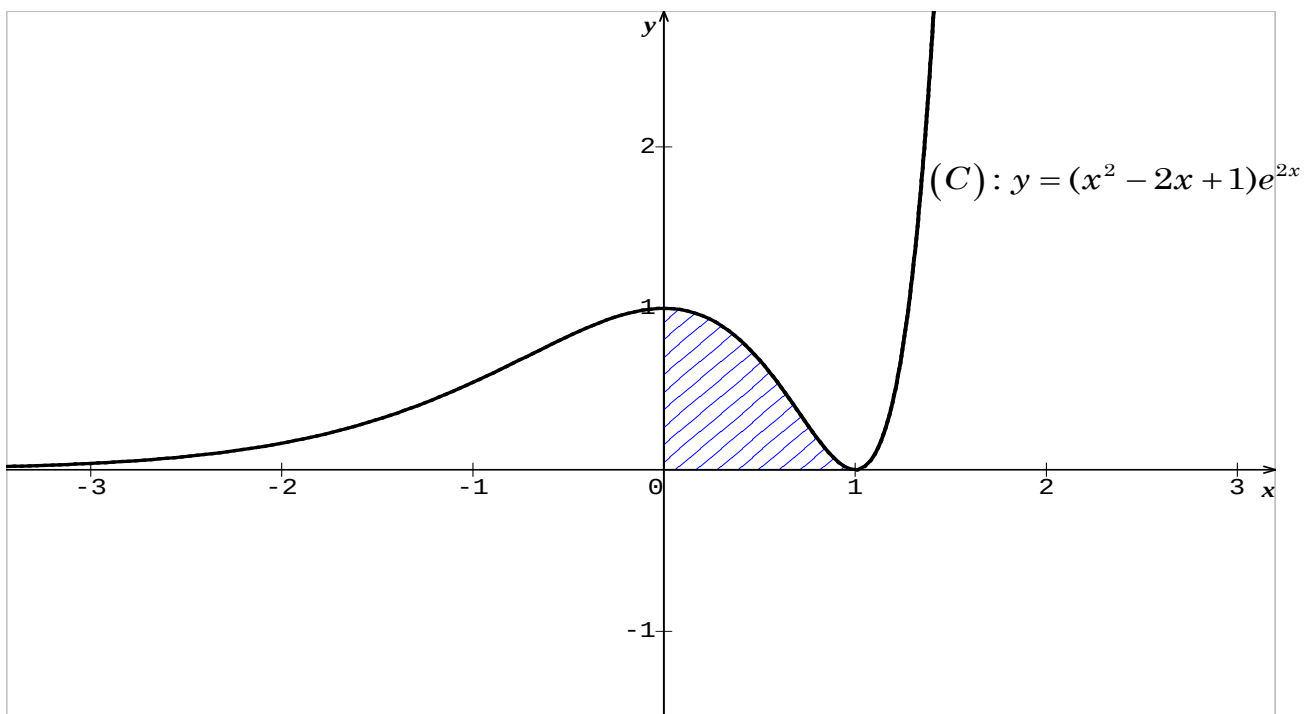
បើ $f'(x) = 2x(x - 1)e^{2x} = 0$ នោះ $x_1 = 0$, $x_2 = 1$ ។

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	0	1	0	$+\infty$	

ចំពោះ $x = 0$ នោះ $f(0) = 1$ និងចំពោះ $x = 1$ នោះ $f(1) = 0$ ។

៣.គណនា $f(-1)$ រួចសង់ក្រាប(C) ៖

ចំពោះ $x = -1$ នោះ $f(-1) = 4e^{-2} = 0.54$ ។



៨.ស្រាយថា $F(x) = \frac{1}{4}(2x^2 - 6x + 5)e^{2x}$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$

យើងមាន $F(x) = \frac{1}{4}(2x^2 - 6x + 5)e^{2x}$ និង $f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^{2x}$

យើងបាន $F'(x) = \frac{1}{4}(4x - 6)e^{2x} + \frac{1}{4}(2e^{2x})(2x^2 - 6x + 5)$

$$F'(x) = \left[\frac{1}{2}(2x - 3) + \frac{1}{2}(2x^2 - 6x + 5) \right] e^{2x}$$

$$F'(x) = \frac{1}{2}(2x^2 - 4x + 2)e^{2x} = \frac{1}{2}(x^2 - 2x + 1)e^{2x} = f(x)$$

ដូចនេះ $F(x)$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ។

៩.គណនាផ្ទៃក្រឡានៃមធ្យាល្យ័ង្គខណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស $(x'ox)$ និង $x = 0$, $x = 1$ ៖

យើងបាន $S = \int_0^1 f(x) dx = [F(x)]_0^1 = F(1) - F(0)$

ដោយ $F(x) = \frac{1}{4}(2x^2 - 6x + 5)e^{2x}$ នោះ $F(0) = \frac{5}{4}$ និង $F(1) = \frac{1}{4}e^2$

ដូចនេះ $S = \frac{1}{4}(e^2 - 5)$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា) ។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី២៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = (x^2 - 4x + 4)e^x$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$f'(x) = x(x-2)e^x \text{ រួចសង្កេតរកចំណុចនៃ } f \text{ ។}$$

៣. ចូរគណនា $f(-2)$, $f(-1)$ រួចសង្កេតក្រាប (C) ។

៤. ស្រាយថា $F(x) = (x^2 - 6x + 10)e^x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ។

៥. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃមណ្ឌលប្លង់ខណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស $(x'ox)$ និងបន្ទាត់ពីរ

$$x = 0, x = 2 \text{ ។}$$

ដំណោះស្រាយ

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ៖

$$\text{យើងមាន } f(x) = (x^2 - 4x + 4)e^x$$

$$\text{យើងបាន } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 4x + 4)e^x = 0 \text{ ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 4x + 4)e^x = +\infty \text{ ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \text{ ។}$$

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ៖

ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ នោះបន្ទាត់ $y = 0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

២. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = x(x-2)e^x$

$$\text{យើងមាន } f(x) = (x^2 - 4x + 4)e^x$$

យើងបាន $f'(x) = (2x - 4)e^x + (x^2 - 4x + 4)e^x$

ដូចនេះ $f'(x) = (x^2 - 2x)e^x = x(x - 2)e^x$ ។

សង់តារាងអថេរតាមនៃ f ៖

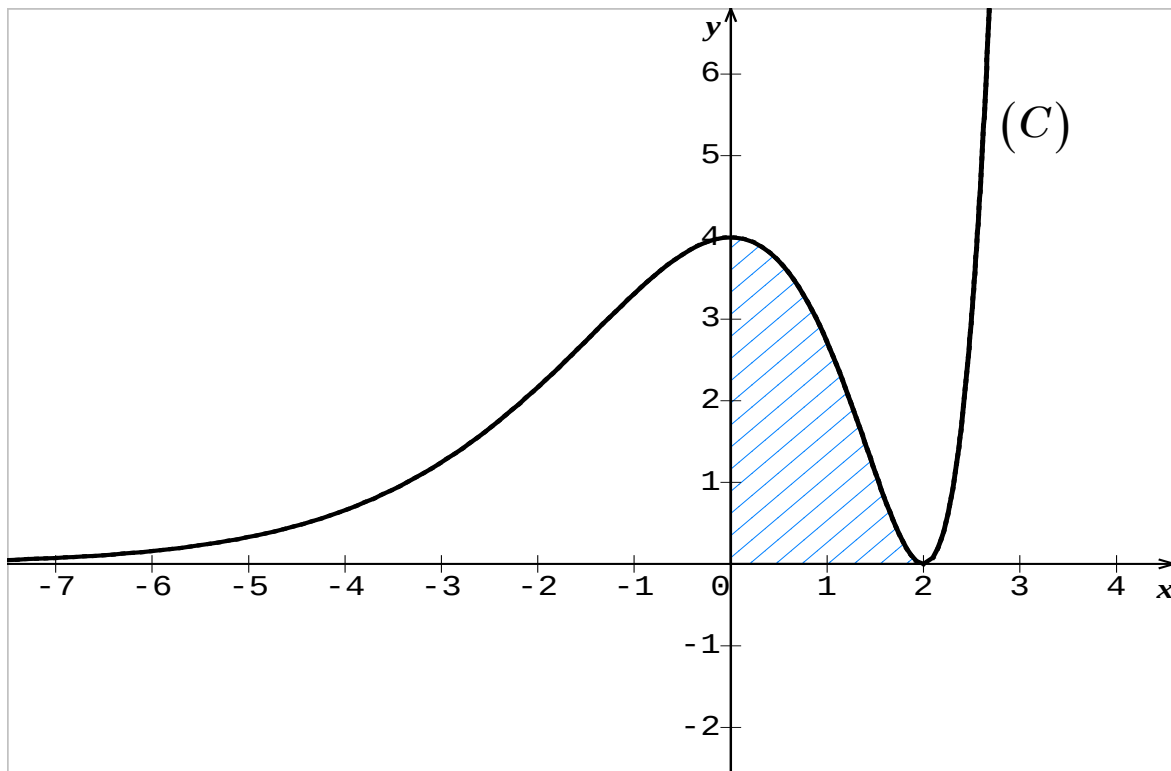
បើ $f'(x) = x(x - 2)e^x = 0$ នោះ $x_1 = 0$, $x_2 = 2$ ។

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

ចំពោះ $x = 0$ នោះ $f(0) = 4$ និងចំពោះ $x = 2$ នោះ $f(2) = 0$ ។

៣.គណនា $f(-1)$ រួចសង់ក្រាប (C) ៖

ចំពោះ $x = -1$ នោះ $f(-1) = 9e^{-1} = 3.31$ ។



៨.ស្រាយថា $F(x) = (x^2 - 6x + 10)e^x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$

យើងមាន $F(x) = (x^2 - 6x + 10)e^x$ និង $f(x) = (x^2 - 4x + 4)e^x$

យើងបាន $F'(x) = (2x - 6)e^x + (x^2 - 6x + 10)e^x$

$$F'(x) = (x^2 - 4x + 4)e^x \quad \text{Bit}$$

ដូចនេះ $F(x)$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ។

៩.គណនាផ្ទៃក្រឡានៃមធ្យាល្យ័ងខណ្ឌដោយ (C) នឹងអ័ក្ស $(x'ox)$ នឹង $x = 0$, $x = 2$ ៖

$$\text{យើងបាន } S = \int_0^2 f(x) dx = [F(x)]_0^2 = F(2) - F(0)$$

ដោយ $F(x) = (x^2 - 6x + 10)e^x$ នោះ $F(0) = 10$ និង $F(2) = 2e^2$

ដូចនេះ $S = 2(e^2 - 5)$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា) ។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី២៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x + \frac{(x-2)e^x}{e^x - x}$

(C) ជាខ្សែកោងតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរបង្ហាញថា $e^x > x$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាអនុគមន៍ f

អាចកំណត់បានចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

២. ក) បង្ហាញថា $f(x) = x + (1 - \frac{2}{x}) \frac{e^x}{\frac{e^x}{x} - 1}$ រួចទាញបញ្ជាក់ថា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ។

ខ) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_1) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣. ក) បង្ហាញថា $f(x) = 2x - 2 + \frac{x^2 e^{-x} - 2x e^{-x}}{1 - x e^{-x}}$ រួចទាញថា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ។

ខ) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៤. ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(e^x - 1)g(x)}{(e^x - x)^2}$ ដែល g ជា

អនុគមន៍កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = 2e^x - x^2$ ។

ខ) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា g ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R}$ ។

គ) គណនា $g(-1)$ និង $g(0)$ រួចទាញថាមានចំនួនពិត $\alpha \in (-1, 0)$ តែមួយគត់ ដែល $g(\alpha) = 0$ ។ ចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(-\infty, \alpha)$ និង $[\alpha, +\infty)$ ។

ឃ) ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $e^x - 1$ រួចទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។

ង) ចូរបង្ហាញថា $f(\alpha) = 2\alpha$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៥. គេឲ្យ $\alpha = -0.9$ ។ គណនាតម្លៃ $f(-0.9)$, $f(0)$ និង $f(2)$ ។

ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x + \frac{(x-2)e^x}{e^x - x}$

(C) ជាខ្សែកោងតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអត្ថន័យម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ច្រក់ $x \in \mathbb{R}$ បង្ហាញថា $e^x > x$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាអនុគមន៍ f កំណត់ច្រក់ $x \in \mathbb{R}$ ៖

តាង $h(x) = e^x - x$ ច្រក់ $x \in \mathbb{R}$ នោះយើងបាន $h'(x) = e^x - 1$

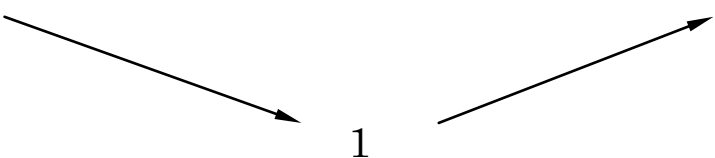
បើ $h'(x) = e^x - 1 < 0$ សមមូល $e^x < 1$ ឬ $x < 0$ ។

បើ $h'(x) = e^x - 1 = 0$ សមមូល $e^x = 1$ ឬ $x = 0$ ។

បើ $h'(x) = e^x - 1 > 0$ សមមូល $e^x > 1$ ឬ $x > 0$ ។

ចំពោះ $x = 0$ យើងបាន $h(0) = e^0 - 0 = 1$ ។

តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ h :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	0	$+$
$h(x)$			

តាមតារាងអថេរភាពខាងលើយើងទាញបាន $\forall x \in \mathbb{R} : h(x) = e^x - x \geq 1 > 0$

ដូចនេះ $e^x > x$ គ្រប់ចំនួនពិត x ។

ដោយ $e^x > x$ គ្រប់ចំនួនពិត x នោះ $e^x - x > 0$ គ្រប់ចំនួនពិត x ។

ដូចនេះ $f(x) = x + \frac{(x-2)e^x}{e^x - x}$ កំណត់បានចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។

២.ក)បង្ហាញថា $f(x) = x + (1 - \frac{2}{x}) \frac{e^x}{\frac{e^x}{x} - 1}$ រួចទាញបញ្ជាក់ថា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ៖

យើងមាន $f(x) = x + \frac{(x-2)e^x}{e^x - x} = x + \frac{(x-2)e^x}{x(\frac{e^x}{x} - 1)} = x + \frac{x-2}{x} \frac{e^x}{\frac{e^x}{x} - 1}$

ដូចនេះ $f(x) = x + (1 - \frac{2}{x}) \frac{e^x}{\frac{e^x}{x} - 1}$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [x + (1 - \frac{2}{x}) \frac{e^x}{\frac{e^x}{x} - 1}] = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$

និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{e^x}{x} - 1 \right) = -1$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{2}{x} \right) = 1$ ។

ខ)ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$

រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_1) ជាមួយខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) = x + (1 - \frac{2}{x}) \frac{e^x}{\frac{e^x}{x} - 1}$ នោះ $f(x) - x = (1 - \frac{2}{x}) \frac{e^x}{\frac{e^x}{x} - 1}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} [(1 - \frac{2}{x}) \frac{e^x}{\frac{e^x}{x} - 1}] = 0$ នោះបន្ទាត់ $(d_1): y = x$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $(C): f(x) = x + \frac{(x-2)e^x}{e^x - x}$ និង $(d_1): y = x$

គេបាន $f(x) - y_{d_1} = \frac{(x-2)e^x}{e^x - x}$ មានសញ្ញាដូច $(x-2)$ ព្រោះ $\frac{e^x}{e^x - x} > 0$ ។

.បើ $x - 2 > 0$ ឬ $x > 2$ សមមូល $f(x) - y_{d_1} = \frac{(x-2)e^x}{e^x - x} > 0$ នោះខ្សែកោង (C)

ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ (d_1) ។

.បើ $x - 2 = 0$ ឬ $x = 2$ សមមូល $f(x) - y_{d_1} = \frac{(x-2)e^x}{e^x - x} = 0$ នោះខ្សែកោង (C)

ប្រសព្វខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច $M(2, 2)$ ។

.បើ $x - 2 < 0$ ឬ $x < 2$ សមមូល $f(x) - y_{d_1} = \frac{(x-2)e^x}{e^x - x} < 0$ នោះខ្សែកោង (C)

ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_1) ។

៣.ក)បង្ហាញថា $f(x) = 2x - 2 + \frac{x^2 e^{-x} - 2x e^{-x}}{1 - x e^{-x}}$ រួចទាញថា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ៖

យើងមាន $f(x) = x + \frac{(x-2)e^x}{e^x - x} = x + (x-2) + \left[\frac{(x-2)e^x}{e^x - x} - (x-2) \right]$

$$= 2x - 2 + \frac{x^2 - 2x}{e^x - x} = 2x - 2 + \frac{(x^2 - 2x)e^{-x}}{(e^x - x)e^{-x}}$$

$$= 2x - 2 + \frac{x^2 e^{-x} - 2x e^{-x}}{1 - x e^{-x}}$$

ដូចនេះ $f(x) = 2x - 2 + \frac{x^2 e^{-x} - 2x e^{-x}}{1 - x e^{-x}}$ ។

ខ)ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) ជាមួយខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $(C): f(x) = 2x - 2 + \frac{x^2 e^{-x} - 2x e^{-x}}{1 - x e^{-x}}$ និង $(d_2): y = 2x - 2$

យើងបាន $f(x) - y_{d_2} = (2x - 2 + \frac{x^2 e^{-x} - 2x e^{-x}}{1 - x e^{-x}}) - (2x - 2) = \frac{x^2 e^{-x} - 2x e^{-x}}{1 - x e^{-x}}$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_{d_2}] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 e^{-x} - 2x e^{-x}}{1 - x e^{-x}} \right) = 0$ ព្រោះ $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x} = 0 \end{cases}$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀតគេមាន $f(x) - y_{d_2} = \frac{x^2 - 2x}{e^x - x} = \frac{x(x - 2)}{e^x - x}$ មានសញ្ញាដូច $x^2 - 2x$ ។

បើ $x(x - 2) = 0$ សមមូល $x_1 = 0, x_2 = 2$ ។

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f(x) - y_{d_2}$	$+$	0	$-$	0	$+$

.ចំពោះ $x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ នោះ $f(x) - y_{d_2} > 0$ គេបានខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅពីខាងលើបន្ទាត់ (d_2) ។

.ចំពោះ $x \in (0, 2)$ នោះ $f(x) - y_{d_2} < 0$ គេបានខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមនៃបន្ទាត់ (d_2) ។

.ចំពោះ $x = 0$ ឬ $x = 2$ នោះខ្សែកោង (C) ប្រសព្វនឹងបន្ទាត់ (d_2) ត្រង់ចំណុច

$K(0, -2)$ និង $M(2, 2)$ ។

៨.ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(e^x - 1)g(x)}{(e^x - x)^2} :$

យើងមាន $f(x) = x + \frac{(x-2)e^x}{e^x - x}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}$ ។

$$\begin{aligned} \text{យើងបាន } f'(x) &= 1 + \frac{(x-1)e^x(e^x - x) - (x-2)e^x(e^x - 1)}{(e^x - x)^2} \\ &= \frac{(e^x - x)^2 + (e^x - x)(e^{2x} - xe^x) - (x-2)(e^{2x} - e^x)}{(e^x - x)^2} \\ &= \frac{2e^{2x} - (x^2 + 2)e^x + x^2}{(e^x - x)^2} = \frac{(e^x - 1)(2e^x - x^2)}{(e^x - x)^2} \end{aligned}$$

ដោយ $g(x) = 2e^x - x^2$ នោះ $f'(x) = \frac{(e^x - 1)g(x)}{(e^x - x)^2}$ ពិត។

ខ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា g ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R} :$

យើងមាន $g(x) = 2e^x - x^2$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$

យើងបាន $g'(x) = 2e^x - 2x = 2(e^x - x)$ តាមសម្រាយខាងលើចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$

គេមាន $e^x > x$ នោះយើងទាញបាន $g'(x) = 2(e^x - x) > 0$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

ដូចនេះ g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

គ) គណនា $g(-1)$ និង $g(0)$ រួចទាញថាមាន $\alpha \in (-1, 0)$ តែមួយគត់ដែល $g(\alpha) = 0$

យើងមាន $g(x) = 2e^x - x^2$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$

ចំពោះ $x = -1$ នោះ $g(-1) = 2e^{-1} - 1 = 2(0.36) - 1 = -0.28$ ។

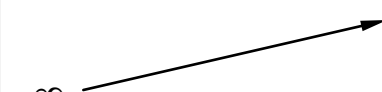
ចំពោះ $x = 0$ គេបាន $g(0) = 2e^0 - 0^2 = 2$ ។

ដូចនេះ $g(-1) = -0.28$, $g(0) = 2$ ។

ម្យ៉ាងទៀតគេមាន $g(0)g(-1) = 2(-0.28) = -0.56 < 0$ និង g ជាអនុគមន៍កើន
ជានិច្ចនោះតាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃកណ្តាលបញ្ជាក់ថាមានចំនួនពិត $\alpha \in (-1, 0)$ តែមួយ
គត់ដែល $g(\alpha) = 0$ ។

បញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(-\infty, \alpha)$ និង $[\alpha, +\infty)$ ៖

តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ g :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g'(x)$	+		+
$g(x)$			

តាមតារាងអថេរភាពខាងលើនេះយើងសន្និដ្ឋានលទ្ធផលដូចតទៅ៖

.ចំពោះ $x \in (-\infty, \alpha)$ គេបាន $g(x) < 0$ ។

.ចំពោះ $x = \alpha$ គេបាន $g(\alpha) = 0$ ។

.ចំពោះ $x \in (\alpha, +\infty)$ គេបាន $g(x) > 0$ ។

ឃ)សិក្សាសញ្ញានៃ $e^x - 1$ រួចទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ ៖

.បើ $e^x - 1 < 0$ ឬ $e^x < 1$ សមមូល $x < 0$ ឬ $x \in (-\infty, 0)$ ។

. បើ $e^x - 1 = 0$ ឬ $e^x = 1$ សមមូល $x = 0$ ។

.បើ $e^x - 1 > 0$ ឬ $e^x > 1$ សមមូល $x > 0$ ឬ $x \in (0, +\infty)$ ។

តារាងសញ្ញានៃ $f'(x) = \frac{(e^x - 1)g(x)}{(e^x - x)^2}$

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$e^x - 1$	—	—	0	+
$g(x)$	—	0	+	+
$f'(x)$	+	0	—	+

ដូចនេះតាមតារាងខាងលើយើងអាចសន្និដ្ឋានពីសញ្ញានៃ $f'(x)$ ដូចតទៅ៖

.ចំពោះ $x \in (-\infty, \alpha) \cup (0, +\infty)$ គេបាន $f'(x) > 0$ ។

.ចំពោះ $x \in (\alpha, 0)$ គេបាន $f'(x) < 0$ ។

.ចំពោះ $x \in \{\alpha, 0\}$ គេបាន $f'(\alpha) = 0$ ។

ឯបង្ហាញថា $f(\alpha) = 2\alpha$ ៖

ដោយ α ជាឫសនៃ $g(x) = 0$ នោះ $g(\alpha) = 2e^\alpha - \alpha^2 = 0$ គេទាញ $e^\alpha = \frac{\alpha^2}{2}$

ដោយ $f(x) = x + \frac{(x-2)e^x}{e^x - x}$ នោះ $f(\alpha) = \alpha + \frac{(\alpha-2)e^\alpha}{e^\alpha - \alpha}$ ដោយ $e^\alpha = \frac{\alpha^2}{2}$

គេបាន $f(\alpha) = \alpha + \frac{(\alpha-2)\frac{\alpha^2}{2}}{\frac{\alpha^2}{2} - \alpha} = \alpha + \frac{\alpha^2(\alpha-2)}{\alpha^2 - 2\alpha} = \alpha + \alpha = 2\alpha$

គូសតារាងអថេរតាងនៃអនុគមន៍ f ៖

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	—	+
$f(x)$	$-\infty$	2α	-2	$+\infty$

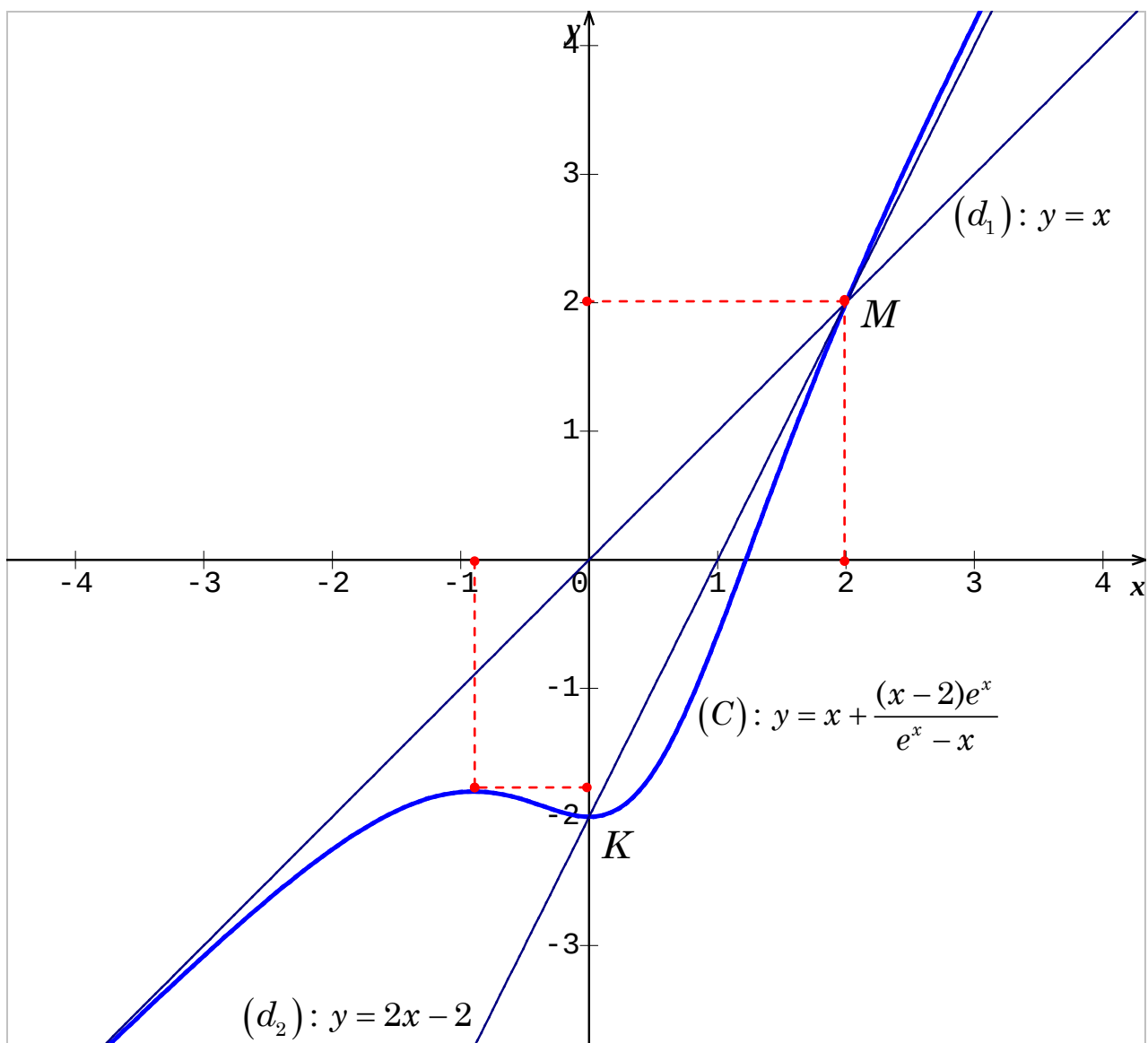
៥. គណនាតម្លៃ $f(-0.9)$, $f(0)$ និង $f(2)$

យើងមាន $f(-0.9) = f(\alpha) = 2\alpha = 2(-0.9) = -1.8$ ព្រោះ $\alpha = -0.9$ ។

ចំពោះ $x = 0$ គេបាន $f(0) = -2$ ។

ចំពោះ $x = 2$ គេបាន $f(2) = 2$ ។

សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



លំហាត់ទី២៦

ផ្នែកទីមួយ៖

គេឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = 2e^x - x^2 + 2x - 1$ ។

១.គណនា $g'(x)$, $g''(x)$ និង $g'''(x)$ ។

២.គូតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ g (មិនបាច់រកលីមីតត្រង់ $+\infty$ និង $-\infty$)

៣.គណនា $g(-1)$ និង $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការ $g(x) = 0$ មានឫសជាចំនួនពិត α តែមួយគត់ស្ថិតនៅចន្លោះ -1 និង 0 ។ ទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

ផ្នែកទីពីរ ៖

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = 2x - 3 + \frac{x^2 - 4x + 3}{e^x - x + 1}$ ។

គេតាង (C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ក) ចូរបង្ហាញថាអនុគមន៍ f អាចកំណត់បានជានិច្ចចំពោះគ្រប់តម្លៃចំនួនពិត x ។

ខ) គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២.ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_1): y = 2x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា x ខិតទៅជិត $+\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_1) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣.ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq 0$ កន្សោម $f(x)$ អាចសរសេរ ៖

$$f(x) = x + \left(1 - \frac{3}{x}\right) \frac{e^x}{\frac{e^x}{x} - 1 + \frac{1}{x}} \quad \text{។}$$

ខ) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា x ខិតទៅជិត $-\infty$ ។

គ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_2) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៤.ក) ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f'(x) = \frac{(e^x - 1)g(x)}{(e^x - x + 1)^2}$ ។

ខ) សិក្សាសញ្ញានៃ $e^x - 1$ រួចទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។

គ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(\alpha) = 2\alpha - 1$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. គេឲ្យតម្លៃប្រហែលនៃ $\alpha = \frac{1}{4}$ និង $e^{-1} = 0.4$ ។ គណនា $f(\alpha)$ និង $f(-1)$ ។

ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

ដំណោះស្រាយ

ផ្នែកទីមួយ៖

គេឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = 2e^x - x^2 + 2x - 1$ ។

១. គណនា $g'(x)$, $g''(x)$ និង $g'''(x)$ ៖

យើងមាន $g(x) = 2e^x - x^2 + 2x - 1$

យើងបាន $g'(x) = 2e^x - 2x + 2 = 2(e^x - x + 1)$

$$g''(x) = 2(e^x - 1)$$

$$g'''(x) = 2e^x$$

២. គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ g ៖

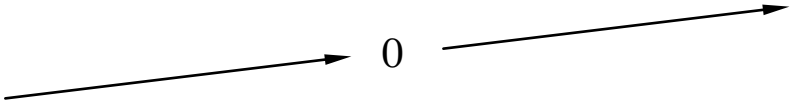
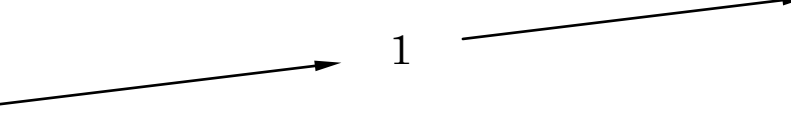
យើងមាន $g'''(x) = 2e^x > 0$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ នោះ g'' ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ច។

យើងមាន $g''(x) = 2(e^x - 1)$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$

បើ $g''(x) = 0$ នោះ $e^x = 1$ សមមូល $x = 0$ ។

បើ $g''(x) < 0$ នោះ $e^x < 1$ សមមូល $x < 0$ ។

បើ $g''(x) > 0$ នោះ $e^x > 1$ សមមូល $x > 0$ ។

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'''(x)$	+		+
$g''(x)$			
$g'(x)$			
$g(x)$			

៣.គណនា $g(-1)$ និង $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការ $g(x) = 0$ មានឫសជាចំនួន

ពិត α តែមួយគត់ស្ថិតនៅចន្លោះ -1 និង 0 ៖

យើងមាន $g(x) = 2e^x - x^2 + 2x - 1$

ចំពោះ $x = -1$ គេបាន $g(-1) = 2e^{-1} - 1 - 2 - 1 = 2(0.4) - 4 = -3.2$ ។

ចំពោះ $x = 0$ គេបាន $g(0) = 2e^0 - 0 + 0 - 1 = 2 - 1 = 1$ ។

ដោយ g ជាអនុគមន៍កើនដាច់ខាតហើយ $g(-1)g(0) = -3.2 < 0$ នោះតាមទ្រឹស្តី

បទតម្លៃកណ្តាលបញ្ជាក់ថាសមីការ $g(x) = 0$ មានឫសជាចំនួនពិត α តែមួយគត់

ដែល $-1 < \alpha < 0$ ។

តាងបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ៖

ដោយ g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ និង $g(\alpha) = 0$ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានដូចតទៅ ៖

.ចំពោះ $x \in (-\infty, \alpha)$ នោះ $g(x) < 0$ ។

.ចំពោះ $x \in (\alpha, +\infty)$ នោះ $g(x) > 0$ ។

.ចំពោះ $x = \alpha$ នោះ $g(\alpha) = 0$ ។

ផ្នែកទីពីរ ៖

១.ក)បង្ហាញថាអនុគមន៍ f អាចកំណត់បានជានិច្ចចំពោះគ្រប់តម្លៃចំនួនពិត x ៖

$$\text{យើងមាន } f(x) = 2x - 3 + \frac{x^2 - 4x + 3}{e^x - x + 1}$$

$$\text{ដោយ } e^x - x + 1 = \frac{1}{2} g'(x) > 0 \quad (\text{តាមសម្រាយផ្នែកទីមួយខាងលើ})$$

ដូចនេះអនុគមន៍ f អាចកំណត់បានជានិច្ចចំពោះគ្រប់តម្លៃ x ។

ខ)គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ៖

$$\begin{aligned} \text{យើងបាន } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2x - 3 + \frac{x^2 - 4x + 3}{e^x - x + 1} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x \left(2 - \frac{3}{x} \right) + \frac{x^2 \left(1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2} \right)}{x \left(\frac{1}{x} e^x - 1 + \frac{1}{x} \right)} \right] \end{aligned}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x \left(2 - \frac{3}{x} + \frac{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}}{\frac{1}{x}e^x - 1 + \frac{1}{x}} \right) \right] = -\infty \quad \text{។}$$

ហើយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - 3 + \frac{x^2 - 4x + 3}{e^x - x + 1} \right) = +\infty \quad \text{។}$

២.ក) ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_1): y = 2x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា x ខិតទៅជិត $+\infty$ ៖

យើងមាន $(C): f(x) = 2x - 3 + \frac{x^2 - 4x + 3}{e^x - x + 1}$ និង $(d_1): y = 2x - 3$

យើងបាន $f(x) - y_{d_1} = \left(2x - 3 + \frac{x^2 - 4x + 3}{e^x - x + 1} \right) - (2x - 3) = \frac{x^2 - 4x + 3}{e^x - x + 1}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_{d_1}] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 4x + 3}{e^x - x + 1} \right) = 0$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ

$(d_1): y = 2x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ) សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_1) ជាមួយខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) - y_{d_1} = \frac{x^2 - 4x + 3}{e^x - x + 1}$ មានសញ្ញាដូច $x^2 - 4x + 3$ ។

បើ $x^2 - 4x + 3 = 0$ នោះគេទាញបាន $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = 3$ ។

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f(x) - y_{d_1}$	+	0	0	+

តាមតារាងសញ្ញាខាងលើយើងអាចសន្និដ្ឋានលទ្ធផលដូចតទៅ៖

.ចំពោះ $x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ នោះ $f(x) - y_{d_1} > 0$ គេបានខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅពីខាងលើបន្ទាត់ (d_1) ។

.ចំពោះ $x \in (1, 3)$ នោះ $f(x) - y_{d_1} < 0$ គេបានខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមនៃបន្ទាត់ (d_1) ។

.ចំពោះ $x = 1$ ឬ $x = 3$ នោះខ្សែកោង (C) ប្រសព្វនឹងបន្ទាត់ (d_1) ត្រង់ចំណុច $A(1, -1)$ និង $B(3, 3)$ ។

៣.ក)ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq 0$ កន្សោម $f(x)$ អាចសរសេរ ៖

$$f(x) = x + \left(1 - \frac{3}{x}\right) \frac{e^x}{\frac{e^x}{x} - 1 + \frac{1}{x}}$$

$$\begin{aligned} \text{យើងមាន } f(x) &= 2x - 3 + \frac{x^2 - 4x + 3}{e^x - x + 1} = x + \left(\frac{x^2 - 4x + 3}{e^x - x + 1} + x - 3 \right) \\ &= x + \frac{(x-1)(x-3) + (x-3)(e^x - x + 1)}{e^x - x + 1} \\ &= x + \frac{(x-3)(x-1 + e^x - x + 1)}{e^x - x + 1} \\ &= x + \frac{(x-3)e^x}{e^x - x + 1} = x + \left(1 - \frac{3}{x}\right) \frac{e^x}{\frac{e^x}{x} - 1 + \frac{1}{x}} \end{aligned}$$

$$\text{ដូចនេះ } f(x) = x + \left(1 - \frac{3}{x}\right) \frac{e^x}{\frac{e^x}{x} - 1 + \frac{1}{x}} \quad \text{។}$$

ខ)ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា x ខិតទៅជិត $-\infty$ ៖

គេមាន $f(x) = x + (1 - \frac{3}{x}) \frac{e^x}{\frac{e^x}{x} - 1 + \frac{1}{x}}$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - \frac{3}{x}) \frac{e^x}{\frac{e^x}{x} - 1 + \frac{1}{x}} = 0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_2): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

គ) សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_2) ជាមួយខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $(C): f(x) = x + \frac{(x-3)e^x}{e^x - x + 1}$ (សម្រាយខាងលើ)

$(d_2): y = x$ ។

យើងបាន $f(x) - y_{d_2} = x + \frac{(x-3)e^x}{e^x - x + 1} - x = \frac{(x-3)e^x}{e^x - x + 1}$ មានសញ្ញាដូច $(x-3)$ ។

.ចំពោះ $x-3 < 0$ ឬ $x < 3$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_2) ។

.ចំពោះ $x-3 = 0$ ឬ $x = 3$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d_2) ។

.ចំពោះ $x-3 = 0$ ឬ $x = 3$ នោះខ្សែកោង (C) ប្រសព្វក្រាប (C) ត្រង់ $B(3, 3)$ ។

៤.ក) ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ស្រាយថា $f'(x) = \frac{(e^x - 1)g(x)}{(e^x - x + 1)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x) = 2x - 3 + \frac{x^2 - 4x + 3}{e^x - x + 1}$

យើងបាន $f'(x) = 2 + \frac{(2x-4)(e^x - x + 1) - (e^x - 1)(x^2 - 4x + 3)}{(e^x - x + 1)^2}$

បន្ទាប់ពីពន្លាតរួចបង្រួមមកគេទទួលបាន ៖

$f'(x) = \frac{2e^{2x} + (-x^2 + 2x - 3)e^x + x^2 - 2x + 1}{(e^x - x + 1)^2}$

ដោយ $2e^{2x} + (-x^2 + 2x - 3)e^x + x^2 - 2x + 1 = (e^x - 1)(2e^x - x^2 + 2x - 1)$
 $= (e^x - 1)g(x)$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{(e^x - 1)g(x)}{(e^x - x + 1)^2}$ ។

ខ) សិក្សាសញ្ញានៃ $e^x - 1$ រួចទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ ៖

.បើ $e^x - 1 < 0$ នោះ $e^x < 1$ ឬ $x < 0$ ។

.បើ $e^x - 1 = 0$ នោះ $e^x = 1$ ឬ $x = 0$ ។

.បើ $e^x - 1 > 0$ នោះ $e^x > 1$ ឬ $x > 0$ ។

តារាងសញ្ញានៃ $e^x - 1$ និង $f'(x)$ ៖

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$e^x - 1$	—	—	0	+
$g(x)$	—	0	+	+
$f'(x)$	+	0	—	+

គ)ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(\alpha) = 2\alpha - 1$ រួចគូសតារាងអថេរតាងនៃ f ៖

យើងមាន $f(x) = x + \frac{(x-3)e^x}{e^x - x + 1}$ នោះ $f(\alpha) = \alpha + \frac{(\alpha-3)e^\alpha}{e^\alpha - \alpha + 1}$

ដោយ $g(\alpha) = 2e^\alpha - \alpha^2 + 2\alpha - 1 = 0$ នោះ $e^\alpha = \frac{1}{2}(\alpha-1)^2$

យើងបាន $f(\alpha) = \alpha + \frac{(\alpha-3)\frac{1}{2}(\alpha-1)^2}{\frac{1}{2}(\alpha-1)^2 - (\alpha-1)} = \alpha + \frac{(\alpha-3)(\alpha-1)^2}{(\alpha-1)[(\alpha-1)-2]} = 2\alpha - 1$

ដូចនេះ $f(\alpha) = 2\alpha - 1$ ។

តារាងអថេរតាងនៃ f :

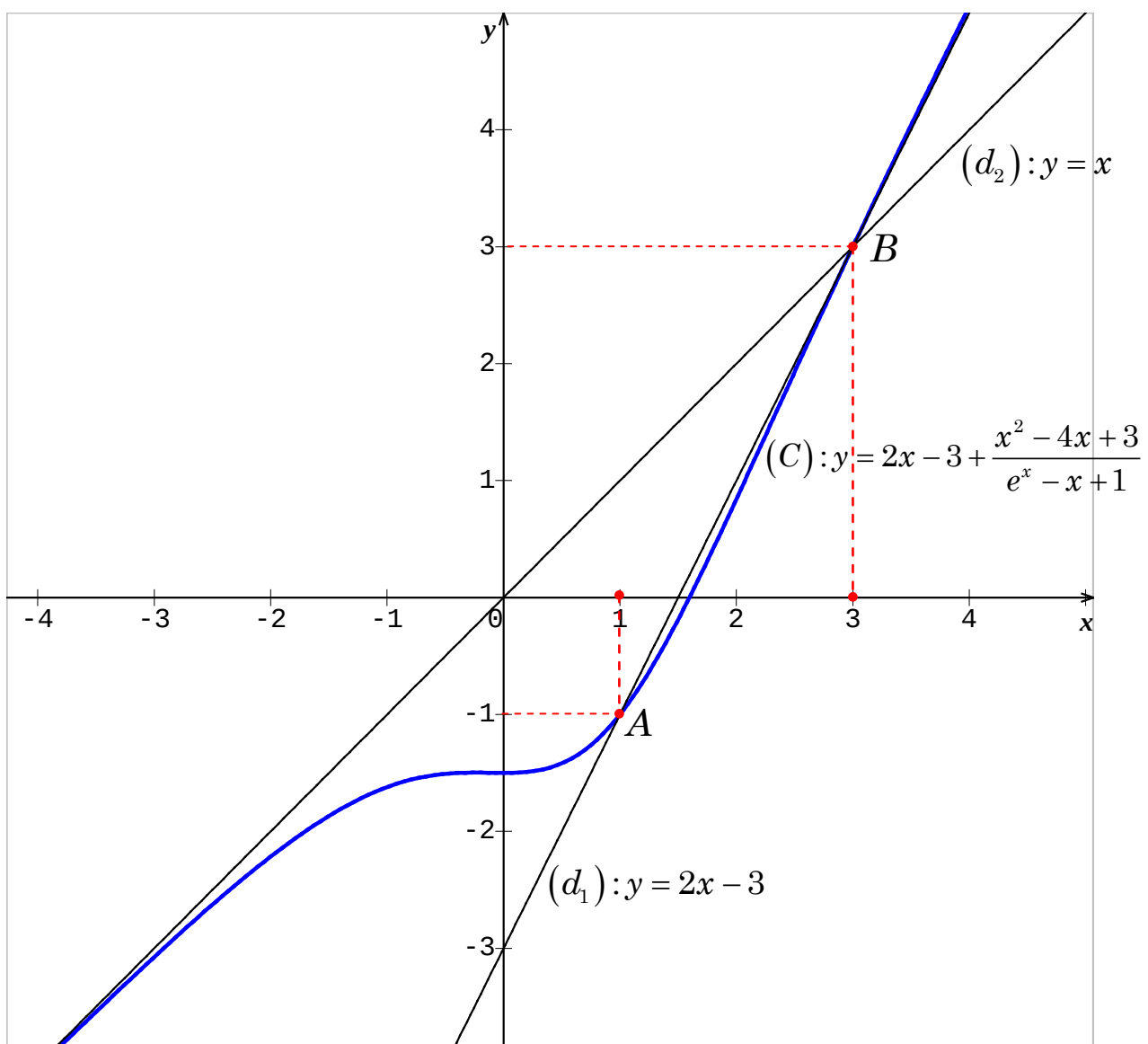
x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	—	+
$f(x)$	$-\infty$	$2\alpha - 1$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$

៥. គណនា $f(\alpha)$ និង $f(-1)$ ៖

យើងបាន $f(\alpha) = f\left(\frac{1}{4}\right) = 2\left(\frac{1}{4}\right) - 1 = -\frac{1}{2}$ ព្រោះ $\alpha = \frac{1}{4}$ (បម្រាប់)។

និង $f(-1) = -1 + \frac{-4e^{-1}}{e^{-1} + 2} = -1 - \frac{4(0.4)}{0.4 + 2} = -1.67$

សងខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយតែមួយ ៖



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី២៧

ផ្នែកទីមួយ៖

គេឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = x^2 - 2e^{-x}$ ។

១. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $1 + xe^x > 0$ ។

២. គណនា $g'(x)$ រួចទាញឲ្យបានថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ g (មិនបាច់រកលីមីតត្រង់ $+\infty$ និង $-\infty$)

៣. គណនា $g(0)$ និង $g(1)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការ $g(x) = 0$ មានឫសជាចំនួនពិត α តែមួយគត់ស្ថិតនៅចន្លោះ 0 និង 1 ។ ទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

ផ្នែកទីពីរ ៖

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x + 1 + \frac{x+2}{1+xe^x}$ ។

គេតាង (C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ក) ចូរបង្ហាញថាអនុគមន៍ f អាចកំណត់បានជានិច្ចចំពោះគ្រប់តម្លៃចំនួនពិត x ។

ខ) គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា x ខិតទៅជិត $+\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_1) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣. ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x កន្សោម $f(x)$ អាចសរសេរ ៖

$$f(x) = 2x + 3 - \frac{x(x+2)e^x}{1+xe^x} \quad \text{។}$$

- ខ) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x + 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា x ខិតទៅជិត $-\infty$ ។
- គ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_2) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។
- ៤.ក) ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f'(x) = \frac{e^x(e^x - 1)g(x)}{(1 + xe^x)^2}$ ។
- ខ) សិក្សាសញ្ញានៃ $e^x - 1$ រួចទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។
- គ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(\alpha) = 2\alpha + 1$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
៥. គេឲ្យតម្លៃប្រហែលនៃ $\alpha = 0.9$ និង $e^{-1} = 0.4$ ។ គណនា $f(\alpha)$ និង $f(-1)$ ។
- ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

ដំណោះស្រាយ

ផ្នែកទីមួយ៖

១. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ស្រាយបញ្ជាក់ថា $1 + xe^x > 0$ ៖

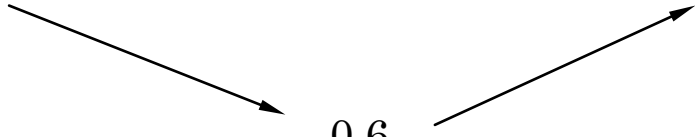
យក $h(x) = 1 + xe^x$ ដែល $x \in \mathbb{R}$

យើងបាន $h'(x) = e^x + xe^x = (1 + x)e^x$

បើ $h'(x) = 0$ សមមូល $(1 + x)e^x = 0$ នោះគេទាញយក $x = -1$ ។

ចំពោះ $x = -1$ គេបាន $h(-1) = 1 - e^{-1} = 1 - 0.4 = 0.6$ ។

តារាងអថេរភាពនៃ h :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$h'(x)$	—	0	+
$h(x)$			

តាមតារាងអថេរភាពខាងលើយើងបាន $\forall x \in \mathbb{R} : h(x) = 1 + xe^x \geq 0.6 > 0$ ។

ដូចនេះ $1 + xe^x > 0$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។

២.គណនា $g'(x)$ រួចទាញឲ្យបានថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ៖

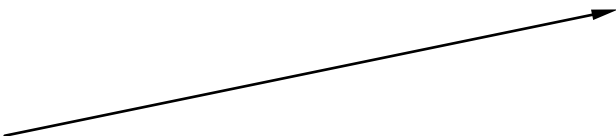
យើងមាន $g(x) = x^2 - 2e^{-x}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}$ ។

យើងបាន $g'(x) = 2x + 2e^{-x} = 2\left(x + \frac{1}{e^x}\right) = \frac{2(1 + xe^x)}{e^x}$ ។

ដោយ $1 + xe^x > 0$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x នោះយើងបាន $\forall x \in \mathbb{R} : g'(x) > 0$

ដូចនេះ g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ g ៖

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$		

៣.គណនា $g(0)$ និង $g(1)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការ $g(x) = 0$ មានឫសជាចំនួនពិត α

តែមួយគត់ស្ថិតនៅចន្លោះ 0 និង 1 ៖

យើងមាន $g(x) = x^2 - 2e^{-x}$

ចំពោះ $x = 0$ គេបាន $g(0) = 0^2 - 2e^0 = -2$ ។

ចំពោះ $x = 1$ គេបាន $g(1) = 1 - 2e^{-1} = 1 - 2(0.4) = 1 - 0.8 = 0.2$ ។

តាមសម្រាយខាងលើយើងមាន g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចនៅលើ $\mathbb{R}$ ។

ដោយយើងមាន $g(0)g(1) = (-2)(0.2) = -0.4 < 0$ នោះតាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃកណ្តាលយើងទាញបានថាសមីការ $g(x) = 0$ មានឫសជាចំនួនពិត α តែមួយគត់ស្ថិតនៅចន្លោះពីចំនួន 0 និង 1 ។

ទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ៖

យើងមាន g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចនៅលើ $\mathbb{R}$ និង $g(\alpha) = 0$ នោះយើងទាញសន្និដ្ឋានអំពីសញ្ញានៃ g ដូចតទៅ ៖

.ចំពោះ $x \in (-\infty, \alpha)$ នោះ $g(x) < 0$ ។

.ចំពោះ $x = \alpha$ នោះ $g(\alpha) = 0$ ។

.ចំពោះ $x \in (\alpha, +\infty)$ នោះ $g(x) > 0$ ។

ផ្នែកទីពីរ ៖

១.ក)បង្ហាញថាអនុគមន៍ f អាចកំណត់បានជានិច្ចចំពោះគ្រប់តម្លៃចំនួនពិត x ៖

$$\text{យើងមាន } f(x) = x + 1 + \frac{x+2}{1+xe^x}$$

តាមសម្រាយផ្នែកទីមួយខាងលើយើងមាន $\forall x \in \mathbb{R} : 1 + xe^x > 0$ ។

ដូចនេះអនុគមន៍ f អាចកំណត់បានជានិច្ចគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

ខ)គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ៖

$$\text{យើងបាន } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x + 1 + \frac{x+2}{1+xe^x} \right) = -\infty \quad \text{ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0 \quad \text{។}$$

$$\text{ហើយ } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 1 + \frac{x+2}{1+xe^x} \right) = +\infty \quad \text{ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{1+xe^x} = 0 \quad \text{។}$$

២.ក) ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង

(C) កាលណា x ខិតទៅជិត $+\infty$ ៖

យើងមាន (C): $f(x) = x + 1 + \frac{x+2}{1+xe^x}$ និង $(d_1): y = x + 1$

យើងបាន $f(x) - y_{d_1} = x + 1 + \frac{x+2}{1+xe^x} - (x+1) = \frac{x+2}{1+xe^x}$ ។

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_{d_1}] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{1+xe^x} = 0$ នោះបន្ទាត់ $(d_1): y = x + 1$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា x ខិតទៅជិត $+\infty$ ។

ខ) សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_1) ជាមួយខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) - y_{d_1} = \frac{x+2}{1+xe^x}$ មានសញ្ញាដូច $x+2$ ព្រោះ $\forall x \in \mathbb{R} : 1+xe^x > 0$

.ចំពោះ $x+2 > 0$ ឬ $x > -2$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d_1) ។

.ចំពោះ $x+2 = 0$ ឬ $x = -2$ នោះខ្សែកោង (C) ប្រសព្វ (d_1) ត្រង់ $A(-2, -1)$ ។

.ចំពោះ $x+2 < 0$ ឬ $x < -2$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_1) ។

៣.ក) ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x គេបាន $f(x) = 2x + 3 - \frac{x(x+2)e^x}{1+xe^x}$

យើងមាន $f(x) = x + 1 + \frac{x+2}{1+xe^x} = 2x + 3 + \left(\frac{x+2}{1+xe^x} - (x+2) \right)$

$$= 2x + 3 + \frac{x+2 - (x+2)(1+xe^x)}{1+xe^x}$$

$$= 2x + 3 - \frac{x(x+2)e^x}{1+xe^x}$$

ដូចនេះ $f(x) = 2x + 3 - \frac{x(x+2)e^x}{1+xe^x}$ ។

ខ) ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x + 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា x ខិតទៅជិត $-\infty$ ៖

យើងមាន $(C): f(x) = 2x + 3 - \frac{x(x+2)e^x}{1+xe^x}$ និង $(d_2): y = 2x + 3$ ។

យើងបាន $f(x) - y_{d_2} = 2x + 3 - \frac{x(x+2)e^x}{1+xe^x} - (2x + 3) = -\frac{x(x+2)e^x}{1+xe^x}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y_{d_2}] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-\frac{x(x+2)e^x}{1+xe^x} \right] = 0$ នោះបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x + 3$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

គ) សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_2) ជាមួយខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) - y_{d_2} = -\frac{x(x+2)e^x}{1+xe^x}$ មានសញ្ញាដូច $-x(x+2)$ ។

បើ $-x(x+2) = 0$ នោះគេទាញបាន $x_1 = 0$, $x_2 = -2$ ។

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f(x) - y_{d_2}$	$-$	0	$+$	0	$-$

តាមតារាងសញ្ញាខាងលើយើងអាចសន្និដ្ឋានលទ្ធផលដូចតទៅ ៖

.ចំពោះ $x \in (-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅក្រោមបន្ទាត់ (d_2) ។

.ចំពោះ $x \in (-2, 0)$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d_2) ។

.ចំពោះ $x = -2$ ឬ $x = 0$ នោះខ្សែកោង (C) ប្រសព្វជាមួយបន្ទាត់ (d_2) ត្រង់ពីរ

ចំណុច $A(-2, -1)$ និង $B(0, 3)$ ។

៤.ក) ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ស្រាយថា $f'(x) = \frac{e^x(e^x - 1)g(x)}{(1 + xe^x)^2} \quad \div$

យើងមាន $f(x) = x + 1 + \frac{x+2}{1+xe^x}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើដែនកំណត់របស់វា។

យើងបាន $f'(x) = 1 + \frac{(1+xe^x) - (x+2)(e^x + xe^x)}{(1+xe^x)^2}$

បន្ទាប់ពីបង្រួមគេបាន $f'(x) = \frac{x^2e^{2x} + (-x^2 - 2)e^x + 2}{(1+xe^x)^2}$

ដោយ $x^2e^{2x} + (-x^2 - 2)e^x + 2 = (e^x - 1)(x^2e^x - 2)$

$$= e^x(e^x - 1)(x^2 - 2e^{-x})$$

$$= e^x(e^x - 1)g(x)$$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{e^x(e^x - 1)g(x)}{(1+xe^x)^2} \quad \forall$

ខ) សិក្សាសញ្ញានៃ $e^x - 1$ រួចទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x) \quad \div$

.បើ $e^x - 1 < 0$ នោះ $e^x < 1$ ឬ $x < 0 \quad \forall$

.បើ $e^x - 1 = 0$ នោះ $e^x = 1$ ឬ $x = 0 \quad \forall$

.បើ $e^x - 1 > 0$ នោះ $e^x > 1$ ឬ $x > 0 \quad \forall$

តារាងសញ្ញានៃ $e^x - 1$ និង $f'(x) \quad \div$

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
$e^x - 1$	—	+	0	+
$g(x)$	—	0	—	+
$f'(x)$	+	0	—	+

គ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(\alpha) = 2\alpha + 1$ រួចគូសតារាងអថេរតាងនៃ f ៖

យើងមាន $f(x) = x + 1 + \frac{x+2}{1+xe^x}$ នោះ $f(\alpha) = \alpha + 1 + \frac{\alpha+2}{1+\alpha e^\alpha}$

ដោយ $g(\alpha) = \alpha^2 - 2e^{-\alpha} = 0$ នោះ $e^\alpha = \frac{2}{\alpha^2}$

គេបាន $f(\alpha) = \alpha + 1 + \frac{\alpha+2}{1+\alpha\left(\frac{2}{\alpha^2}\right)} = \alpha + 1 + \alpha = 2\alpha + 1$ ពិត។

ដូចនេះ $f(\alpha) = 2\alpha + 1$ ។

តារាងអថេរតាងនៃ f :

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	$2\alpha + 1$	$+\infty$

៥. គណនា $f(\alpha)$ និង $f(-1)$ ៖

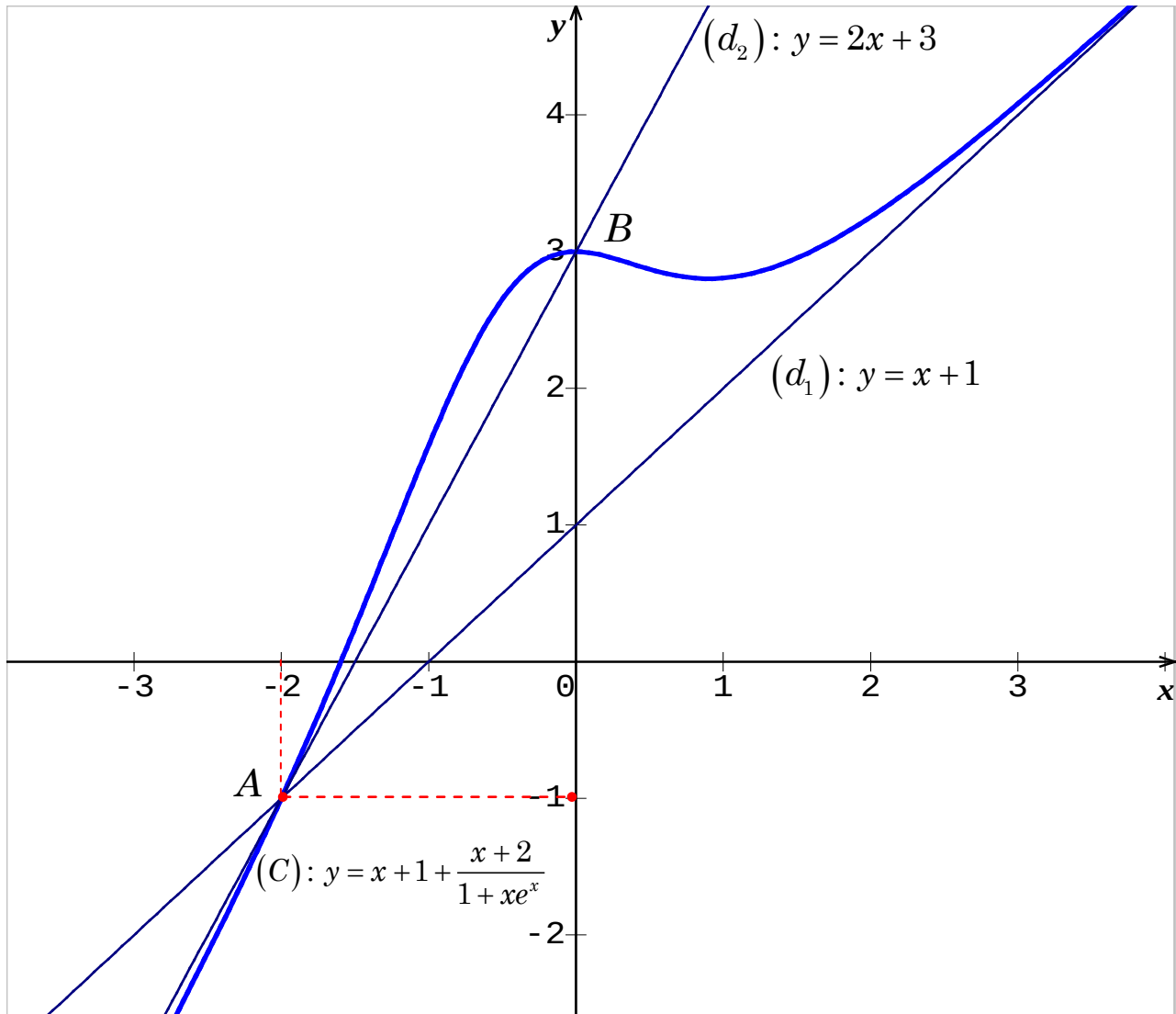
យើងមាន $f(\alpha) = 2\alpha + 1$ (សម្រាយខាងលើ)។

យើងមានតម្លៃប្រហែលនៃ $\alpha = 0.9$ នោះ $f(\alpha) = 2(0.9) + 1 = 2.8$ ។

ម្យ៉ាងទៀតចំពោះ $x = -1$ នោះ $f(-1) = -1 + 1 + \frac{-1+2}{1-e^{-1}} = \frac{1}{1-0.4} = \frac{1}{0.6} = \frac{5}{3}$

ដូចនេះ $f(\alpha) = 2.8$ និង $f(-1) = \frac{5}{3}$ ។

សង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយតែមួយ ៖



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី២៨

ផ្នែកទីមួយ៖

គេឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = e^{2x} - 2x^2$ ។

១. ដោយប្រើក្រាហ្វិកចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $e^{2x} > 2x$ ។

២. គណនា $g'(x)$ រួចទាញឲ្យបានថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ g (មិនបាច់រកលីមីតត្រង់ $+\infty$ និង $-\infty$)

៣. គណនា $g(-1)$ និង $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការ $g(x) = 0$ មានឫសជាចំនួនពិត α តែមួយគត់ស្ថិតនៅចន្លោះ -1 និង 0 ។ ទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

ផ្នែកទីពីរ ៖

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x + \frac{x-1}{1-2xe^{-2x}}$ ។

គេតាង (C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ក) ចូរបង្ហាញថាអនុគមន៍ f អាចកំណត់បានជានិច្ចចំពោះគ្រប់តម្លៃចំនួនពិត x ។

ខ) គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា x ខិតទៅជិត $-\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_1) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣. ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x កន្សោម $f(x)$ អាចសរសេរ ៖

$$f(x) = 2x - 1 + \frac{2x(x-1)e^{-2x}}{1-2xe^{-2x}} \quad \text{។}$$

ខ) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា x ខិតទៅជិត $+\infty$ ។

គ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_2) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៤.ក) ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x + 1)g(x)}{(e^{2x} - 2x)^2}$ ។

ខ) សិក្សាសញ្ញានៃ $e^x - 1$ រួចទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។

គ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(\alpha) = 2\alpha$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. គេឲ្យតម្លៃប្រហែលនៃ $\alpha = 0.49$ និង $e^{-1} = 0.4$ ។ គណនា $f(\alpha)$ និង $f(-\frac{1}{2})$

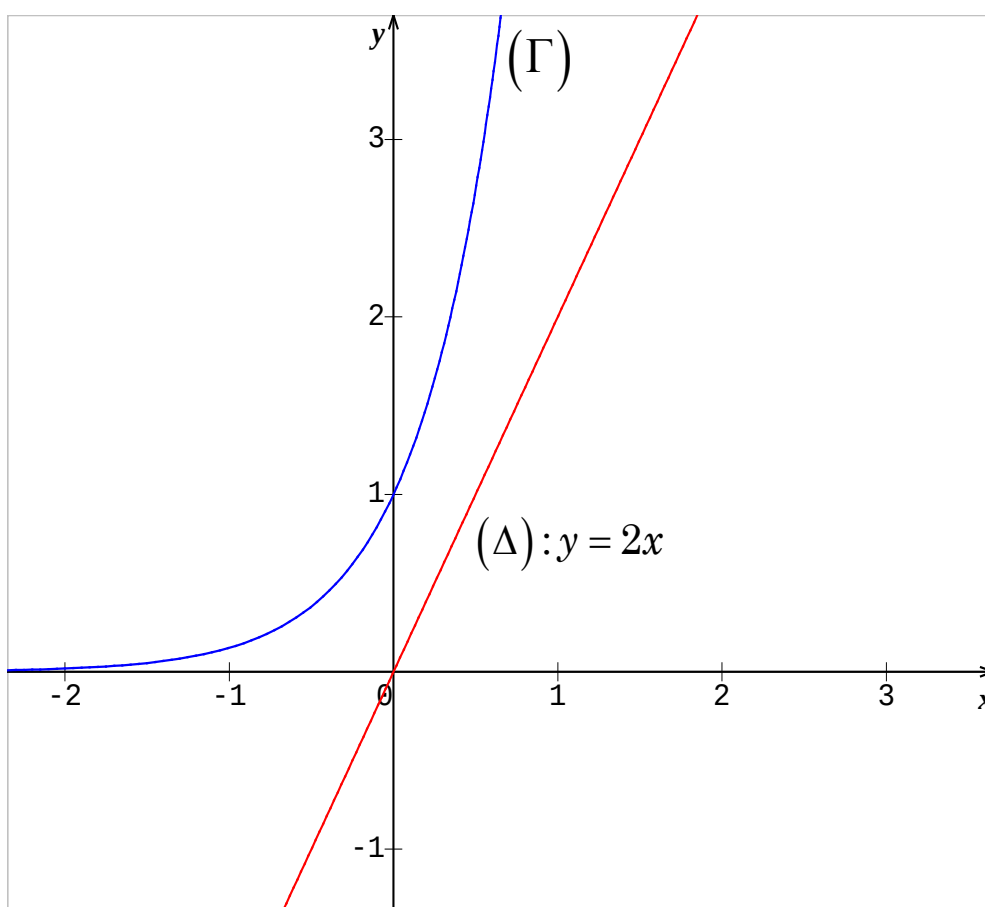
ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

ដំណោះស្រាយ

ផ្នែកទីមួយ៖

១. ដោយប្រើក្រាហ្វិកចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ស្រាយបញ្ជាក់ថា $e^{2x} > 2x$ ៖

យើងសង់ខ្សែកោង $(\Gamma): y = e^{2x}$ និងបន្ទាត់ $(\Delta): y = 2x$ ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។



តាមក្រាហ្វិកយើងសង្កេតឃើញថាខ្សែកោង (Γ) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (Δ) ជានិច្ច។
ដូចនេះ $e^{2x} > 2x$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។

២.គណនា $g'(x)$ រួចទាញឲ្យបានថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ៖

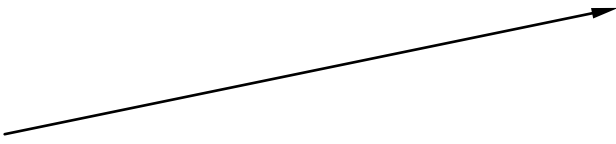
យើងមាន $g(x) = e^{2x} - 2x^2$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}$ ។

យើងបាន $g'(x) = 2e^{2x} - 4x = 2(e^{2x} - 2x)$ ។

ដោយ $e^{2x} > 2x$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x នោះយើងបាន $\forall x \in \mathbb{R} : g'(x) > 0$

ដូចនេះ g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

គូសតារាងអថេរតាងនៃអនុគមន៍ g ៖

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$		

៣.គណនា $g(-1)$ និង $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការ $g(x) = 0$ មានឫសជាចំនួនពិត α

តែមួយគត់ស្ថិតនៅចន្លោះ -1 និង 0 ៖

យើងមាន $g(x) = e^{2x} - 2x^2$

ចំពោះ $x = -1$ គេបាន $g(-1) = e^{-2} - 2 = 0.14 - 2 = -1.86$ ។

ចំពោះ $x = 0$ គេបាន $g(0) = e^0 - 2(0)^2 = 1$ ។

តាមសម្រាយខាងលើយើងមាន g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចនៅលើ $\mathbb{R}$ ។

ដោយយើងមាន $g(0)g(-1) = (-1.86)(1) = -1.86 < 0$ នោះតាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃកណ្តាលយើងទាញបានថាសមីការ $g(x) = 0$ មានឫសជាចំនួនពិត α តែមួយគត់ស្ថិតនៅចន្លោះពីរចំនួន -1 និង 0 ។

ទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ៖

យើងមាន g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចនៅលើ $\mathbb{R}$ និង $g(\alpha) = 0$ នោះយើងទាញសន្និដ្ឋានអំពីសញ្ញានៃ g ដូចតទៅ ៖

.ចំពោះ $x \in (-\infty, \alpha)$ នោះ $g(x) < 0$ ។

.ចំពោះ $x = \alpha$ នោះ $g(\alpha) = 0$ ។

.ចំពោះ $x \in (\alpha, +\infty)$ នោះ $g(x) > 0$ ។

ផ្នែកទីពីរ ៖

១.ក)បង្ហាញថាអនុគមន៍ f អាចកំណត់បានជានិច្ចចំពោះគ្រប់តម្លៃចំនួនពិត x ៖

$$\text{យើងមាន } f(x) = x + \frac{x-1}{1-2xe^{-2x}} = x + \frac{(x-1)e^{2x}}{e^{2x}-2x}$$

តាមសម្រាយផ្នែកទីមួយខាងលើយើងមាន $\forall x \in \mathbb{R} : e^{2x} > 2x$ ។

ដូចនេះអនុគមន៍ f អាចកំណត់បានជានិច្ចគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

ខ)គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ៖

$$\text{យើងបាន } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x + \frac{(x-1)e^{2x}}{e^{2x}-2x} \right) = -\infty \quad \text{ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} = 0 \quad \text{។}$$

$$\text{ហើយ } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + \frac{x-1}{1-2xe^{-2x}} \right) = +\infty \quad \text{ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-2x} = 0 \quad \text{។}$$

២.ក) ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង

(C) កាលណា x ខិតទៅជិត $-\infty$ ៖

យើងមាន (C): $f(x) = x + \frac{(x-1)e^{2x}}{e^{2x}-2x}$ និង $(d_1): y = x$

យើងបាន $f(x) - y_{d_1} = x + \frac{(x-1)e^{2x}}{e^{2x}-2x} - x = \frac{(x-1)e^{2x}}{e^{2x}-2x}$ ។

ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y_{d_1}] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)e^{2x}}{e^{2x}-2x} = 0$ នោះបន្ទាត់ $(d_1): y = x$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា x ខិតទៅជិត $-\infty$ ។

ខ) សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_1) ជាមួយខ្សែកោង (C) ៖

មាន $f(x) - y_{d_1} = \frac{(x-1)e^{2x}}{e^{2x}-2x}$ មានសញ្ញាដូច $x-1$ ព្រោះ $\forall x \in \mathbb{R} : e^{2x} - 2x > 0$

.ចំពោះ $x-1 > 0$ ឬ $x > 1$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d_1) ។

.ចំពោះ $x-1 = 0$ ឬ $x = 1$ នោះខ្សែកោង (C) ប្រសព្វ (d_1) ត្រង់ $A(-2, -1)$ ។

.ចំពោះ $x-1 < 0$ ឬ $x < 1$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_1) ។

៣.ក) ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x គេបាន $f(x) = 2x - 1 + \frac{2x(x-1)e^{-2x}}{1-2xe^{-2x}}$

យើងមាន $f(x) = x + \frac{x-1}{1-2xe^{-2x}} = 2x - 1 + \left(\frac{x-1}{1-2xe^{-2x}} - (x-1) \right)$

$$= 2x - 1 + \frac{(x-1) - (x-1)(1-2xe^{-2x})}{1-2xe^{-2x}}$$

$$= 2x - 1 + \frac{2x(x-1)e^{-2x}}{1-2xe^{-2x}}$$

ដូចនេះ $f(x) = 2x - 1 + \frac{2x(x-1)e^{-2x}}{1-2xe^{-2x}}$ ។

ខ) ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា x ខិតទៅជិត $+\infty$ ៖

យើងមាន $(C): f(x) = 2x - 1 + \frac{2x(x-1)e^{-2x}}{1-2xe^{-2x}}$ និង $(d_2): y = 2x - 1$ ។

យើងបាន $f(x) - y_{d_2} = 2x - 1 + \frac{2x(x-1)e^{-2x}}{1-2xe^{-2x}} - (2x - 1) = \frac{2x(x-1)e^{-2x}}{1-2xe^{-2x}}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_{d_2}] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2x(x-1)e^{-2x}}{1-2xe^{-2x}} \right] = 0$ នោះបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x - 1$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

គ) សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_2) ជាមួយខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) - y_{d_2} = \frac{2x(x-1)e^{-2x}}{1-2xe^{-2x}}$ មានសញ្ញាដូច $2x(x-1)$ ។

បើ $2x(x-1) = 0$ នោះគេទាញបាន $x_1 = 0$, $x_2 = 1$ ។

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f(x) - y_{d_2}$	$+$	0	$-$	0	$+$

តាមតារាងសញ្ញាខាងលើយើងអាចសន្និដ្ឋានលទ្ធផលដូចតទៅ ៖

.ចំពោះ $x \in (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ (d_2) ។

.ចំពោះ $x \in (0, 1)$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_2) ។

.ចំពោះ $x = 0$ ឬ $x = 1$ នោះខ្សែកោង (C) ប្រសព្វជាមួយបន្ទាត់ (d_2) ត្រង់ពីរ

ចំណុច $A(0, -1)$ និង $B(1, 1)$ ។

៨.ក) ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ស្រាយថា $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x + 1)g(x)}{(e^{2x} - 2x)^2} \div$

យើងមាន $f(x) = x + \frac{(x-1)e^{2x}}{e^{2x} - 2x}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើដែនកំណត់របស់វា។

យើងបាន $f'(x) = 1 + \frac{[e^{2x} + 2(x-1)](e^{2x} - 2x) - (2e^{2x} - 2x)(x-1)e^{2x}}{(e^{2x} - 2x)^2}$

បន្ទាប់ពីបង្រួមគេបាន $f'(x) = \frac{2[e^{4x} + (-2x^2 - 1)e^{2x} + 2x^2]}{(e^{2x} - 2x)^2}$

ដោយ $e^{4x} + (-2x^2 - 1)e^{2x} + 2x^2 = (e^{2x} - 1)(e^{2x} - 2x^2)$
 $= (e^x + 1)(e^x - 1)g(x)$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x + 1)g(x)}{(e^{2x} - 2x)^2}$ ។

ខ) សិក្សាសញ្ញានៃ $e^x - 1$ រួចទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x) \div$

.បើ $e^x - 1 < 0$ នោះ $e^x < 1$ ឬ $x < 0$ ។

.បើ $e^x - 1 = 0$ នោះ $e^x = 1$ ឬ $x = 0$ ។

.បើ $e^x - 1 > 0$ នោះ $e^x > 1$ ឬ $x > 0$ ។

តារាងសញ្ញានៃ $e^x - 1$ និង $f'(x) \div$

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$	
$e^x - 1$	—		0	+	
$g(x)$	—	0	+	+	
$f'(x)$	+	0	—	0	+

គ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(\alpha) = 2\alpha$ រួចគូសតារាងអថេរតាងនៃ f ៖

យើងមាន $f(x) = x + \frac{x-1}{1-2xe^{-2x}}$ នោះ $f(\alpha) = \alpha + \frac{\alpha-1}{1-2\alpha e^{-2\alpha}}$

ដោយ $g(\alpha) = e^{2\alpha} - 2\alpha^2 = 0$ នោះ $e^{-2\alpha} = \frac{1}{2\alpha^2}$

គេបាន $f(\alpha) = \alpha + \frac{\alpha-1}{1-2\alpha\left(\frac{1}{2\alpha^2}\right)} = \alpha + \alpha = 2\alpha$ ពិត។

ដូចនេះ $f(\alpha) = 2\alpha$ ។

តារាងអថេរតាងនៃ f :

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2α	-1	$+\infty$	

៥. គណនា $f(\alpha)$ និង $f(-\frac{1}{2})$ ៖

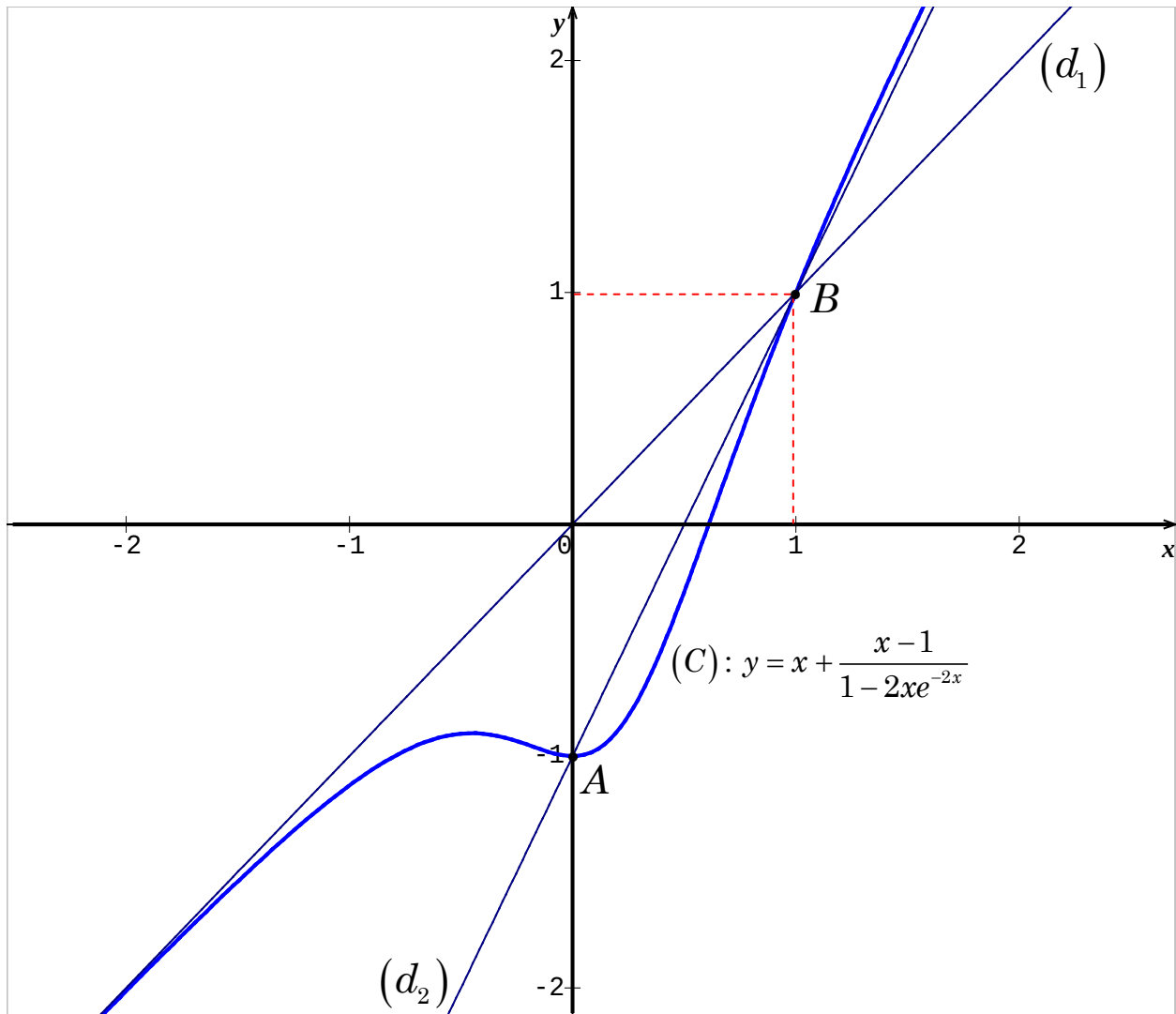
យើងមាន $f(\alpha) = 2\alpha$ (សម្រាយខាងលើ)។

យើងមានតម្លៃប្រហែលនៃ $\alpha = -0.49$ នោះ $f(\alpha) = 2(-0.49) = -0.98$ ។

ម្យ៉ាងទៀតចំពោះ $x = -\frac{1}{2}$ នោះ $f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} + \frac{-\frac{1}{2}-1}{1+e} = -0.9$

ដូចនេះ $f(\alpha) = -0.98$ និង $f(-\frac{1}{2}) = -0.9$ ។

សង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយតែមួយ ៖



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី២៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R} - \{\ln 2\}$ ដោយ $f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{e^x}{2(e^x - 2)}$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow \ln 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ

អាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង (C) ។

២. ចូរកំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរបស់ខ្សែកោង (C) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \neq \ln 2$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x - 4)}{(e^x - 2)^2}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤. កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះទាំងអស់ដែលមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ -2 ហើយប៉ះ

ទៅនឹងខ្សែកោង (C) ។

៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់វាក្នុងតម្រុយតែមួយ។

ដំណោះស្រាយ

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow \ln 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ

អាស៊ីមតូតឈរនៃខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{e^x}{2(e^x - 2)}$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x - \frac{1}{2} + \frac{e^x}{2(e^x - 2)} \right] = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ ។

ហើយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - \frac{1}{2} + \frac{e^x}{2(e^x - 2)} \right] = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{2(e^x - 2)} = \frac{1}{2}$

$\lim_{x \rightarrow \ln 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow \ln 2} \left[x - \frac{1}{2} + \frac{e^x}{2(e^x - 2)} \right] = \pm\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow \ln 2} \frac{e^x}{2(e^x - 2)} = \pm\infty$ ។

ដោយ $\lim_{x \rightarrow \ln 2} f(x) = \pm\infty$ នោះបន្ទាត់ $x = \ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតលនៃខ្សែកោង (C) ។

២. កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរបស់ខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{e^x}{2(e^x - 2)}$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{2(e^x - 2)} = 0$ នោះបន្ទាត់

$(d_1): y = x - \frac{1}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{e^x}{2(e^x - 2)} = x + \left[\frac{e^x}{2(e^x - 2)} - \frac{1}{2} \right] = x + \frac{1}{e^x - 2}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x - 2} = 0$ នោះបន្ទាត់ $(d_2): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \neq \ln 2$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x - 4)}{(e^x - 2)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x) = x + \frac{1}{e^x - 2}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R} - \{\ln 2\}$

យើងបាន $f'(x) = 1 - \frac{e^x}{(e^x - 2)^2} = \frac{(e^x - 2)^2 - e^x}{(e^x - 2)^2}$

$$= \frac{e^{2x} - 4e^x + 4 - e^x}{(e^x - 2)^2} = \frac{e^{2x} - 5e^x + 4}{(e^x - 2)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{e^{2x} - 5e^x + 4}{(e^x - 2)^2} = \frac{(e^x - 1)(e^x - 4)}{(e^x - 2)^2}$ ។

សង់តារាងអថេរតាងនៃ f :

យើងមាន $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x - 4)}{(e^x - 2)^2}$ គ្រប់ $x \neq \ln 2$ វាមានសញ្ញាដូចភាគយក ។

បើ $f'(x) = 0$ សមមូល $(e^x - 1)(e^x - 4) = 0$ ឬ $\begin{cases} e^x - 1 = 0 \\ e^x - 4 = 0 \end{cases}$

គេទាញយក $x = 0$, $x = \ln 4 = 2\ln 2$ ។

.បើ $e^x - 1 < 0$ ឬ $e^x < 1$ នោះ $x < 0$ ។

.បើ $e^x - 1 > 0$ ឬ $e^x > 1$ នោះ $x > 0$ ។

.បើ $e^x - 4 < 0$ ឬ $e^x < 4$ នោះ $x < \ln 4 = 2\ln 2$ ។

.បើ $e^x - 4 > 0$ ឬ $e^x > 4$ នោះ $x > \ln 4 = 2\ln 2$ ។

x	$-\infty$	0	$\ln 2$	$2\ln 2$	$+\infty$
$f'(x)$		0		0	
$f(x)$	$-\infty$	-1	$+\infty$	$\frac{1}{2} + 2\ln 2$	$+\infty$

៨. កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះទាំងអស់ដែលមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ -2 ហើយប៉ះនឹង (C) :

តាង x_0 ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុចប៉ះរវាងបន្ទាត់ប៉ះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ -2

ទៅនឹងខ្សែកោង (C) នោះយើងបាន $f'(x_0) = -2$ ។

ដោយ $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x - 4)}{(e^x - 2)^2}$ នោះ $\frac{(e^{x_0} - 1)(e^{x_0} - 4)}{(e^{x_0} - 2)^2} = -2$

សមមូល $e^{2x_0} - 5e^{x_0} + 4 = -2e^{2x_0} + 8e^{x_0} - 8$

សមមូល $3e^{2x_0} - 13e^{x_0} + 12 = 0$

សមមូល $(e^{x_0} - 3)(3e^{x_0} - 4) = 0$ នោះគេទាញយក $\begin{cases} x_0 = \ln 3 \\ x_0 = \ln \frac{4}{3} \end{cases}$

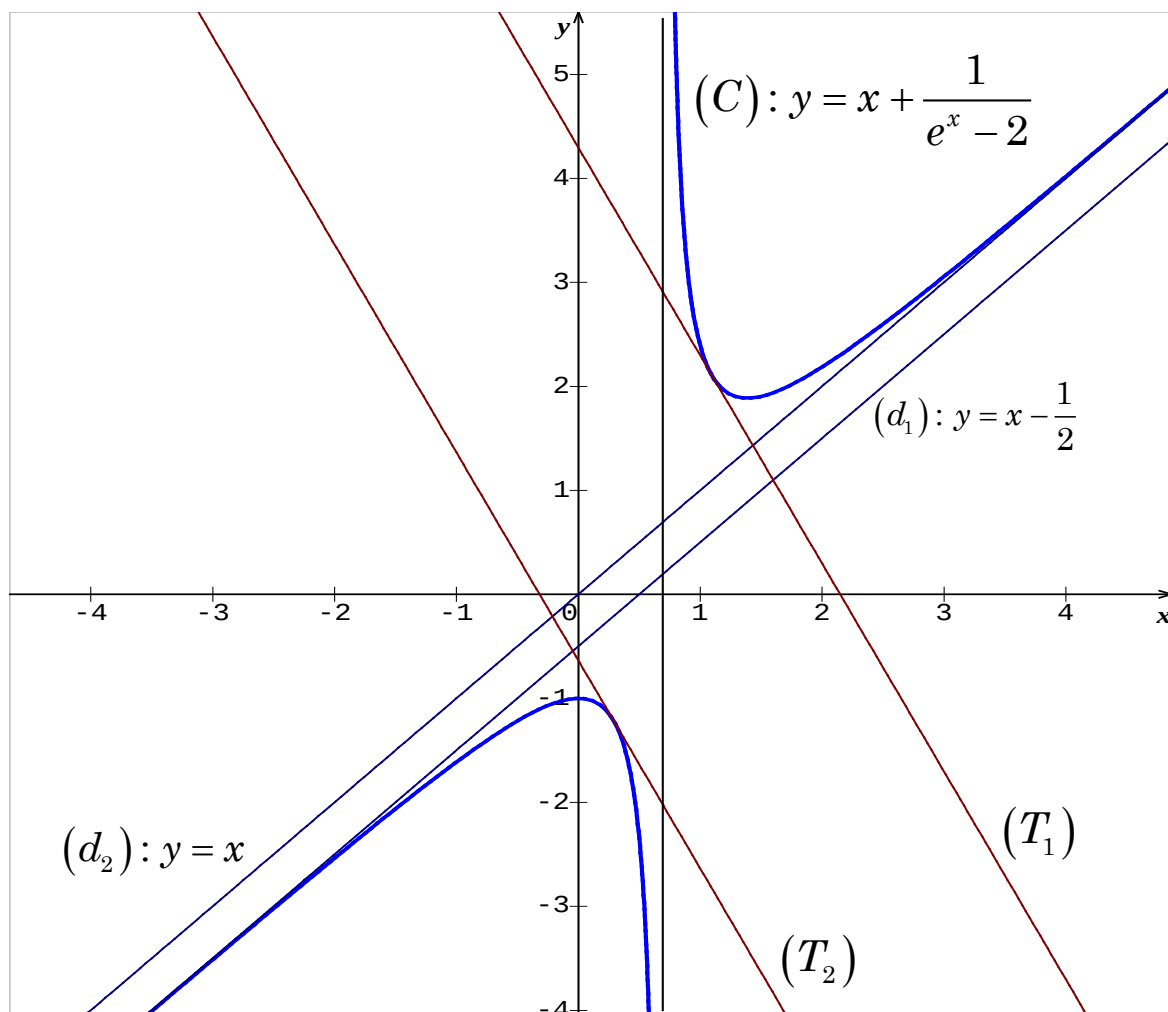
ចំពោះ $x_0 = \ln 3$ នោះ $f(\ln 3) = 1 + \ln 3 = \ln(3e)$ ។

ចំពោះ $x_0 = \ln \frac{4}{3}$ នោះ $f(\ln \frac{4}{3}) = \ln \frac{4}{3} - \frac{3}{2}$ ។

សមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោងដែលមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង -2 គឺ ៖

$(T_1): y = -2x + 2\ln 3 + \ln 3e$ និង $(T_2): y = -2x + 3\ln \frac{4}{3} - \frac{3}{2}$ ។

៥. សង់ក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់វាក្នុងតម្រុយតែមួយ៖



លំហាត់ទី៣០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R} - \{\ln 3\}$ ដោយ $f(x) = x + \frac{4}{e^x - 3}$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow \ln 3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ

អាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង (C) ។

២. ចូរកំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរបស់ខ្សែកោង (C) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \neq \ln 3$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^{2x} - 10e^x + 9}{(e^x - 3)^2}$ ។

គូសតារាងអប្បបរមាភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤. ចូរសង់ក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់វាក្នុងតម្រុយតែមួយ។

ដំណោះស្រាយ

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow \ln 3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ

អាស៊ីមតូតឈរនៃខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) = x + \frac{4}{e^x - 3}$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x + \frac{4}{e^x - 3} \right] = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ ។

ហើយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x + \frac{4}{e^x - 3} \right] = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{e^x - 3} = 0$ ។

$$\lim_{x \rightarrow \ln 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow \ln 3} \left[x + \frac{4}{e^x - 3} \right] = \pm \infty \quad \text{ព្រោះ} \quad \lim_{x \rightarrow \ln 3} \frac{4}{e^x - 3} = \pm \infty \quad \text{។}$$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow \ln 3} f(x) = \pm \infty$ នោះបន្ទាត់ $x = \ln 3$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃខ្សែកោង (C) ។

២. កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរបស់ខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) = x + \frac{4}{e^x - 3}$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{e^x - 3} = 0$ នោះបន្ទាត់

$(d_1): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $f(x) = x - \frac{4}{3} + \left(\frac{4}{e^x - 3} + \frac{4}{3} \right) = x - \frac{4}{3} + \frac{4e^x}{3(e^x - 3)}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4e^x}{3(e^x - 3)} = 0$ នោះបន្ទាត់ $(d_2): y = x - \frac{4}{3}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

នៃ (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \neq \ln 3$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^{2x} - 10e^x + 9}{(e^x - 3)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x) = x + \frac{4}{e^x - 3}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R} - \{\ln 3\}$

$$\begin{aligned} \text{យើងបាន } f'(x) &= 1 - \frac{4e^x}{(e^x - 3)^2} = \frac{(e^x - 3)^2 - 4e^x}{(e^x - 3)^2} \\ &= \frac{e^{2x} - 6e^x + 9 - 4e^x}{(e^x - 3)^2} = \frac{e^{2x} - 10e^x + 9}{(e^x - 3)^2} \end{aligned}$$

$$\text{ដូចនេះ } f'(x) = \frac{e^{2x} - 10e^x + 9}{(e^x - 3)^2} \quad \text{។}$$

សងតារាងអថេរតាងនៃ f :

$$\text{យើងមាន } f'(x) = \frac{e^{2x} - 10e^x + 9}{(e^x - 3)^2} = \frac{(e^x - 1)(e^x - 9)}{(e^x - 3)^2}$$

គ្រប់ $x \neq \ln 3$ វាមានសញ្ញាដូច $(e^x - 1)(e^x - 9)$ ។

បើ $f'(x) = 0$ សមមូល $(e^x - 1)(e^x - 9) = 0$ ឬ $\begin{cases} e^x - 1 = 0 \\ e^x - 9 = 0 \end{cases}$

គេទាញបាន $x = 0$, $x = \ln 9 = 2\ln 3$ ។

.បើ $e^x - 1 < 0$ ឬ $e^x < 1$ នោះ $x < 0$ ។

.បើ $e^x - 1 > 0$ ឬ $e^x > 1$ នោះ $x > 0$ ។

.បើ $e^x - 9 < 0$ ឬ $e^x < 9$ នោះ $x < \ln 9 = 2\ln 3$ ។

.បើ $e^x - 9 > 0$ ឬ $e^x > 9$ នោះ $x > \ln 9 = 2\ln 3$ ។

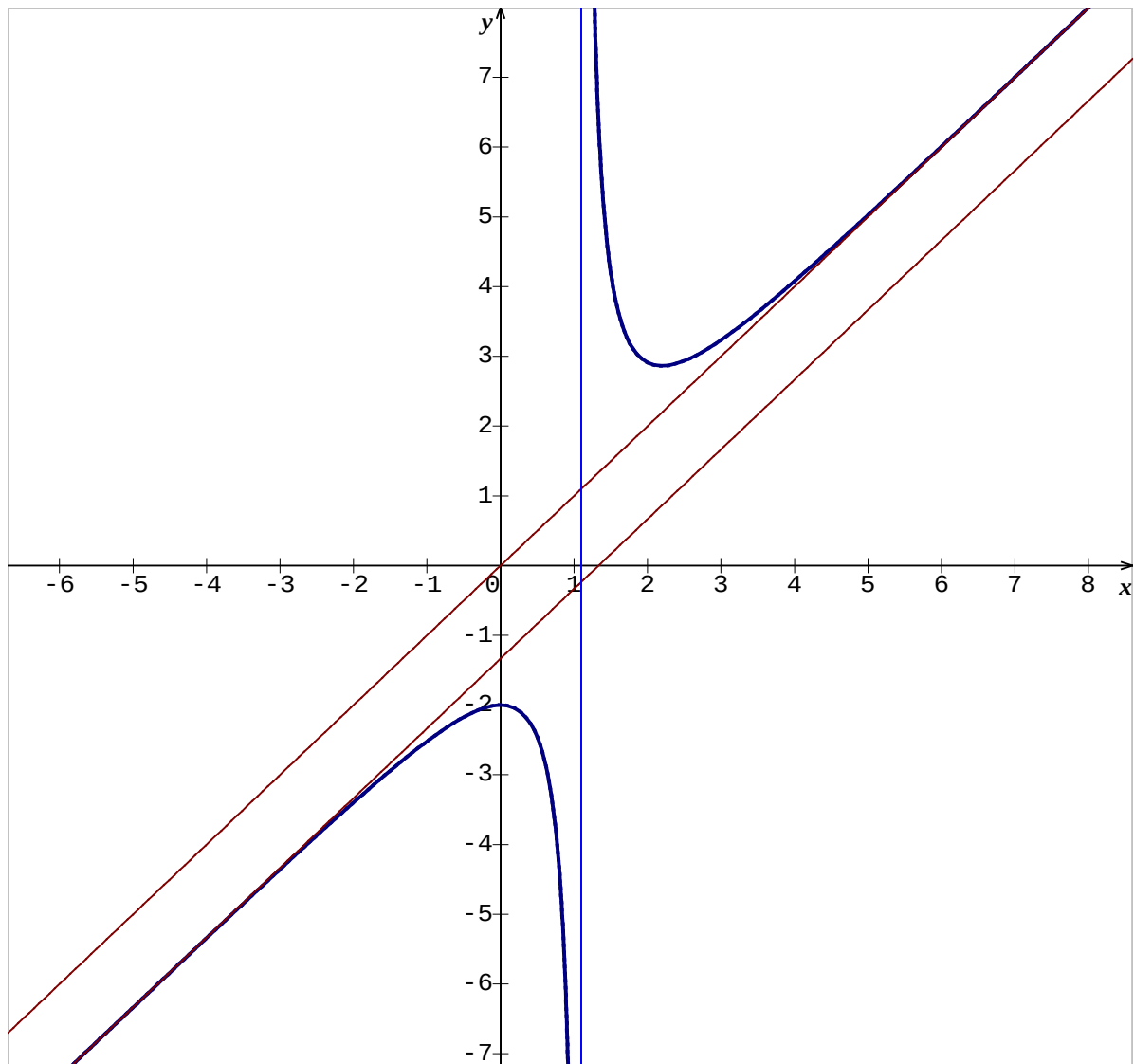
x	$-\infty$	0	$\ln 3$	$2\ln 3$	$+\infty$
$f'(x)$		0		0	
$f(x)$	$-\infty$	-2	$+\infty$	$\frac{2}{3} + 2\ln 3$	$+\infty$

គេមាន $f(x) = x + \frac{4}{e^x - 3}$

ចំពោះ $x = 0$ គេបាន $f(0) = -2$ ។

ចំពោះ $x = 2\ln 3$ គេបាន $f(2\ln 3) = \frac{2}{3} + 2\ln 3$

៨.សង់ក្រាប(C)និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់វាក្នុងតម្រុយតែមួយ៖



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី៣១

ផ្នែកទីមួយ

គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = e^x - x - 1$ ។

១.គណនា $g'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $g'(x)$ ។

២.គូសតារាងអបេរភាពនៃ g រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ g លើ $\mathbb{R}$ ។

(មិនបាច់គណនាលីមីតនៃ $g(x)$ ខាង $-\infty$ និង $+\infty$ ទេ)

ផ្នែកទីពីរ

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 1 + \frac{x+2}{e^x}$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ រួចសិក្សាទីតាំងជៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f'(x) = e^{-x}(e^x - x - 1)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថា

$f'(x)$ និង $g(x)$ មានសញ្ញាដូចគ្នា ។

ខ) គូសតារាងអបេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ស្របនឹងបន្ទាត់ (d) ហើយប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ។

៥.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) & (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ផ្នែកទីបី

គេឲ្យអនុគមន៍ F កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $F(x) = \frac{x^2}{2} + x - \frac{x+3}{e^x}$ ។

១.ស្រាយបញ្ជាក់ថា $F(x)$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ៖

២.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ នៃផ្នែកប្លង់កំណត់ដោយខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (d) និងបន្ទាត់ឈរ $x = -2$ និង $x = \lambda$ ដែល $\lambda > -2$ ។

៣.គណនា $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ។

ដំណោះស្រាយ

ផ្នែកទីមួយ

១.គណនា $g'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $g'(x)$ ៖

យើងមាន $g(x) = e^x - x - 1$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}$

យើងបាន $g'(x) = e^x - 1$ ។

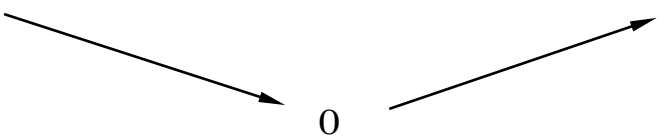
.បើ $g'(x) = e^x - 1 = 0$ នោះគេបាន $e^x = 1 = e^0$ ឬ $x = 0$ ។

.បើ $g'(x) = e^x - 1 < 0$ នោះគេបាន $e^x < 1 = e^0$ ឬ $x < 0$ ។

.បើ $g'(x) = e^x - 1 > 0$ នោះគេបាន $e^x > 1 = e^0$ ឬ $x > 0$ ។

២.គូសតារាងអថេរតាមនៃ g រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ g លើ $\mathbb{R}$ ៖

ចំពោះ $x = 0$ គេបាន $g(0) = e^0 - 0 - 1 = 0$ ។

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$			

ផ្នែកទីពីរ

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) :$

$$\text{គេមាន } f(x) = x + 1 + \frac{x+2}{e^x}$$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + 1 + (x+2)e^{-x}) = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty$ ។

ហើយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 1 + \frac{x}{e^x} + \frac{2}{e^x} \right) = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{e^x} \right) = 0$ ។

២. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $(d): y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$

យើងមាន $(C): f(x) = x + 1 + (x+2)e^{-x}$ និង $(d): y = x + 1$ ។

យើងបាន $f(x) - y_d = (x+2)e^{-x}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_d] = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+2)e^{-x} = 0$ នោះយើងទាញបានថាបន្ទាត់ (d)

មានសមីការ $(d): y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) បើ $x \rightarrow +\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង $(C) :$

យើងមាន $f(x) - y_d = (x+2)e^{-x}$ ដោយ $\forall x \in \mathbb{R} : e^{-x} > 0$ នោះវាមានសញ្ញាដូច

ទ្វេណា $(x+2)$ ។

.ចំពោះ $x+2 > 0$ ឬ $x > -2$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅពីលើបន្ទាត់ (d) ។

.ចំពោះ $x+2 = 0$ ឬ $x = -2$ នោះខ្សែកោង (C) ប្រសព្វជាមួយនឹងបន្ទាត់ (d)

ត្រង់ចំណុច $A(-2, -1)$ ។

.ចំពោះ $x+2 < 0$ ឬ $x < -2$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅក្រោមបន្ទាត់ (d) ។

៣.ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយថា $f'(x) = e^{-x}(e^x - x - 1)$

យើងមាន $f(x) = x + 1 + \frac{x+2}{e^x} = x + 1 + (x+2)e^{-x}$

យើងបាន $f'(x) = 1 + e^{-x} - (x+2)e^{-x} = 1 - (x+1)e^{-x}$
 $= e^{-x}(e^x - x - 1)$ ពិត

ដូចនេះ $f'(x) = e^{-x}(e^x - x - 1)$ ។

ទាញបញ្ជាក់ថា $f'(x)$ និង $g(x)$ មានសញ្ញាដូចគ្នា ៖

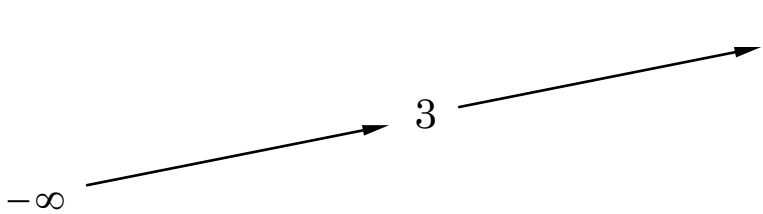
យើងមាន $f'(x) = e^{-x}(e^x - x - 1)$ និង $g(x) = e^x - x - 1$

នោះគេទាញ $f'(x) = e^{-x}g(x)$ ដោយចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R} : e^{-x} > 0$

ដូចនេះ $f'(x)$ និង $g(x)$ មានសញ្ញាដូចគ្នា។

ខ) គូសតារាងអថេរតាងនៃអនុគមន៍ f ៖

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	$+\infty$



ចំពោះ $x = 0$ នោះ $f(0) = 0 + 1 + \frac{0+2}{e^0} = 3$ ។

៤. សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ស្របនឹងបន្ទាត់ (d) ហើយប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ៖

តាង x_0 ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុចប៉ះរវាងបន្ទាត់ (T) និងខ្សែកោង (C) ។

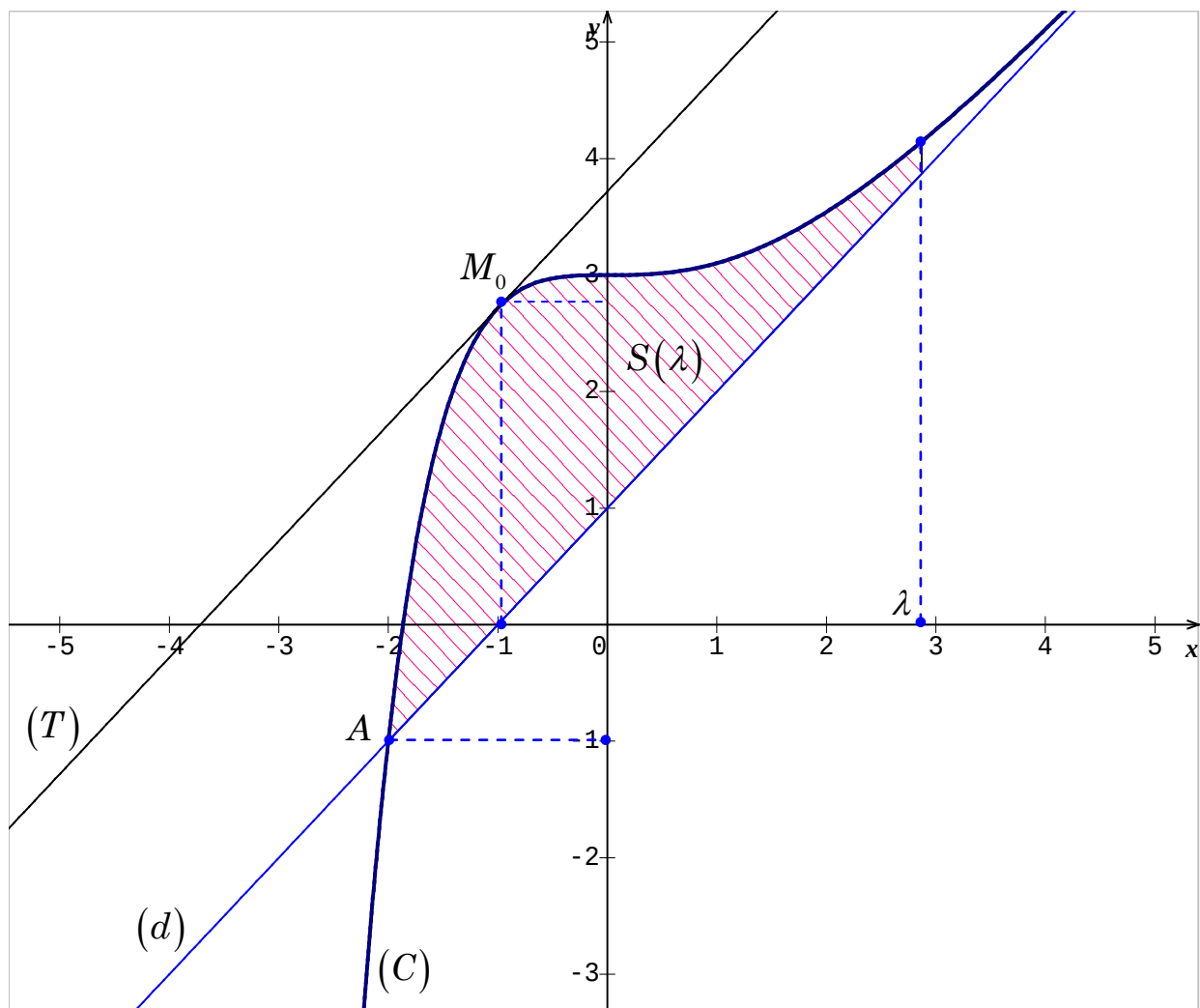
យើងបាន $(T): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

ដោយ $(T) \parallel (d): y = x + 1$ នោះ $f'(x_0) = 1$ តែ $f'(x_0) = 1 - (x_0 + 1)e^{-x_0}$

គេបាន $1 - (x_0 + 1)e^{-x_0} = 1$ នោះ $x_0 = -1$ ។

ហើយ $f(-1) = -1 + 1 + (-1 + 2)e = e$ ។ ដូចនេះ $(T): y = x + 1 + e$ ។

៥. សង់ខ្សែកោង (C) នឹងបន្ទាត់ (d) & (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



ផ្នែកទីបី

១.ស្រាយបញ្ជាក់ថា $F(x)$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ៖

$$\text{គេមាន } F(x) = \frac{x^2}{2} + x - \frac{x+3}{e^x} = \frac{x^2}{2} + x - (x+3)e^{-x}$$

$$\text{គេបាន } F'(x) = x + 1 - e^{-x} + (x+3)e^{-x} = x + 1 + (x+2)e^{-x}$$

$$F'(x) = x + 1 + \frac{x+2}{e^x} = f(x)$$

ដូចនេះ $F(x)$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ។

២.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ ៖

$$\text{យើងបាន } S(\lambda) = \int_{-2}^{\lambda} [f(x) - (x+1)] dx = \left[F(x) - \left(\frac{x^2}{2} + x \right) \right]_{-2}^{\lambda}$$

$$\text{ដោយ } F(x) = \frac{x^2}{2} + x - \frac{x+3}{e^x}$$

$$\text{គេបាន } S(\lambda) = \left[-\frac{x+3}{e^x} \right]_{-2}^{\lambda} = \left(-\frac{\lambda+3}{e^{\lambda}} \right) + e^2 = e^2 - (\lambda+3)e^{-\lambda}$$

$$\text{ដូចនេះ } S(\lambda) = e^2 - (\lambda+3)e^{-\lambda} \text{ (ឯកតាផ្ទៃ) ។ ។}$$

៣.គណនា $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ៖

$$\text{យើងបាន } \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} [e^2 - (\lambda+3)e^{-\lambda}] = e^2 \quad \text{ព្រោះ } \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} (\lambda+3)e^{-\lambda} = 0$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = e^2 \quad \text{។}$$

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី៣២

ផ្នែកទីមួយ

គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = 2e^{\frac{x}{2}} - x - 2$ ។

១. គណនា $g'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $g'(x)$ ។

២. គូសតារាងអថេរភាពនៃ g រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ g លើ $\mathbb{R}$ ។

(មិនបាច់គណនាលីមីតនៃ $g(x)$ ខាង $-\infty$ និង $+\infty$ ទេ)

ផ្នែកទីពីរ

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x - 2 + \frac{x+4}{\sqrt{e^x}}$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣. ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f'(x) = \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}g(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថា

$f'(x)$ និង $g(x)$ មានសញ្ញាដូចគ្នា ។

ខ) គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤. ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ស្របនឹងបន្ទាត់ (d) ហើយប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ។

៥. ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) & (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ផ្នែកទីបី

គេឲ្យអនុគមន៍ F កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x - 2(x+6)e^{-\frac{x}{2}}$ ។

១.ស្រាយបញ្ជាក់ថា $F(x)$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ៖

២.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ នៃផ្នែកប្លង់កំណត់ដោយខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (d) និងបន្ទាត់ឈរ $x = -2$ និង $x = \lambda$ ដែល $\lambda > -2$ ។

៣.គណនា $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ។

ដំណោះស្រាយ

ផ្នែកទីមួយ

១.គណនា $g'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $g'(x)$ ៖

យើងមាន $g(x) = 2e^{\frac{x}{2}} - x - 2$ នោះយើងបាន $g'(x) = e^{\frac{x}{2}} - 1$ ។

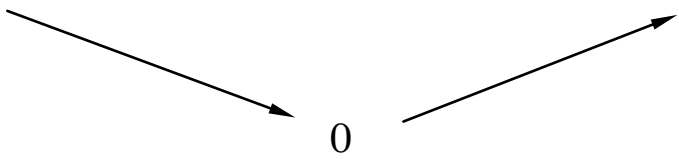
.បើ $g'(x) = e^{\frac{x}{2}} - 1 = 0$ នោះគេបាន $e^{\frac{x}{2}} = 1 = e^0$ ឬ $x = 0$ ។

.បើ $g'(x) = e^{\frac{x}{2}} - 1 < 0$ នោះគេបាន $e^{\frac{x}{2}} < 1 = e^0$ ឬ $x < 0$ ។

.បើ $g'(x) = e^{\frac{x}{2}} - 1 > 0$ នោះគេបាន $e^{\frac{x}{2}} > 1 = e^0$ ឬ $x > 0$ ។

២.គូសតារាងអថេរតាងនៃ g រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ g លើ $\mathbb{R}$ ៖

ចំពោះ $x = 0$ គេបាន $g(0) = 2e^0 - 0 - 2 = 0$ ។

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$			

ផ្នែកទីពីរ

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) :$

គេមាន $f(x) = x - 2 + \frac{x+4}{\sqrt{e^x}}$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x - 2 + \frac{x+4}{\sqrt{e^x}} \right) = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{e^x}} = +\infty$ ។

ហើយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - 2 + \frac{x+4}{\sqrt{e^x}} \right) = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+4}{\sqrt{e^x}} \right) = 0$ ។

២. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $(d): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$

យើងមាន $(C): f(x) = x - 2 + \frac{x+4}{\sqrt{e^x}}$ និង $(d): y = x - 2$ ។

យើងបាន $f(x) - y_d = \frac{x+4}{\sqrt{e^x}}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_d] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+4}{\sqrt{e^x}} = 0$ នោះយើងទាញបានថាបន្ទាត់ (d)

មានសមីការ $(d): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) បើ $x \rightarrow +\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង $(C) :$

យើងមាន $f(x) - y_d = \frac{x+4}{\sqrt{e^x}}$ ដោយ $\forall x \in \mathbb{R} : \sqrt{e^x} > 0$ នោះវាមានសញ្ញាដូច

ទ្វេណា $(x+4)$ ។

.ចំពោះ $x+4 > 0$ ឬ $x > -4$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅពីលើបន្ទាត់ (d) ។

.ចំពោះ $x + 4 = 0$ ឬ $x = -4$ នោះខ្សែកោង (C) ប្រសព្វជាមួយនឹងបន្ទាត់ (d)

ត្រង់ចំណុច $A(-4, -6)$ ។

.ចំពោះ $x + 4 < 0$ ឬ $x < -4$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅក្រោមបន្ទាត់ (d) ។

៣.ក)ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយថា $f'(x) = \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}g(x)$

យើងមាន $f(x) = x - 2 + \frac{x+4}{\sqrt{e^x}} = x - 2 + (x+4)e^{-\frac{x}{2}}$

យើងបាន $f'(x) = 1 + e^{-\frac{x}{2}} - \frac{1}{2}(x+4)e^{-\frac{x}{2}} = 1 - \frac{1}{2}(x+2)e^{-\frac{x}{2}}$

$$= \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}(2e^{\frac{x}{2}} - x - 2) = \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}g(x) \text{ ពិត}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}g(x)$ ។

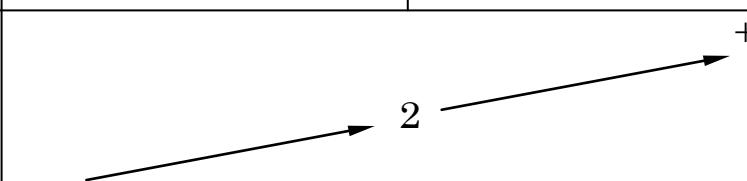
តាងបញ្ជាក់ថា $f'(x)$ និង $g(x)$ មានសញ្ញាដូចគ្នា ៖

យើងមាន $f'(x) = \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}g(x)$ ដោយចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R} : e^{-\frac{x}{2}} > 0$

ដូចនេះ $f'(x)$ និង $g(x)$ មានសញ្ញាដូចគ្នា។

ខ)គូសតារាងអថេរតាងនៃអនុគមន៍ f ៖

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	$+\infty$



ចំពោះ $x = 0$ នោះ $f(0) = 0 - 2 + 4 = 2$ ។

៤. សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ស្របនឹងបន្ទាត់ (d) ហើយប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ៖

តាង x_0 ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុចប៉ះរវាងបន្ទាត់ (T) និងខ្សែកោង (C) ។

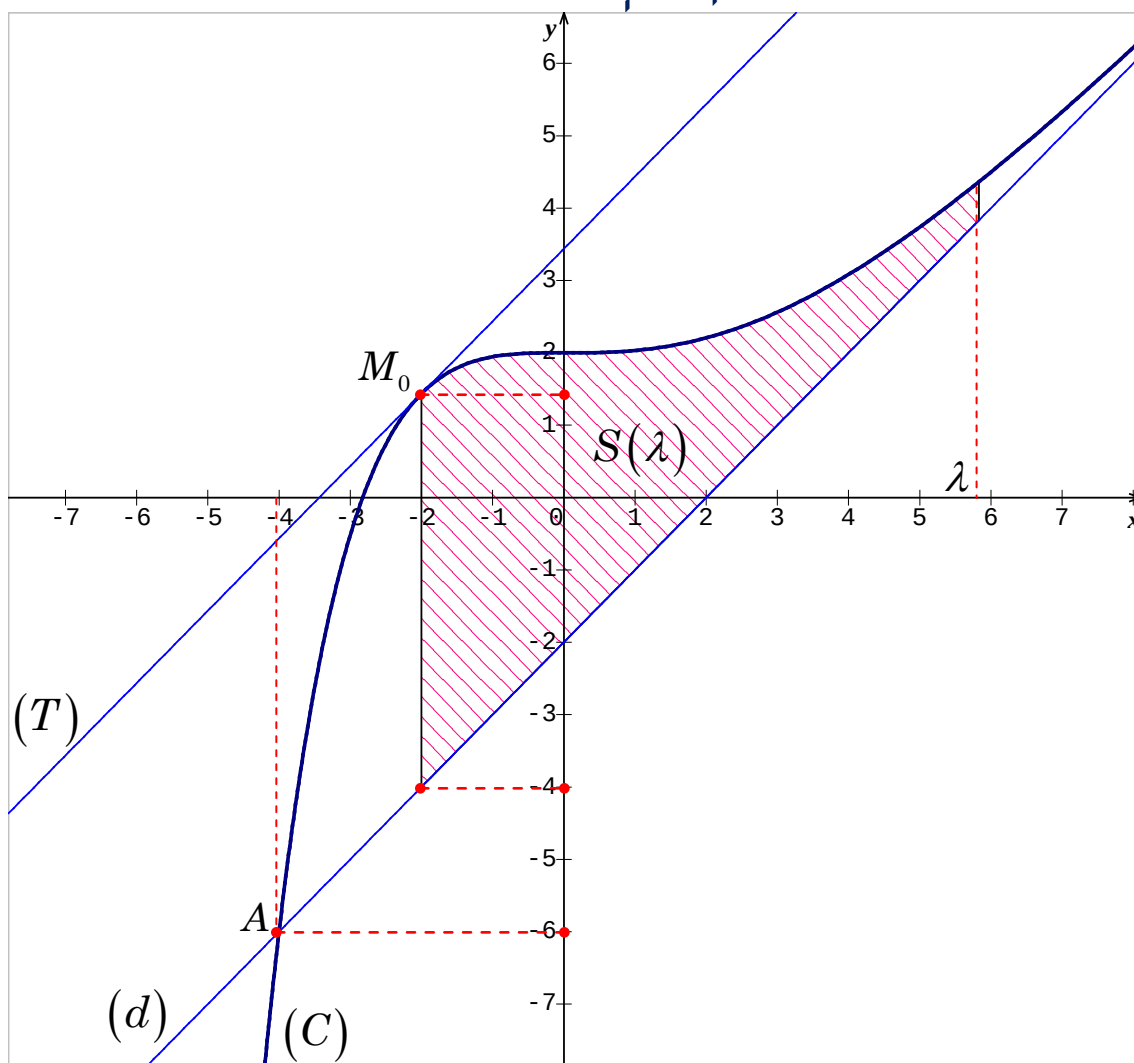
យើងបាន $(T): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

ដោយ $(T) \parallel (d): y = x + 1$ នោះ $f'(x_0) = 1$ តែ $f'(x_0) = 1 - \frac{1}{2}(x_0 + 2)e^{-\frac{x_0}{2}}$

គេបាន $1 - \frac{1}{2}(x_0 + 2)e^{-\frac{x_0}{2}} = 1$ នោះ $x_0 = -2$ ។

ហើយ $f(-2) = -2 - 2 + 2e = 2e - 4$ ។ ដូចនេះ $(T): y = x + 2e - 2$ ។

៥. សង់ខ្សែកោង (C) នឹងបន្ទាត់ (d) & (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



ផ្នែកទីបី

១.ស្រាយបញ្ជាក់ថា $F(x)$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ៖

គេមាន $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x - 2(x+6)e^{-\frac{x}{2}}$

គេបាន $F'(x) = x - 2 - 2e^{-\frac{x}{2}} + (x+6)e^{-\frac{x}{2}} = x - 2 + (x+4)e^{-\frac{x}{2}}$

$$F'(x) = x - 2 + \frac{x+4}{\sqrt{e^x}} = f(x)$$

ដូចនេះ $F(x)$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ។

២.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ ៖

យើងបាន $S(\lambda) = \int_{-2}^{\lambda} [f(x) - (x-2)] dx = \left[F(x) - \left(\frac{x^2}{2} - 2x \right) \right]_{-2}^{\lambda}$

ដោយ $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x - 2(x+6)e^{-\frac{x}{2}}$

គេបាន $S(\lambda) = \left[-2(x+6)e^{-\frac{x}{2}} \right]_{-2}^{\lambda} = \left(-\frac{2(\lambda+6)}{\sqrt{e^{\lambda}}} \right) + 4e = 4e - \frac{2\lambda+12}{\sqrt{e^{\lambda}}}$

ដូចនេះ $S(\lambda) = 4e - \frac{2\lambda+12}{\sqrt{e^{\lambda}}}$ (ឯកតាផ្ទៃ) ។

៣.គណនា $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ៖

យើងបាន $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \left[4e - \frac{2\lambda+12}{\sqrt{e^{\lambda}}} \right] = 4e$ ព្រោះ $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \frac{2\lambda+12}{\sqrt{e^{\lambda}}} = 0$

ដូចនេះ $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = 4e$ ។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី៣៣

ផ្នែកទីមួយ

គេឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = 1 - x - e^x$ ។

១.គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

២.គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

ផ្នែកទីពីរ

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = -x + 3 + \frac{x-2}{e^x + 1}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f(x) = 1 - (x-2) \frac{e^x}{e^x + 1}$ រួចទាញថា

បន្ទាត់ $(d_1): y = 1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់ (d_1) ។

២.ក) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = -x + 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់ (d_2) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$

៤.ដោយប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៥.គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប(C) បន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

គេយក $e = 2.72$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$ ។

ដំណោះស្រាយ

ផ្នែកទីមួយ

១. គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$

$$\text{យើងមាន } g(x) = 1 - x - e^x$$

$$\text{យើងបាន } g'(x) = -1 - e^x = -(e^x + 1) \text{ ។}$$

$$\text{ដោយ } \forall x \in \mathbb{R} : (e^x + 1) > 0 \text{ នោះ } g(x) = -(e^x + 1) < 0 \text{ ។}$$

ដូចនេះ g ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

២. គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$

$$\text{យើងមាន } g(x) = 1 - x - e^x$$

$$\text{ចំពោះ } x = 0 \text{ នោះ } g(0) = 1 - 0 - e^0 = 1 - 1 = 0 \text{ ។}$$

ម្យ៉ាងទៀតដោយ g ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ និង $g(0) = 0$ នោះយើងបាន៖

$$\text{.ចំពោះ } x \in (-\infty, 0) : g(x) > 0 \text{ ។}$$

$$\text{.ចំពោះ } x \in (0, +\infty) : g(x) < 0 \text{ ។}$$

ផ្នែកទីពីរ

$$\text{១. ក) ស្រាយថា } f(x) = 1 - (x - 2) \frac{e^x}{e^x + 1}$$

$$\begin{aligned} \text{យើងមាន } f(x) &= -x + 3 + \frac{x - 2}{e^x + 1} = 1 - (x - 2) + \frac{x - 2}{e^x + 1} \\ &= 1 - (x - 2) \left(1 - \frac{1}{e^x + 1}\right) = 1 - (x - 2) \frac{e^x}{e^x + 1} \end{aligned}$$

$$\text{ដូចនេះ } f(x) = 1 - (x - 2) \frac{e^x}{e^x + 1} \text{ ។}$$

ទាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y = 1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$

មាន $f(x) = 1 - (x - 2) \frac{e^x}{e^x + 1}$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[(x - 2) \frac{e^x}{e^x + 1} \right] = 0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_1): y = 1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ)សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1)

គេមាន $(C) - (d_1): f(x) - y_{d_1} = -(x - 2) \frac{e^x}{e^x + 1}$ ដោយ $\forall x \in \mathbb{R}: \frac{e^x}{e^x + 1} > 0$

នោះ $f(x) - y_{d_1} = (-x + 2) \frac{e^x}{e^x + 1}$ មានសញ្ញាដូច $(-x + 2)$ ។

បើ $-x + 2 < 0 \Leftrightarrow x > 2$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅពីក្រោមបន្ទាត់ (d_1) ។

បើ $-x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ នោះខ្សែកោង (C) កាត់បន្ទាត់ (d_1) ត្រង់ $A(2, 1)$ ។

បើ $-x + 2 > 0 \Leftrightarrow x < 2$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d_1) ។

២.ក)ស្រាយថា $(d_2): y = -x + 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$

យើងមាន $(C): y = f(x) = -x + 3 + \frac{x - 2}{e^x + 1}$ និង $(d_2): y = -x + 3$

យើងបាន $(C) - (d_2): f(x) - y_{d_2} = \frac{x - 2}{e^x + 1}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - y_{d_2} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2}{e^x + 1} = 0$ នោះគេបាន $(d_2): y = -x + 3$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ)សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_2)

យើងមាន $(C) - (d_2): f(x) - y_{d_2} = \frac{x - 2}{e^x + 1}$ ដោយ $e^x + 1 > 0$ នោះវាសញ្ញា

ដូច $(x - 2)$ ។

បើ $x - 2 < 0 \Leftrightarrow x < 2$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅពីក្រោមបន្ទាត់ (d_2) ។

បើ $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ នោះខ្សែកោង (C) កាត់បន្ទាត់ (d_2) ត្រង់ $A(2, 1)$ ។

បើ $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d_1) ។

៣.ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ដែល $g(x) = 1 - x - e^x$

យើងមាន $f(x) = -x + 3 + \frac{x-2}{e^x + 1}$

$$\begin{aligned} \text{យើងបាន } f'(x) &= -1 + \frac{e^x + 1 - e^x x + 2e^x}{(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{-e^{2x} - 2e^x - 1 + e^x + 1 - e^x x + 2e^x}{(e^x + 1)^2} \\ &= \frac{e^x - e^x x - e^{2x}}{(e^x + 1)^2} = \frac{(1 - x - e^x)e^x}{(e^x + 1)^2} = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2} \end{aligned}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ដែល $g(x) = 1 - x - e^x$ ។

៤.បញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង្ខេបតារាងអថេរតាមនៃអនុគមន៍ f ៖

យើងមាន $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ដោយ $\frac{e^x}{(e^x + 1)^2} > 0$ នោះ $f'(x)$ និង $g(x)$ មាន

សញ្ញាដូចគ្នានោះយើងអាចសន្និដ្ឋានដូចតទៅ៖

.ចំពោះ $x \in (-\infty, 0) : f'(x) > 0$ ។

.ចំពោះ $x = 0$ នោះ $f'(x) = 0$

.ចំពោះ $x \in (0, +\infty) : f'(x) < 0$ ។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	1	2	$-\infty$

៥.គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) បង្ហាត់ (d_1) និង (d_2) ៖

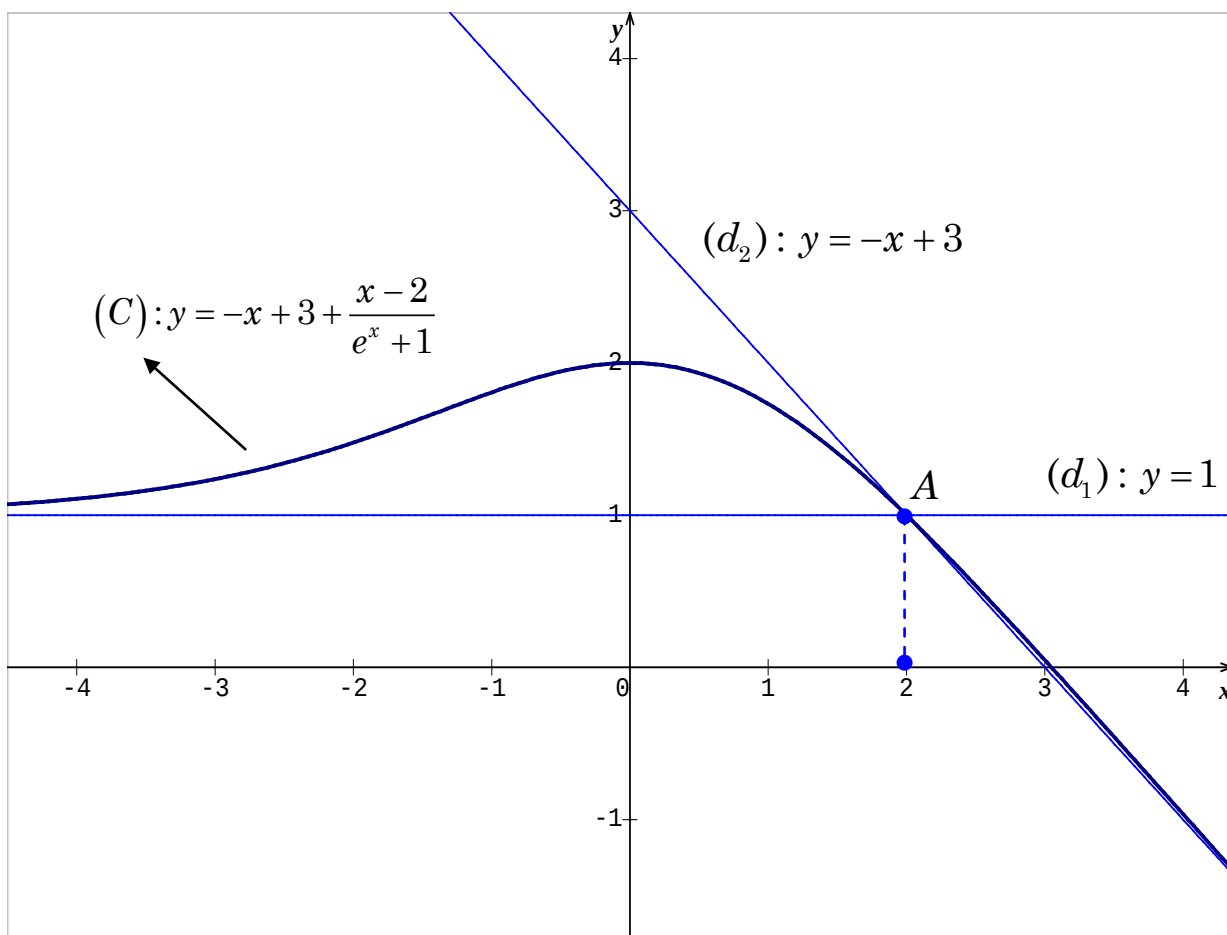
តើយក $e = 2.72$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$

យើងមាន $f(x) = -x + 3 + \frac{x-2}{e^x + 1}$

ចំពោះ $x = -2$ នោះ $f(-2) = 5 - \frac{4}{e^{-2} + 1} = 5 - \frac{4}{1.2} = 1.67$

ចំពោះ $x = -1$ នោះ $f(-1) = 1 + 3 - \frac{3}{e^{-1} + 1} = 4 - \frac{3}{1.4} = 1.86$

ចំពោះ $x = 1$ នោះ $f(1) = -1 + 3 - \frac{1}{e + 1} = 2 - \frac{2}{3.72} = 1.46$



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី៣៤

ផ្នែកទីមួយ

គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = e^x + 3x - 1$ ។

១.គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

២.គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

ផ្នែកទីពីរ

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = \frac{2(3x-4)e^x}{e^x+3}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ក) ចូរស្រាយថា $(d_1): y = 0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(C) ខាង $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់ (d_1) ។

២.ក) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 6x - 8$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់ (d_2) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{6e^x g(x)}{(e^x+3)^2}$

៤.ដោយប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង្កេតរកអថេរភាព

នៃអនុគមន៍ f ។ គេយក $e = 2.72$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$ ។

៥.គណនា $f(-2)$, $f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង្កេតក្រាប(C) បន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

ដំណោះស្រាយ

ផ្នែកទីមួយ

១.គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជាដាច់ខាតលើ $\mathbb{R}$

យើងមាន $g(x) = e^x + 3x - 1$

យើងបាន $g'(x) = e^x + 3$ ។

ដោយ $\forall x \in \mathbb{R} : e^x > 0$ នោះ g ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R}$ ។

២.គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ៖

យើងមាន $g(x) = e^x + 3x - 1$

ចំពោះ $x = 0$ នោះ $g(0) = e^0 + 2(0) - 1 = 1 - 1 = 0$ ។

ដូចនេះ $g(0) = 0$ ។

ម្យ៉ាងទៀតដោយ g ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R}$ និង $g(0) = 0$ នោះយើងបាន ៖

.ចំពោះ $x \in (-\infty, 0)$: $g(x) < 0$ ។

.ចំពោះ $x = 0$: $g(x) = 0$ ។

.ចំពោះ $x \in (0, +\infty)$: $g(x) > 0$ ។

ផ្នែកទីពីរ

១.ក)ស្រាយថា $(d_1) : y = 0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) ខាង $x \rightarrow -\infty$

យើងមាន $y = f(x) = \frac{2(3x-4)e^x}{e^x+3}$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{2(3x-4)e^x}{e^x+3} \right] = 0$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x-4)e^x = 0$

ដូចនេះ $(d_1): y = 0$ ឬអ័ក្ស (ox) ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) ខាង $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ) សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) នឹងបន្ទាត់ (d_1) ៖

យើងមាន $y = f(x) = \frac{2(3x-4)e^x}{e^x+3}$ មានសញ្ញាដូច $3x-4$ ព្រោះ $\frac{e^x}{e^x+3} > 0$

.បើ $3x-4 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{4}{3}$ នោះក្រាប (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមអ័ក្ស (ox) ។

.បើ $3x-4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$ នោះក្រាប (C) កាត់អ័ក្ស (ox) ត្រង់ $A(\frac{4}{3}, 0)$ ។

.បើ $3x-4 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{4}{3}$ នោះក្រាប (C) ស្ថិតនៅខាងលើអ័ក្ស (ox) ។

២.ក) ស្រាយថា $(d_2): y = 6x - 8$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) បើ $x \rightarrow +\infty$ ៖

យើងមាន $f(x) - y_{d_2} = \frac{2(3x-4)e^x}{e^x+3} - (6x-8) = \frac{6(4-3x)}{e^x+3}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_{d_2}] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6(4-3x)}{e^x+3} = 0$ នោះបន្ទាត់ $(d_2): y = 6x - 8$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) បើ $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ) សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) នឹងបន្ទាត់ (d_2) ៖

យើងមាន $f(x) - y_{d_2} = \frac{6(4-3x)}{e^x+3}$ មានសញ្ញាដូច $4-3x$ ព្រោះ $e^x+3 > 0$ ។

.បើ $4-3x < 0 \Leftrightarrow x > \frac{4}{3}$ នោះក្រាប (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_2) ។

.បើ $4-3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$ នោះក្រាប (C) កាត់បន្ទាត់ (d_2) ត្រង់ $A(\frac{4}{3}, 0)$ ។

.បើ $4-3x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{4}{3}$ នោះក្រាប (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d_2) ។

៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{6e^x g(x)}{(e^x + 3)^2}$

យើងបាន $f'(x) = \frac{2[3e^x + (3x - 4)e^x](e^x + 3) - 2(3x - 4)e^{2x}}{(e^x + 3)^2}$

បន្ទាប់ពីបង្រួមគេបាន $f'(x) = \frac{6e^x(e^x + 3x - 1)}{(e^x + 3)^2}$ ដោយ $g(x) = e^x + 3x - 1$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{6e^x g(x)}{(e^x + 3)^2}$ ។

៤. បញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង្កេតរកអថេរតាមតម្លៃនៃអនុគមន៍ f

យើងមាន $f'(x) = \frac{6e^x g(x)}{(e^x + 3)^2}$ ដោយ $\frac{6e^x}{(e^x + 3)^2} > 0$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច

$g(x) = e^{2x} + 3x - 1$ ។

តាមសម្រាយខាងលើយើងបាន៖

ចំពោះ $x \in (-\infty, 0)$: $f'(x) < 0$ ។

ចំពោះ $x = 0$: $f'(x) = 0$ ។

និងចំពោះ $x \in (0, +\infty)$: $f'(x) > 0$ ។

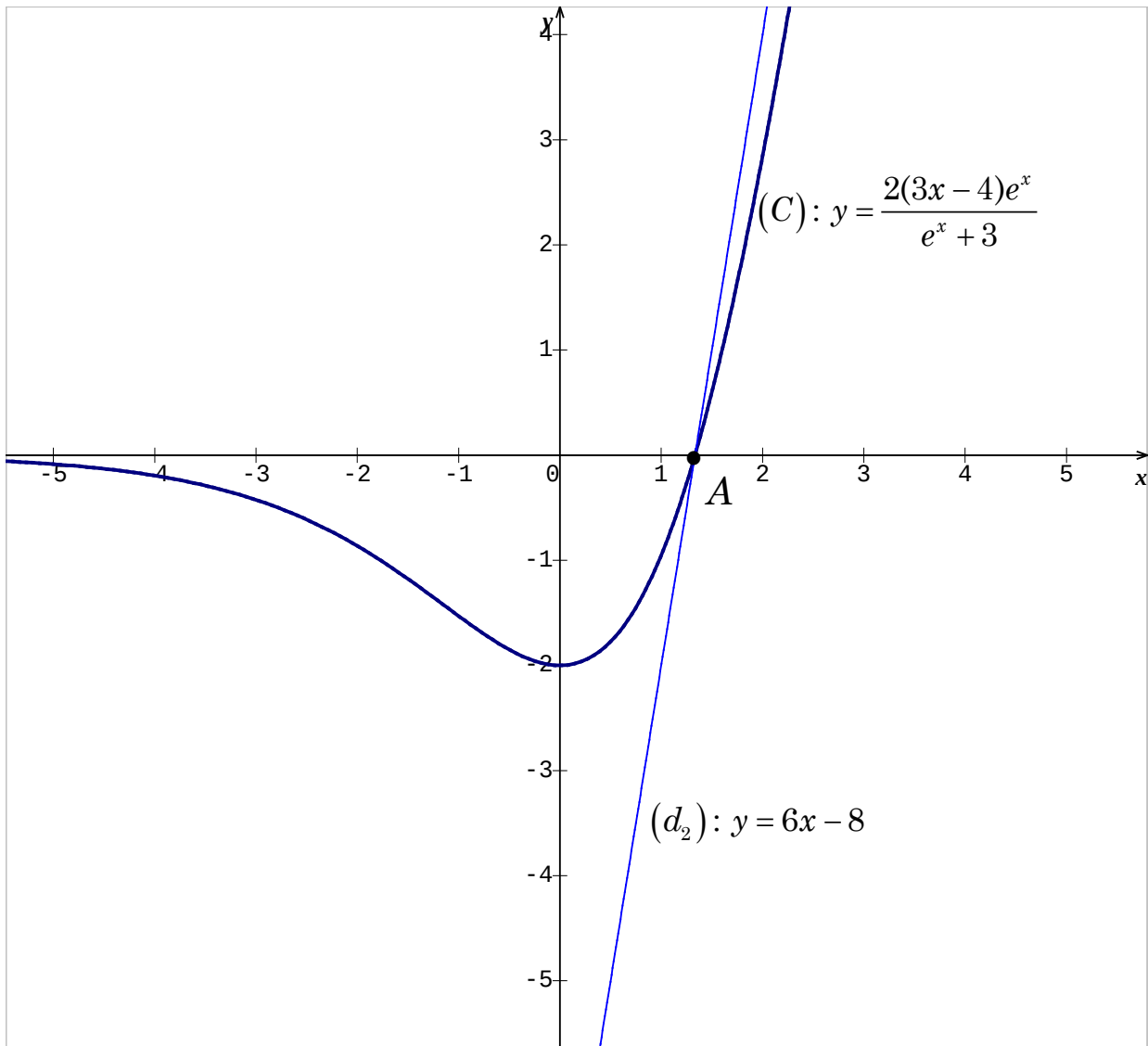
តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	0	-2	$+\infty$

ចំពោះ $x = 0$ នោះ $f(0) = -2$ ។

៥.គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) បង្គោត (d_1) និង (d_2) ៖

$f(-2) = -1.25$, $f(-1) = -1.65$, $f(1) = -0.95$ ។



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី៣៥

ផ្នែកទីមួយ

គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = e^x + 2x - 1$ ។

១.គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

២.គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

ផ្នែកទីពីរ

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = \frac{2(x-1)e^x + 2}{e^x + 2}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f(x) = 1 + \frac{(2x-3)e^x}{e^x + 2}$ រួចទាញថា

បន្ទាត់ $(d_1): y = 1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់ (d_1) ។

២.ក) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់ (d_2) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{2e^x g(x)}{(e^x + 2)^2}$

៤.ដោយប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៥.គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប(C) បន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

គេយក $e = 2.72$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$ ។

ដំណោះស្រាយ

ផ្នែកទីមួយ

១. គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជាដាច់ខាតលើ $\mathbb{R}$

$$\text{យើងមាន } g(x) = e^x + 2x - 1$$

$$\text{យើងបាន } g'(x) = e^x + 2 \text{ ។}$$

ដោយគ្រប់ $x \in \mathbb{R} : e^x > 0$ នោះ $g'(x) > 0$ ។ ដូចនេះ g ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R}$ ។

២. គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ៖

$$\text{យើងមាន } g(x) = e^x + 2x - 1$$

$$\text{ចំពោះ } x = 0 \text{ នោះ } g(0) = e^0 + 2(0) - 1 = 1 - 1 = 0 \text{ ។}$$

$$\text{ដូចនេះ } g(0) = 0 \text{ ។}$$

ម្យ៉ាងទៀតដោយ g ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R}$ និង $g(0) = 0$ នោះយើងបាន ៖

$$\text{.ចំពោះ } x \in (-\infty, 0) : g(x) < 0 \text{ ។}$$

$$\text{.ចំពោះ } x = 0 : g(x) = 0 \text{ ។}$$

$$\text{.ចំពោះ } x \in (0, +\infty) : g(x) > 0 \text{ ។}$$

ផ្នែកទីពីរ

១. ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ស្រាយថា $f(x) = 1 + \frac{(2x-3)e^x}{e^x + 2}$ រួចទាញថាបន្ទាត់ $(d_1) : y = 1$

ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$

$$\text{មាន } f(x) = \frac{2(x-1)e^x + 2}{e^x + 2} = \frac{(e^x + 2) + (2x-3)e^x}{e^x + 2} = 1 + \frac{(2x-3)e^x}{e^x + 2}$$

ដូចនេះ គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f(x) = 1 + \frac{(2x-3)e^x}{e^x+2}$ ។

ម្យ៉ាងទៀតដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x-3)e^x}{e^x+2} = 0$ នោះបន្ទាត់ $(d_1): y = 1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ)សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1) ៖

យើងមាន $(C) - (d_1): f(x) - y_{d_1} = \frac{(2x-3)e^x}{e^x+2}$ មានសញ្ញាដូច $(2x-3)$ ។

.បើ $2x-3 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d_1) ។

.បើ $2x-3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ នោះខ្សែកោង (C) ប្រសព្វបន្ទាត់ (d_1) ត្រង់ $A(\frac{3}{2}, 1)$ ។

.បើ $2x-3 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_1) ។

២.ក)ស្រាយថា $(d_2): y = 2x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$

យើងមាន $(C) - (d_2): f(x) - y_{d_2} = \frac{2(x-1)e^x+2}{e^x+2} - (2x-2) = \frac{-4x+6}{e^x+2}$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_{d_2}] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x+6}{e^x+2} = 0$ នោះបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x - 2$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ)សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_2)

យើងមាន $(C) - (d_2): f(x) - y_{d_2} = \frac{-4x+6}{e^x+2}$ មានសញ្ញាដូច $(-4x+6)$ ។

បើ $-4x+6 > 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d_2) ។

.បើ $-4x+6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ នោះខ្សែកោង (C) ប្រសព្វបន្ទាត់ (d_1) ត្រង់ $A(\frac{3}{2}, 1)$

.បើ $-4x+6 < 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_2) ។

៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{2e^x g(x)}{(e^x + 2)^2}$ ដែល $g(x) = e^x + 2x - 1$ ៖

$$\text{យើងមាន } f(x) = \frac{2(x-1)e^x + 2}{e^x + 2}$$

$$\begin{aligned} \text{យើងបាន } f'(x) &= \frac{2xe^x(e^x + 2) - 2(x-1)e^{2x} - 2e^x}{(e^x + 2)^2} \\ &= \frac{2xe^{2x} + 4xe^x - 2xe^{2x} + 2e^{2x} - 2e^x}{(e^x + 2)^2} \\ &= \frac{2e^{2x} + 4xe^x - 2e^x}{(e^x + 2)^2} = \frac{2e^x(e^{2x} + 2x - 1)}{(e^x + 2)^2} \end{aligned}$$

$$\text{ដូចនេះ } f'(x) = \frac{2e^x g(x)}{(e^x + 2)^2} \text{ ។}$$

៤. បញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង្កេតរកអថេរតាងនៃអនុគមន៍ f

យើងមាន $f'(x) = \frac{2e^x g(x)}{(e^x + 2)^2}$ ដោយ $\frac{2e^x}{(e^x + 2)^2} > 0$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច

$$g(x) = e^{2x} + 2x - 1 \text{ ។}$$

តាមសម្រាយខាងលើយើងបាន៖

ចំពោះ $x \in (-\infty, 0)$: $f'(x) < 0$ ហើយ $x = 0$: $f'(x) = 0$ ។

និងចំពោះ $x \in (0, +\infty)$: $f'(x) > 0$ ។

តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	1	0	$+\infty$

ចំពោះ $x = 0$ នោះ $f(0) = 0$ ។

៥.គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) បង្ហាត់ (d_1) និង (d_2) ៖

$$\text{យើងមាន } f(x) = \frac{2(x-1)e^x + 2}{e^x + 2}$$

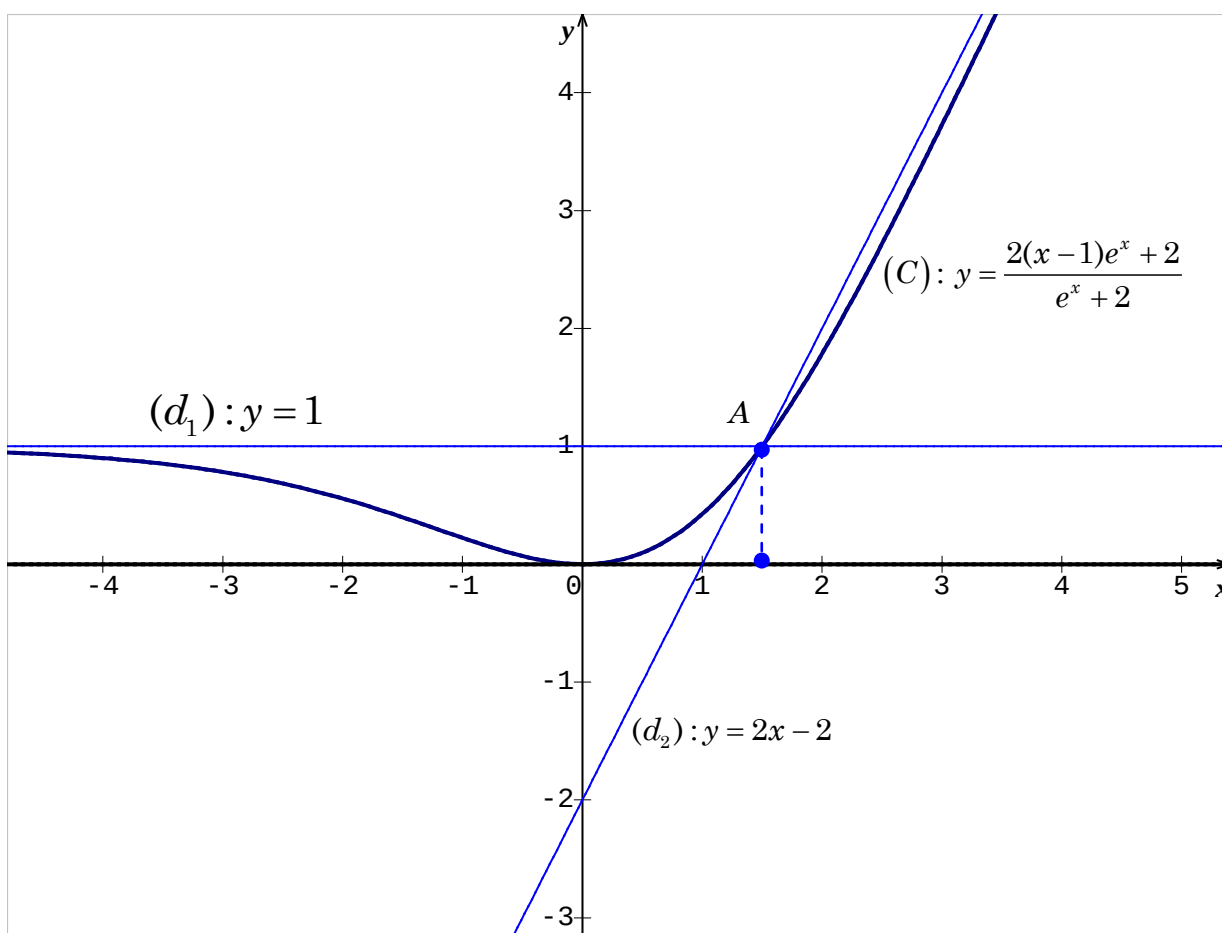
$$\text{ចំពោះ } x = -2 \text{ នោះ } f(-2) = \frac{-6e^{-2} + 2}{e^{-2} + 2} = 0.36$$

$$\text{ចំពោះ } x = -1 \text{ នោះ } f(-1) = \frac{-4e^{-1} + 2}{e^{-1} + 2} = 0.17$$

$$\text{ចំពោះ } x = 1 \text{ នោះ } f(1) = \frac{2}{e + 2} = 0.42 \text{ ។}$$

$$\text{ដូច្នេះ } f(-2) = 0.36, f(-1) = 0.17, f(1) = 0.42 \text{ ។}$$

$$\text{ក្រាហ្វិក } (C): y = f(x) = \frac{2(x-1)e^x + 2}{e^x + 2}$$



លំហាត់ទី៣៦

ផ្នែកទីមួយ

គេឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = e^x + x + 1$ ។

១. បង្ហាញថាសមីការ $g(x) = 0$ មានឫស α តែមួយគត់ដែល $-2 < \alpha < -1$ ។

២. បញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x > \alpha$ និង $x < \alpha$ ។

ផ្នែកទីពីរ

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}^*$ ដោយ $f(x) = \frac{x}{2} - 1 + \frac{e^x + 1}{2x}$ ។

គេតាង C ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ C ។

២. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): y = \frac{x}{2} - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C បើ $x \rightarrow -\infty$

រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ។

៣. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(x-1)g(x)}{2x^2}$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}^*$ ។

៤. ទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. គណនា $f(-2), f(-1), f(2)$ និង $f(3)$ រួចសង់បន្ទាត់ (d) និងក្រាប C ។

គេយក $e^{-2} = 0.14$, $e^{-1} = 0.38$, $\frac{e^2 + 1}{4} = 2.10$ និង $\frac{e^3 + 1}{6} = 3.51$ ។

ដំណោះស្រាយ

ផ្នែកទីមួយ

១. បង្ហាញថាសមីការ $g(x) = 0$ មានឫស α តែមួយគត់ដែល $-2 < \alpha < -1$

យក $g(x) = e^x + x + 1$ ជាអនុគមន៍ជាប់លើ $\mathbb{R}$

ដេរីវេ $g'(x) = e^x + 1 > 0$ នោះ g ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R}$ ។

គេមាន $g(-2) = e^{-2} - 2 + 1 = 0.18 - 1 = -0.82$ និង $g(-1) = \frac{1}{e} = 0.36$

គេបាន $g(-2)g(-1) < 0$ នោះតាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃកណ្តាលបញ្ជាក់ថាសមីការ

$g(x) = 0$ មានឫស α តែមួយគត់ដែល $-2 < \alpha < -1$ ។

២. បញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x > \alpha$ និង $x < \alpha$

តាមលទ្ធផលខាងលើយើងបាន៖

.ចំពោះ $x > \alpha$ នោះ $g(x) = e^x + x + 1 > 0$ ។

.ចំពោះ $x < \alpha$ នោះ $g(x) = e^x + x + 1 < 0$ ។

ផ្នែកទីពីរ

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ C

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{2} - 1 + \frac{e^x + 1}{2x} \right) = \pm\infty$ នោះបន្ទាត់ $x = 0$ ឬអ័ក្ស

(oy) ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃខ្សែកោង (C) ។

ហើយ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x}{2} - 1 + \frac{e^x + 1}{2x} \right) = \pm\infty$ ។

ដូចនេះ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$ ។

២. ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): y = \frac{x}{2} - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C បើ $x \rightarrow -\infty$

រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ៖

$$\text{គេមាន } (C) - (d): f(x) - y_d = \frac{e^x + 1}{2x}$$

$$\text{ដោយ } \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y_d] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{e^x + 1}{2x} \right) = 0 \text{ នោះបន្ទាត់ } (d): y = \frac{x}{2} - 1$$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C ។

$$\text{ដោយគេមាន } (C) - (d): f(x) - y_d = \frac{e^x + 1}{2x}$$

$$\text{បើ } x < 0 \text{ នោះ } (C) - (d): f(x) - y_d = \frac{e^x + 1}{2x} < 0 \text{ នាំឲ្យខ្សែកោង } (C) \text{ ស្ថិតនៅ}$$

ខាងក្រោមបន្ទាត់ (d) ។

$$\text{បើ } x > 0 \text{ នោះ } (C) - (d): f(x) - y_d = \frac{e^x + 1}{2x} > 0 \text{ នាំឲ្យខ្សែកោង } (C) \text{ ស្ថិតនៅ}$$

ខាងលើបន្ទាត់ (d) ។

$$\text{៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថា } f'(x) = \frac{(x-1)g(x)}{2x^2} \text{ គ្រប់ } x \in \mathbb{R}^*$$

$$\text{យើងមាន } f(x) = \frac{x}{2} - 1 + \frac{e^x + 1}{2x}$$

$$\text{យើងបាន } f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{e^x(x) - (e^x + 1)}{2x^2} = \frac{x^2 - 1 + (x-1)e^x}{2x^2}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{(x-1)(e^x + x + 1)}{2x^2}$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}^*$ ។

៥. ទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$

គេមាន $f'(x) = \frac{(x-1)g(x)}{2x^2}$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}^*$

នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $(x-1)g(x)$ ។

តាមសម្រាយសំណួរទី៤យើងអាចគូសតារាងសញ្ញានៃ $f'(x)$ ដូចខាងក្រោម៖

x	$-\infty$	α	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$

គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ៖

x	$-\infty$	α	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	$-\infty$	$+\infty$	$\frac{e}{2}$	$+\infty$

ចំពោះ $x=1$ នោះ $f(1) = \frac{1}{2} - 1 + \frac{e+1}{2} = \frac{e}{2}$ ។

៦. គណនា $f(-2), f(-1), f(2)$ និង $f(3)$ រួចសង្ខេបឆ្លាត (d) និងក្រាប C

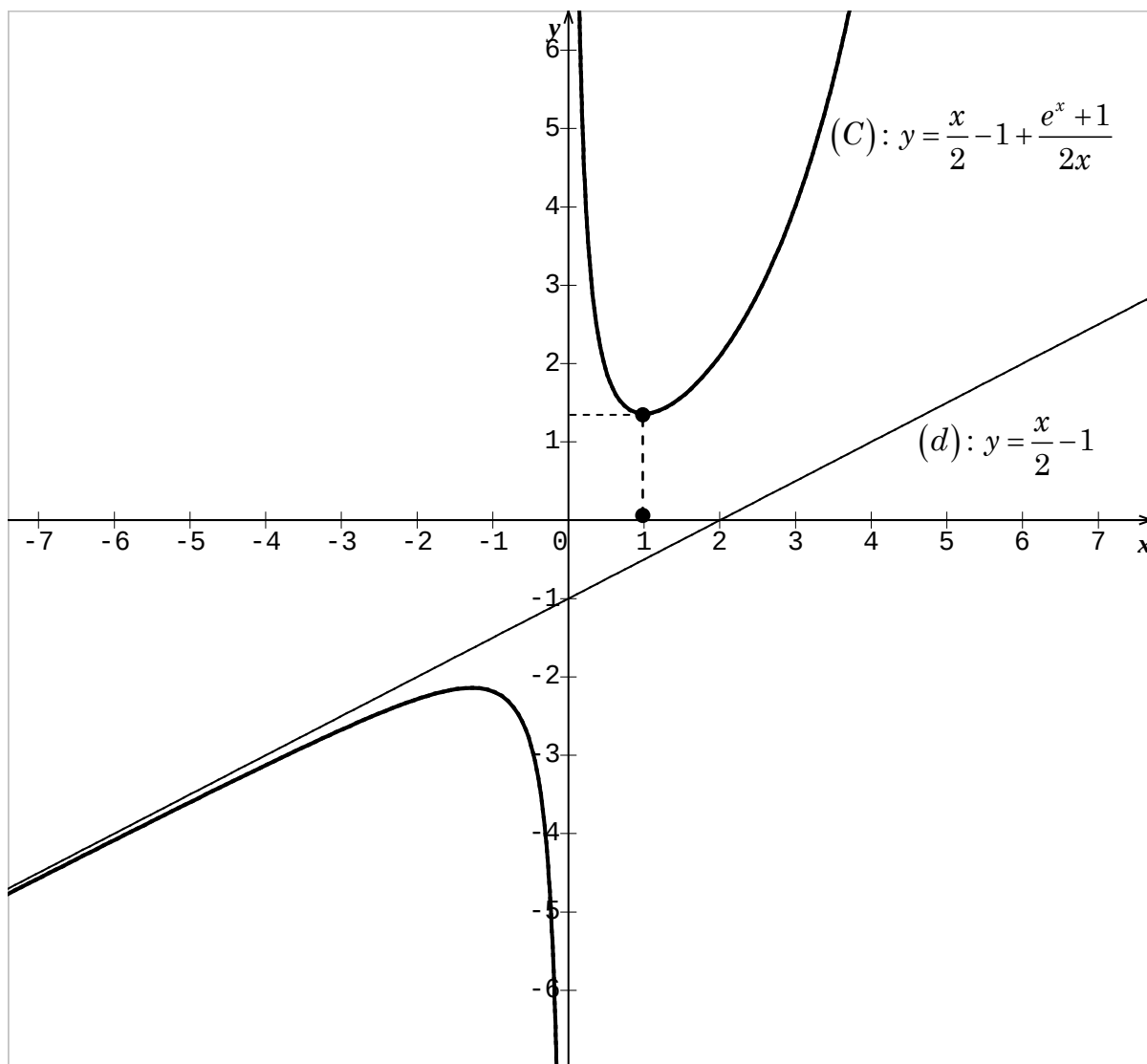
គេយក $e^{-2} = 0.14$, $e^{-1} = 0.38$, $\frac{e^2+1}{4} = 2.10$ និង $\frac{e^3+1}{6} = 3.51$

ចំពោះ $x = -2$ នោះ $g(-2) = -2 - \frac{e^{-2} + 1}{4} = -2.29$ ។

ចំពោះ $x = -1$ នោះ $g(-1) = -\frac{1}{2} - 1 - \frac{e^{-1} + 1}{2} = -2.19$ ។

ចំពោះ $x = 2$ នោះ $g(2) = \frac{e^2 + 1}{4} = 2.10$ ។

ចំពោះ $x = 3$ នោះ $g(3) = \frac{3}{2} - 1 + \frac{e^3 + 1}{6} = 4.01$



លំហាត់ទី៣៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = 9x - 8\ln(e^x + 1) + \frac{16}{e^x + 1}$

(C) ជាខ្សែកោងតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = 9x + 16 - 8\ln(e^x + 1) - \frac{16e^x}{e^x + 1}$ ។

រួចគណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ។

ខ) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y = 9x + 8$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow -\infty$ រួចទាញបញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ។

២.ក) ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = x - 8\ln\left(1 + \frac{1}{e^x}\right) + \frac{16}{e^x + 1}$ ។

រួចគណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ខ) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

៣.ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 1}\right)^2$ ។

ខ) គូសតារាងអប្បបរមាអនុគមន៍ f ។

៤. ចូរសរសេរបន្ទាត់ (T) ស្របនឹងបន្ទាត់ (d_2) ហើយប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ។

៥. ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ $(d_1), (d_2)$ និង (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១.ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x) = 9x + 16 - 8\ln(e^x + 1) - \frac{16e^x}{e^x + 1}$

$$\begin{aligned} \text{យើងមាន } f(x) &= 9x - 8\ln(e^x + 1) + \frac{16}{e^x + 1} \\ &= 9x + 16 - 8\ln(e^x + 1) + \left(\frac{16}{e^x + 1} - 16 \right) \\ &= 9x + 16 - 8\ln(e^x + 1) + \frac{16 - 16(e^x + 1)}{e^x + 1} \\ &= 9x + 16 - 8\ln(e^x + 1) + \frac{-16e^x}{e^x + 1} \end{aligned}$$

ដូចនេះ $f(x) = 9x + 16 - 8\ln(e^x + 1) - \frac{16e^x}{e^x + 1}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) :$

$$\text{យើងបាន } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[9x + 16 - 8\ln(e^x + 1) - \frac{16e^x}{e^x + 1} \right] = -\infty$$

$$\text{ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-8\ln(e^x + 1) - \frac{16e^x}{e^x + 1} \right] = 0 \quad \text{។}$$

ខ) ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y = 9x + 16$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$

$$\text{យើងមាន } (C): f(x) = 9x + 16 - 8\ln(e^x + 1) - \frac{16e^x}{e^x + 1}$$

$$\text{និង } (d_1): y = 9x + 16 \text{ នោះ } f(x) - y_{d_1} = -8\ln(e^x + 1) - \frac{16e^x}{e^x + 1}$$

$$\text{ដោយ } \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y_{d_1}] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-8\ln(e^x + 1) - \frac{16e^x}{e^x + 1} \right] = 0$$

ដូចនេះបន្ទាត់(d_1): $y = 9x + 16$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ(C)កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)នឹងក្រាប(C) ៖

$$\text{យើងមាន } f(x) - y_{d_1} = -8 \left[\ln(e^x + 1) + \frac{2e^x}{e^x + 1} \right] < 0 \quad \text{គ្រប់ } x \in \mathbb{R} \quad \text{។}$$

ដូចនេះខ្សែកោង(C)ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់(d_1) ជានិច្ច។

$$\text{២.ក) ក) ចំពោះគ្រប់ } x \in \mathbb{R} \text{ ស្រាយថា } f(x) = x - 8 \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right) + \frac{16}{e^x + 1} \quad \div$$

$$\begin{aligned} \text{យើងមាន } f(x) &= 9x - 8 \ln(e^x + 1) + \frac{16}{e^x + 1} \\ &= 9x - 8 \ln \left[e^x \left(1 + \frac{1}{e^x} \right) \right] + \frac{16}{e^x + 1} \\ &= 9x - 8 \left[\ln e^x + \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right) \right] + \frac{16}{e^x + 1} \\ &= 9x - 8x - 8 \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right) + \frac{16}{e^x + 1} \end{aligned}$$

$$\text{ដូចនេះ } f(x) = x - 8 \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right) + \frac{16}{e^x + 1} \quad \text{។}$$

$$\text{គណនា } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$\text{ដោយគេមាន } f(x) = x - 8 \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right) + \frac{16}{e^x + 1}$$

$$\text{យើងបាន } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - 8 \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right) + \frac{16}{e^x + 1} \right] = +\infty$$

$$\text{ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-8 \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right) + \frac{16}{e^x + 1} \right] = 0 \quad \text{។}$$

ខ) ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$

យើងមាន $(C): f(x) = x - 8\ln\left(1 + \frac{1}{e^x}\right) + \frac{16}{e^x + 1}$ និង $(d_2): y = x$

យើងបាន $f(x) - y_{d_2} = -8\ln\left(1 + \frac{1}{e^x}\right) + \frac{16}{e^x + 1}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_{d_2}] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-8\ln\left(1 + \frac{1}{e^x}\right) + \frac{16}{e^x + 1}\right] = 0$ នោះបន្ទាត់មាន

សមីការ $(d_2): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

៣.ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយថា $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 1}\right)^2$ ៖

យើងមាន $f(x) = 9x - 8\ln(e^x + 1) + \frac{16}{e^x + 1}$

យើងបាន $f'(x) = 9 - \frac{8e^x}{e^x + 1} - \frac{16e^x}{(e^x + 1)^2}$

$$= \frac{9(e^x + 1)^2 - 8e^x(e^x + 1) - 16e^x}{(e^x + 1)^2}$$

$$= \frac{9e^{2x} + 18e^x + 9 - 8e^{2x} - 8e^x - 16e^x}{(e^x + 1)^2}$$

$$= \frac{e^{2x} - 6e^x + 9}{(e^x + 1)^2} = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 1}\right)^2$$

ដូចនេះ $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 1}\right)^2$ ។

ខ) គូសតារាងអថេរតាមអនុគមន៍ f ៖

គ្រប់ចំនួនពិត x យើងមាន $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 1}\right)^2 \geq 0$ នោះ f ជាអនុគមន៍កើន។

បើ $f'(x) = 0$ សមមូល $e^x - 3 = 0$ នោះគេទាញបាន $x = \ln 3$ ។

ចំពោះ $x = \ln 3$ នោះ $f(\ln 3) = 9\ln 3 - 8\ln 4 + 4$

$$= 9(1.09) - 16(0.69) + 4 = 2.77 \quad \text{។}$$

x	$-\infty$	$\ln 3$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2.77	$+\infty$

៨. សរសេរបន្ទាត់ (T) ស្របនឹងបន្ទាត់ (d_2) ហើយប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ៖

តាង x_0 ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុចប៉ះរវាងបន្ទាត់ (T) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

យើងបាន (T): $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

ដោយ (T) // (d_2): $y = x$ នោះ $f'(x_0) = 1$ សមមូល $\left(\frac{e^{x_0} - 3}{e^{x_0} + 1}\right)^2 = 1$

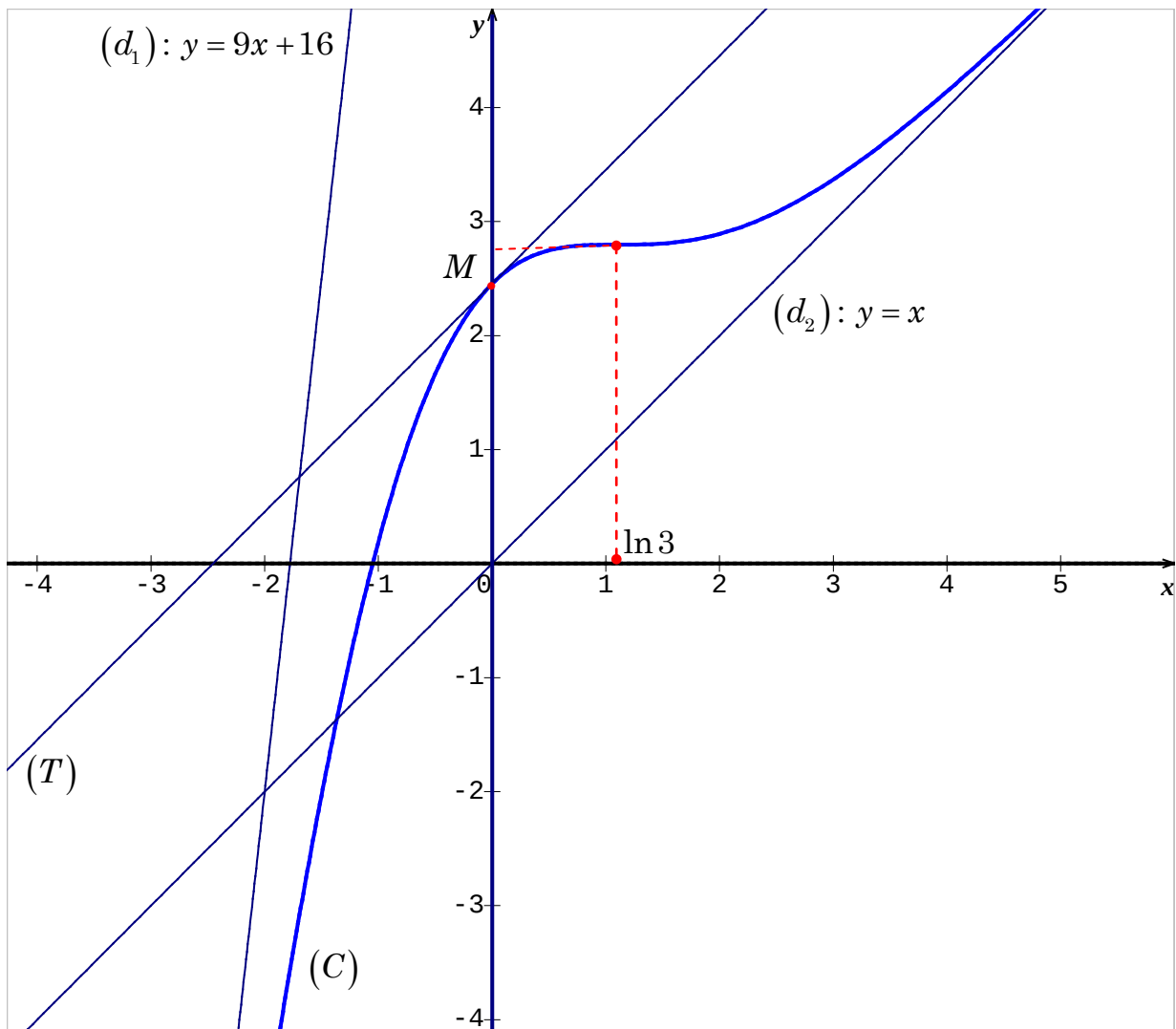
$$\text{សមមូល } e^{2x_0} - 6e^{x_0} + 9 = e^{2x_0} + 2e^{x_0} + 1$$

$$\text{សមមូល } -8e^{x_0} = -8 \quad \text{ឬ} \quad e^{x_0} = 1 \quad \text{នោះ} \quad x_0 = 0 \quad \text{។}$$

$$\text{ចំពោះ } x_0 = 0 \quad \text{នោះ} \quad f(0) = 9(0) - 8\ln 2 + 8 = 8\ln \frac{e}{2} \quad \text{។}$$

$$\text{ដូចនេះ } (T): y = x + 8\ln \frac{e}{2} \quad \text{។}$$

៥. សង់ខ្សែកោង (C) នឹងបន្ទាត់ $(d_1), (d_2)$ និង (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី៣៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x - 2 + \frac{9}{e^x + 2}$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ចូរកំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេពីរបស់ខ្សែកោង (C) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^{2x} - 5e^x + 4}{(e^x + 2)^2}$ ។

៤. កំណត់អាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងអស់ស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ដោយដឹងថាបន្ទាត់

ប៉ះត្រង់ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $-\frac{1}{8}$ ។

៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់វាក្នុងតម្រុយតែមួយ។

ដំណោះស្រាយ

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

យើងមាន $f(x) = x - 2 + \frac{9}{e^x + 2}$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x - 2 + \frac{9}{e^x + 2} \right) = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9}{e^x + 2} = \frac{9}{2}$ ។

ហើយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - 2 + \frac{9}{e^x + 2} \right) = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9}{e^x + 2} = 0$ ។

ដូចនេះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ។

២. កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេពីរបស់ខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) = x - 2 + \frac{9}{e^x + 2}$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9}{e^x + 2} = 0$ នោះបន្ទាត់សមីការ

$(d_1): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ខាង $+\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $f(x) = x - 2 + \frac{9}{e^x + 2} = x - 2 + \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{e^x + 2} - \frac{9}{2} \right)$

$f(x) = x + \frac{5}{2} - \frac{9e^x}{2(e^x + 2)}$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9e^x}{2(e^x + 2)} = 0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_2): y = x + \frac{5}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ខាង $-\infty$ ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^{2x} - 5e^x + 4}{(e^x + 2)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x) = x - 2 + \frac{9}{e^x + 2}$

យើងបាន $f'(x) = 1 - \frac{9e^x}{(e^x + 2)^2} = \frac{(e^x + 2)^2 - 9e^x}{(e^x + 2)^2}$

$$= \frac{e^{2x} + 4e^x + 4 - 9e^x}{(e^x + 2)^2} = \frac{e^{2x} - 5e^x + 4}{(e^x + 2)^2} \quad \text{។}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{e^{2x} - 5e^x + 4}{(e^x + 2)^2}$ ។

៤. កំណត់អាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងអស់ស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ៖

តាង x_0 ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុចនៅលើខ្សែកោង (C) ដោយដឹងថាបន្ទាត់ប៉ះត្រង់

ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $-\frac{1}{8}$ នោះគេបាន $f'(x_0) = -\frac{1}{8}$ ។

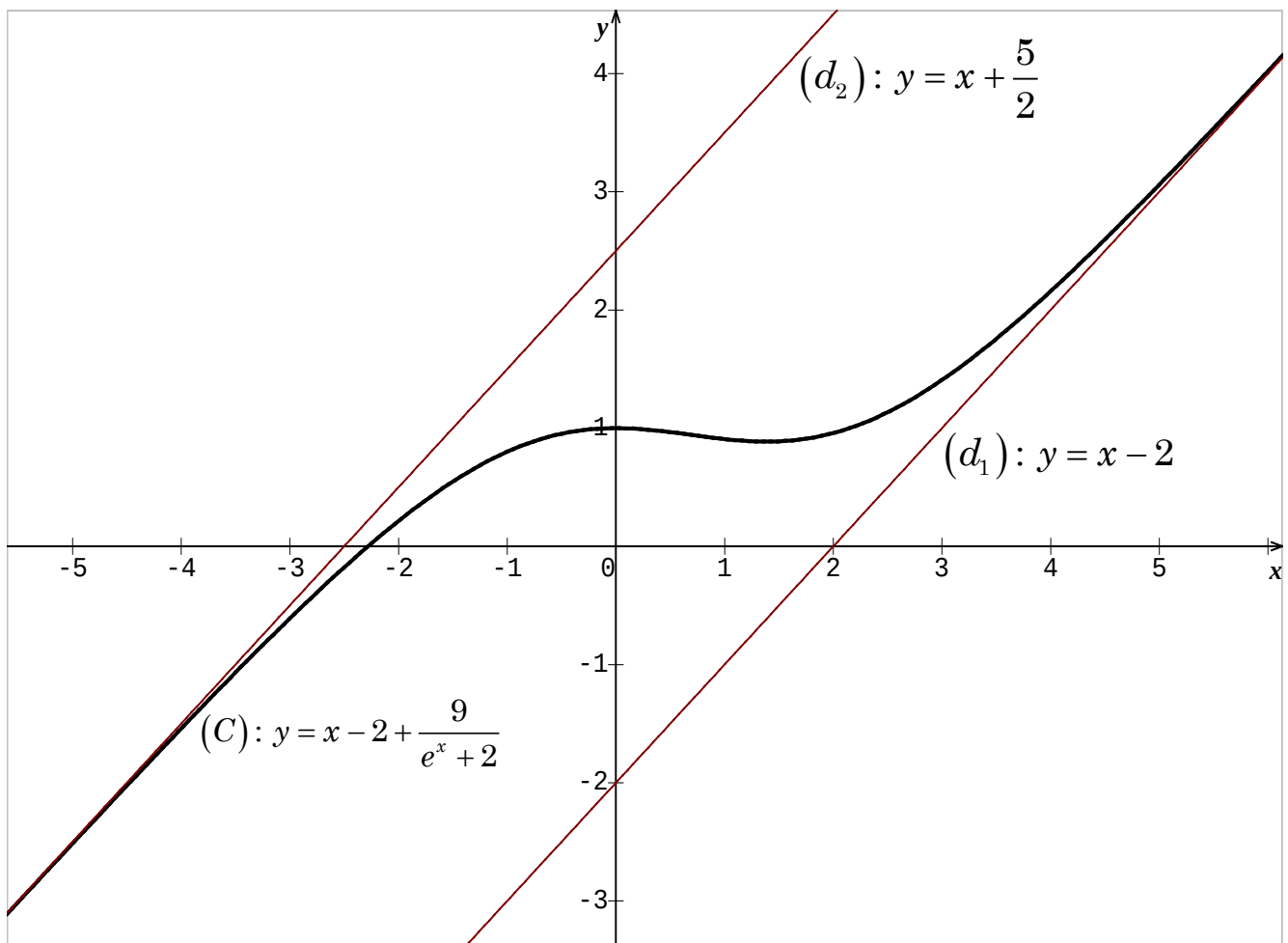
យើងបាន $\frac{e^{2x_0} - 5e^{x_0} + 4}{(e^{x_0} + 2)^2} = -\frac{1}{8}$

សមមូល $8e^{2x_0} - 40e^{x_0} + 32 = -e^{2x_0} - 4e^{x_0} - 4$

សមមូល $9e^{2x_0} - 36e^{x_0} + 36 = 0$

សមមូល $9(e^{x_0} - 2)^2 = 0$ គេទាញយក $x_0 = \ln 2$ ។

៥. សង់ក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់វាក្នុងតម្រុយតែមួយ៖



លំហាត់ទី៣៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}^*$ ដោយ $f(x) = x + 1 + \frac{1}{2(e^x - 1)}$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចូរគណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២. ចូរកំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរបស់ខ្សែកោង (C) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}^*$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{2(e^x - 1)^2}$ ។

កំណត់អាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងអស់ស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ដោយដឹងថាបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $\frac{7}{9}$ ។

៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់វាក្នុងតម្រុយតែមួយ។

ដំណោះស្រាយ

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ

អាស៊ីមតូតឈរនៃខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) = x + 1 + \frac{1}{2(e^x - 1)}$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x + 1 + \frac{1}{2(e^x - 1)} \right] = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ ។

ហើយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x + 1 + \frac{1}{2(e^x - 1)} \right] = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{2(e^x - 1)} = \frac{1}{2}$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left[x + 1 + \frac{1}{2(e^x - 1)} \right] = \pm\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{2(e^x - 1)} = \pm\infty$ ។

ដោយ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \pm\infty$ នោះបន្ទាត់ $x = 0$ ជាអាស៊ីមតូតនៃខ្សែកោង (C) ។

២. កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរបស់ខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) = x + 1 + \frac{1}{2(e^x - 1)}$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{2(e^x - 1)} = 0$ នោះបន្ទាត់

$(d_1): y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $f(x) = x + 1 + \frac{1}{2(e^x - 1)} = x + \frac{3}{2} + \left[\frac{e^x}{2(e^x - 1)} - \frac{1}{2} \right] = x + \frac{3}{2} + \frac{1}{2(e^x - 1)}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x - 1} = 0$ នោះបន្ទាត់ $(d_2): y = x + \frac{3}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}^*$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{2(e^x - 1)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x) = x + 1 + \frac{1}{2(e^x - 1)}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}^*$

យើងបាន $f'(x) = 1 - \frac{e^x}{2(e^x - 1)^2} = \frac{2(e^x - 1)^2 - e^x}{(e^x - 1)^2}$
 $= \frac{2e^{2x} - 4e^x + 2 - e^x}{(e^x - 1)^2} = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x - 1)^2}$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x - 1)^2}$ ។

សង់តារាងអថេរតាមនៃ f :

យើងមាន $f'(x) = \frac{(e^x - 2)(2e^x - 1)}{(e^x - 1)^2}$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}^*$ វាមានសញ្ញាដូចភាគយក ។

បើ $f'(x) = 0$ សមមូល $(e^x - 2)(2e^x - 1) = 0$ ឬ $\begin{cases} e^x - 2 = 0 \\ 2e^x - 1 = 0 \end{cases}$

គេទាញបាន $x = \ln 2$, $x = -\ln 2$ ។

.បើ $e^x - 2 < 0$ ឬ $e^x < 2$ នោះ $x < \ln 2$ ។

.បើ $e^x - 2 > 0$ ឬ $e^x > 2$ នោះ $x > \ln 2$ ។

.បើ $2e^x - 1 < 0$ ឬ $e^x < \frac{1}{2}$ នោះ $x < -\ln 2$ ។

.បើ $2e^x - 1 > 0$ ឬ $e^x > \frac{1}{2}$ នោះ $x > -\ln 2$ ។

x	$-\infty$	$-\ln 2$	0	$\ln 2$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-1	$+\infty$	$\frac{1}{2}+2\ln 2$	$+\infty$	

៤. កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះទាំងអស់ដែលមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ -2 ហើយប៉ះនឹង (C) ៖

តាង x_0 ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុចប៉ះរវាងបន្ទាត់ប៉ះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ -2 ទៅនឹងខ្សែកោង (C) នោះយើងបាន $f'(x_0) = -2$ ។

$$\text{ដោយ } f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x - 4)}{(e^x - 2)^2} \text{ នោះ } \frac{(e^{x_0} - 1)(e^{x_0} - 4)}{(e^{x_0} - 2)^2} = -2$$

$$\text{សមមូល } e^{2x_0} - 5e^{x_0} + 4 = -2e^{2x_0} + 8e^{x_0} - 8$$

$$\text{សមមូល } 3e^{2x_0} - 13e^{x_0} + 12 = 0$$

$$\text{សមមូល } (e^{x_0} - 3)(3e^{x_0} - 4) = 0 \text{ នោះគេទាញបាន } \begin{cases} x_0 = \ln 3 \\ x_0 = \ln \frac{4}{3} \end{cases}$$

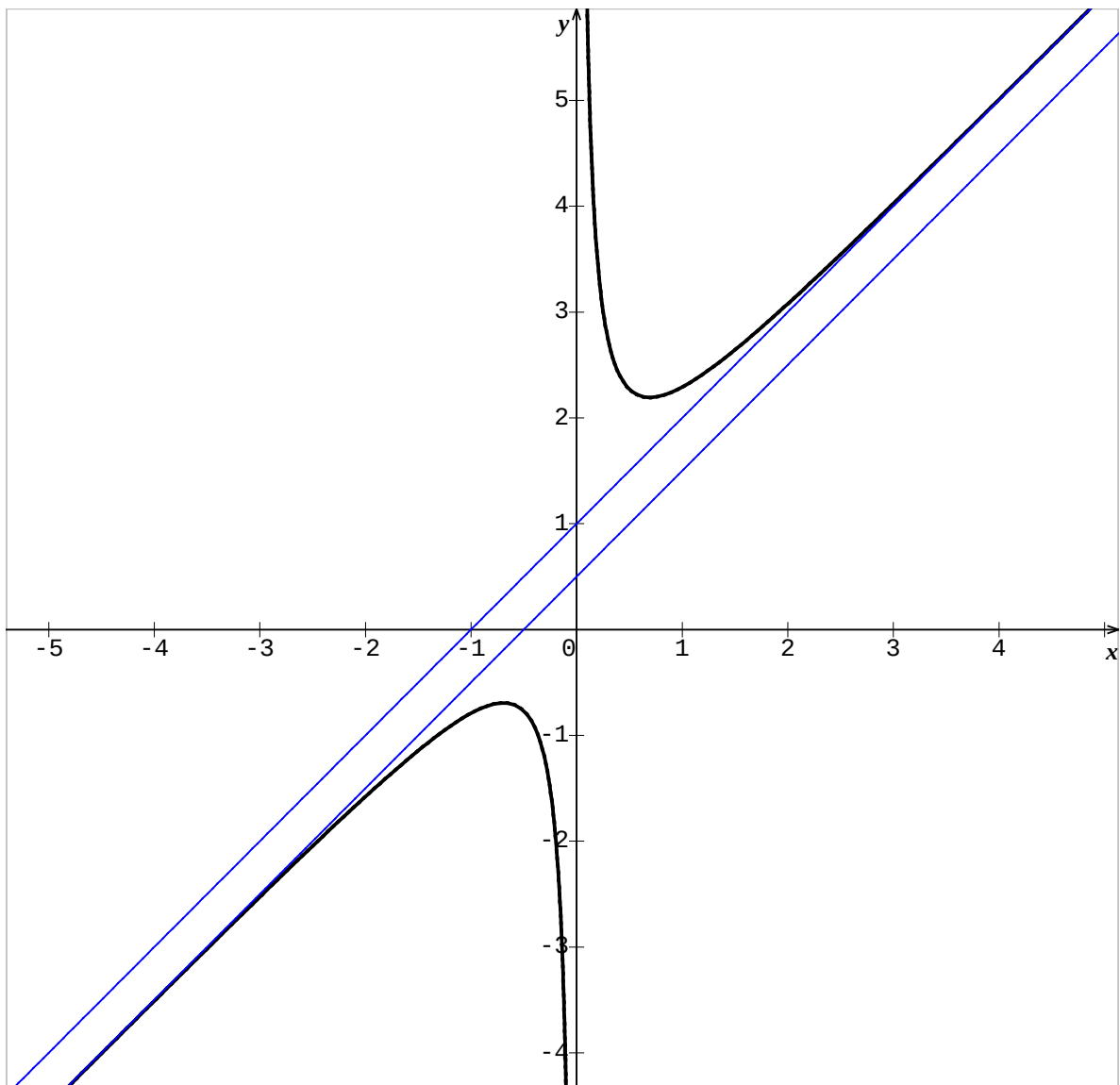
$$\text{ចំពោះ } x_0 = \ln 3 \text{ នោះ } f(\ln 3) = 1 + \ln 3 = \ln(3e) \text{ ។}$$

ចំពោះ $x_0 = \ln \frac{4}{3}$ នោះ $f(\ln \frac{4}{3}) = \ln \frac{4}{3} - \frac{3}{2}$ ។

សមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោងដែលមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង -2 គឺ ៖

$$(T_1): y = -2x + 2\ln 3 + \ln 3e \quad \text{និង} \quad (T_2): y = -2x + 3\ln \frac{4}{3} - \frac{3}{2} \quad ។$$

៥. សង់ក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់វាក្នុងតម្រុយតែមួយ៖



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី៤០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = -2x - 3 + \frac{2x+4}{e^x+1} + 4\ln(e^x+1)$

(C) ជាខ្សែកោងតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរបង្ហាញថា $f(x) = 1 - \frac{2(x+2)e^x}{e^x+1} + 4\ln(e^x+1)$ ។

ខ) គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង (C) ។

២.ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរបង្ហាញថា $f(x) = 2x - 3 + \frac{2x+4}{e^x+1} + 4\ln\left(1 + \frac{1}{e^x}\right)$ ។

ខ) គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

គ) ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = 2x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

៣.ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f'(x) = \frac{2e^x(e^x - x - 1)}{(e^x + 1)^2}$ ។

ខ) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរបង្ហាញថា $e^x \geq x + 1$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ ។

គ) គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤. ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 0$ ។

៥. ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ $(d_1), (d_2)$ និងបន្ទាត់ប៉ះ (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១.ក) គ្រប់ចំនួនពិត x បង្ហាញថា $f(x) = 1 - \frac{2(x+2)e^x}{e^x + 1} + 4\ln(e^x + 1) :$

យើងមាន $f(x) = -2x - 3 + \frac{2x+4}{e^x + 1} + 4\ln(e^x + 1)$

យើងបាន $f(x) = 1 - 2(x+2) + \frac{2(x+2)}{e^x + 1} + 4\ln(e^x + 1)$
 $= 1 - 2(x+2) \left[1 - \frac{1}{e^x + 1} \right] + 4\ln(e^x + 1)$
 $= 1 - \frac{2(x+2)(e^x + 1 - 1)}{e^x + 1} + 4\ln(e^x + 1)$
 $= 1 - \frac{2(x+2)e^x}{e^x + 1} + 4\ln(e^x + 1)$

ដូចនេះ $f(x) = 1 - \frac{2(x+2)e^x}{e^x + 1} + 4\ln(e^x + 1) \quad \forall$

ខ) គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង $(C) :$

យើងមាន $f(x) = 1 - \frac{2(x+2)e^x}{e^x + 1} + 4\ln(e^x + 1)$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[1 - \frac{2(x+2)e^x}{e^x + 1} + 4\ln(e^x + 1) \right]$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$

ដូចនេះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \quad \forall$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ នោះបន្ទាត់ $y = 1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប $(C) \quad \forall$

២.ក) គ្រប់ចំនួនពិត x បង្ហាញថា $f(x) = 2x - 3 + \frac{2x+4}{e^x + 1} + 4\ln\left(1 + \frac{1}{e^x}\right)$

យើងមាន $f(x) = -2x - 3 + \frac{2x+4}{e^x + 1} + 4\ln(e^x + 1)$

$$\begin{aligned}
 \text{យើងបាន } f(x) &= -2x - 3 + \frac{2x+4}{e^x+1} + 4 \ln \left[e^x \left(1 + \frac{1}{e^x} \right) \right] \\
 &= -2x - 3 + \frac{2x+4}{e^x+1} + 4 \ln(e^x) + 4 \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right) \\
 &= -2x - 3 + \frac{2x+4}{e^x+1} + 4x + 4 \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right) \\
 &= 2x - 3 + \frac{2x+4}{e^x+1} + 4 \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right)
 \end{aligned}$$

$$\text{ដូចនេះ } f(x) = 2x - 3 + \frac{2x+4}{e^x+1} + 4 \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right) \quad \forall$$

ខ) គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \div$

$$\text{យើងមាន } f(x) = 2x - 3 + \frac{2x+4}{e^x+1} + 4 \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right)$$

$$\text{យើងបាន } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[2x - 3 + \frac{2x+4}{e^x+1} + 4 \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right) \right] = +\infty$$

$$\text{ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2x+4}{e^x+1} + 4 \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right) \right] = 0 \quad \forall$$

គ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា (d): $y = 2x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$

$$\text{យើងមាន } f(x) = 2x - 3 + \frac{2x+4}{e^x+1} + 4 \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right) \quad \text{និង } (d): y = 2x - 3$$

$$\text{យើងបាន } f(x) - y_d = \frac{2x+4}{e^x+1} + 4 \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right)$$

$$\text{នោះគេបាន } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y_d] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+4}{e^x+1} + 4 \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{e^x} \right) = 0$$

ដូចនេះ (d): $y = 2x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty \quad \forall$

៣.ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ស្រាយថា $f'(x) = \frac{2e^x(e^x - x - 1)}{(e^x + 1)^2} \div$

គឺមាន $f(x) = -2x - 3 + \frac{2x+4}{e^x+1} + 4\ln(e^x+1)$

$$\begin{aligned} \text{យើងបាន } f'(x) &= -2 + \frac{2(e^x+1) - e^x(2x+4)}{(e^x+1)^2} + \frac{4e^x}{e^x+1} \\ &= \frac{-2(e^x+1)^2 + 2(e^x+1) - e^x(2x+4) + 4e^x(e^x+1)}{(e^x+1)^2} \\ &= \frac{-2e^{2x} - 4e^x - 2 + 2e^x + 2 - 2xe^x - 4e^x + 4e^{2x} + 4e^x}{(e^x+1)^2} \\ &= \frac{2e^{2x} - 2xe^x - 2e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{2e^x(e^x - x - 1)}{(e^x+1)^2} \end{aligned}$$

$$\text{ដូចនេះ } f'(x) = \frac{2e^x(e^x - x - 1)}{(e^x+1)^2} \quad \text{។}$$

ខ) គ្រប់ចំនួនពិត x បង្ហាញថា $e^x \geq x+1$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x) \div$

យក $g(x) = e^x - x - 1$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$

យើងបាន $g'(x) = e^x - 1$ ។

បើ $g'(x) = 0$ នោះ $e^x - 1 = 0$ សមមូល $x = 0$ ។

បើ $g'(x) < 0$ នោះ $e^x - 1 < 0$ សមមូល $x \in (-\infty, 0)$ ។

បើ $g'(x) > 0$ នោះ $e^x - 1 > 0$ សមមូល $x \in (0, +\infty)$ ។

តារាងអថេរភាពនៃ $g(x) = e^x - x - 1$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$			

ចំពោះ $x = 0$ គេបាន $g(0) = e^0 - 0 - 1 = 1 - 1 = 0$ ។

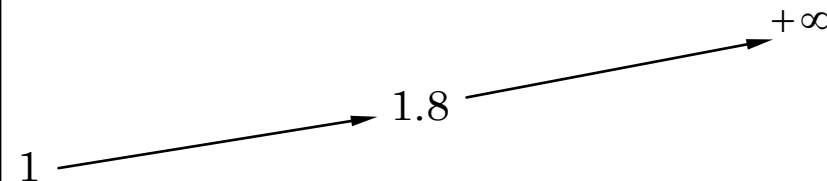
តាមតារាងអថេរភាពខាងលើយើងទាញបានថា $\forall x \in \mathbb{R} : g(x) \geq 0$

សមមូល $e^x - x - 1 \geq 0$ ឬ $e^x \geq x + 1$ ។

ដូចនេះ $\forall x \in \mathbb{R} : e^x \geq x + 1$ ហើយ $f'(x) = \frac{2e^x(e^x - x - 1)}{(e^x + 1)^2} \geq 0$

ព្រោះ $\forall x \in \mathbb{R} : e^x \geq x + 1$ ។ដូចនេះ f ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

គ) គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ៖

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$
$f(x)$			

ចំពោះ $x = 0$ គេបាន $f(0) = -1 + 4 \ln 2 = -1 + 4(0.7) = 1.8$ ។

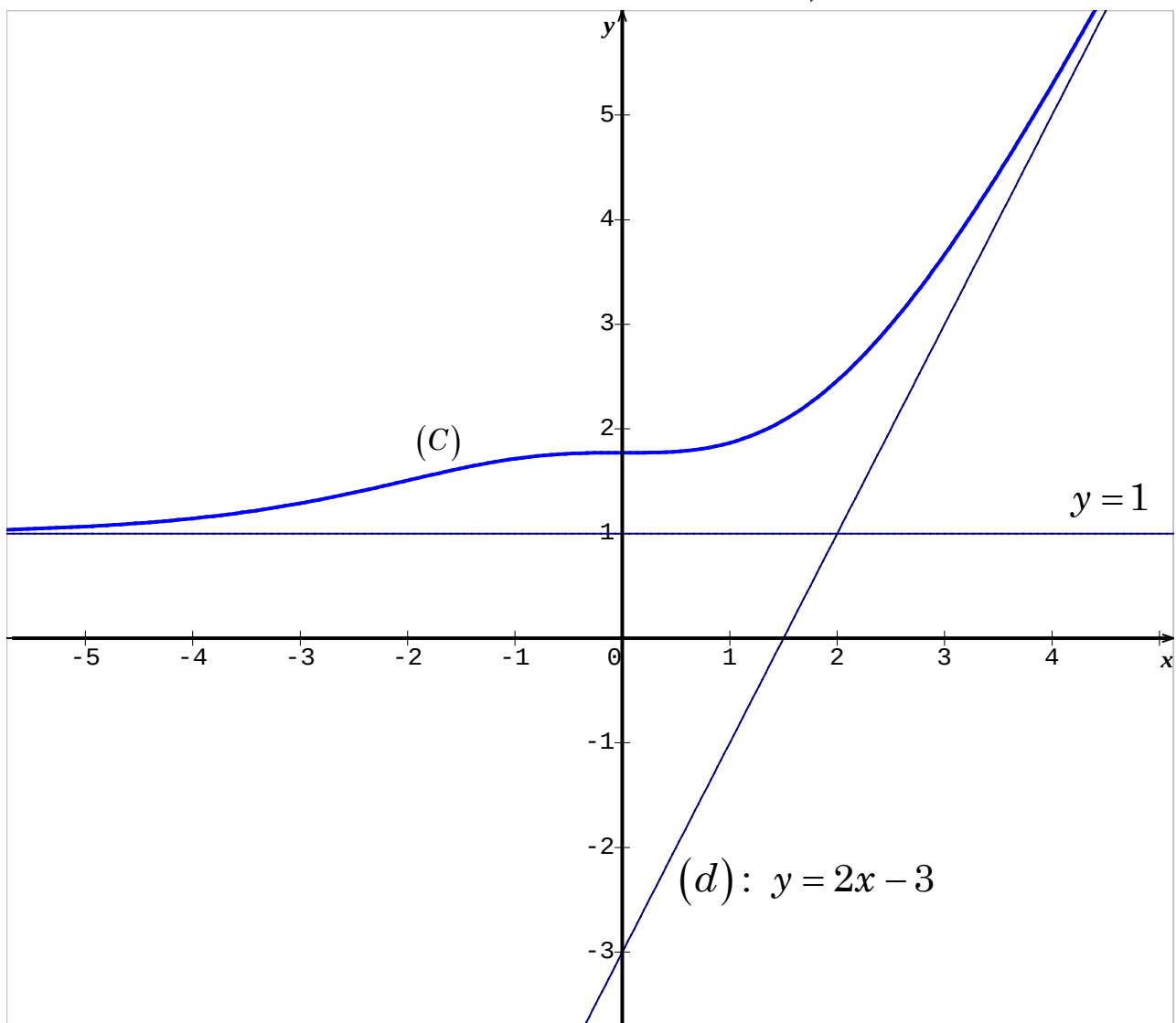
៤.សរសេរសមីការបង្គាត់(T)ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ $x = 0$ ៖

តាមរូបមន្ត (T): $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$

យើងមាន $f(0) = -1 + 4 \ln 2 = 1.8$ និង $f'(0) = 0$

ដូចនេះ (T): $y = 1.8$ ។

៥.សង់ខ្សែកោង(C) និងបង្គាត់(d_1), (d_2)នឹងបង្គាត់ប៉ះ(T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



www.mathtoday.wordpress.com

ជំពូកទី០៤

កម្រងលំហាត់ជ្រើសរើសបន្ថែមសម្រាប់កិច្ចការផ្ទះ

លំហាត់ទី០១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = 2e^x - 2x - 3$ គេតាង (C) ជាក្រាបតំណាងឲ្យអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអត្ថន័យម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): y = -2x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

៣. គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f'(x) = 2(e^x - 1)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤. គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នា x_1 និង x_2 ដែល $-2 < x_1 < -1 < 0 < x_2 < 1$ ។

៥. ចូរសង់បន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី០២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = 2x + 3 - e^{2x}$ គេតាង (C) ជាក្រាបតំណាងឲ្យអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអត្ថន័យម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): y = 2x + 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

៣. គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = 2(1 - e^x)(1 + e^x)$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤. គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឫស

ពីរផ្សេងគ្នា x_1 និង x_2 ដែល $-2 < x_1 < -1 < 0 < x_2 < 1$ ។

៥. ចូរសង់បន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី០៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = 3x - 4 + 2e^{-x}$ គេតាង (C)

ជាក្រាបតំណាងឲ្យអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអត្ថន័យម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): y = 3x - 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

៣. គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f'(x) = 3 - 2e^{-x}$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤. គណនា $f(-2), f(-1), f(1)$ និង $f(2)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x) = 0$

មានឫសពីរផ្សេងគ្នា x_1 និង x_2 ដែល $-2 < x_1 < -1 < 1 < x_2 < 2$ ។

៥. រកសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស $x = 0$ ។

៦. ចូរសង់បន្ទាត់ $(d), (T)$ និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី០៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = 1 + 2e^x - xe^x$ គេតាង (C)

ជាក្រាបតំណាងឲ្យអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអត្ថន័យម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង (C)

២. គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f'(x) = (1-x)e^x$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចរបត់ I របស់ក្រាប (C) ។

៥. កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច I ។

៦. ចូរសង់បន្ទាត់ (d) , (T) និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី០៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x - 2 + e^{-x}$ មានក្រាប (C)

ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រូតនៃ (C) បើ $x \rightarrow -\infty$ ។
ចូរទាញបញ្ជាក់នូវទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

២. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

៣. គណនា $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤. គណនា $f(-2), f(-1), f(1)$ និង $f(2)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x) = 0$
មានឫសពីរ α និង β ដែល $-2 < \alpha < -1$ និង $1 < \beta < 2$ ។

៥. ចូរសង់បន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ។

៦. ដោយប្រើក្រាប (C) ចូរកំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យសមីការ $x - 2 + e^x = m$
ឫសពីរផ្សេងគ្នា x_1, x_2 បំពេញលក្ខខណ្ឌ $x_1 < -1 < 2 < x_2$ ។

លំហាត់ទី០៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = 3 - 4x^2e^x$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$f'(x) = -4x(x+2)e^x \text{ រួចសង្កេតរាងអថេរភាពនៃ } f \text{ ។}$$

៣.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឫសមួយ α ដែល $0 < \alpha < 1$ ។

៤.ចូរសង់ក្រាប (C) ។

លំហាត់ទី០៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = (x^2 - x - 1)e^x$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថន័យម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$f'(x) = (x-1)(x+2)e^x \text{ រួចសង្កេតរាងអថេរភាពនៃ } f \text{ ។}$$

៣.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នា x_1 និង x_2 ដែល

$$-1 < x_1 < 0 < 1 < x_2 < 2 \text{ ។}$$

៤.រកសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 0$ ។

៥.ចូរសង់បន្ទាត់ (T) និងក្រាប (C) ។

លំហាត់ទី០៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = (x^2 + 4x + 4)e^{-x}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថន័យម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$f'(x) = -x(x+2)e^{-x}$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. ចូរគណនា $f(1)$, $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) ។

៤. ស្រាយថា $F(x) = -(x^2 + 6x + 1)e^{-x}$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ។

៥. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃមណ្ឌលប្លង់ខណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស $(x'ox)$ និងបន្ទាត់ពីរ
 $x = -2$, $x = 0$ ។

លំហាត់ទី០៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = 4(x-1)^2 e^{2x}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$f'(x) = 8x(x-1)e^{2x}$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. ចូរគណនា $f(-2)$, $f(-1)$ រួចសង់ក្រាប (C) ។

៤. ស្រាយថា $F(x) = (2x^2 - 6x + 5)e^{2x}$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ។

៥. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃមណ្ឌលប្លង់ខណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស $(x'ox)$ និងបន្ទាត់ពីរ
 $x = 0$, $x = 1$ ។

លំហាត់ទី១០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = \left(\frac{x^2}{2} + 2x + 2\right)e^{-\frac{x}{2}}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ខ្សែកោង (C) ។

២. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$f'(x) = \left(1 - \frac{x^2}{4}\right)e^{-\frac{x}{2}} \text{ រួចសង្កេតរាងអថេរភាពនៃ } f \text{ ។}$$

៣. រកសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹង (C) ត្រង់ $x = 0$ ។

៤. ចូរគណនា $f(1)$, $f(2)$ និង $f(4)$ រួចសង្កេតក្រាប (C) ។

៤. ស្រាយថា $F(x) = -(x^2 + 8x + 20)e^{-\frac{x}{2}}$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ។

៥. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃមណ្ឌលប្លង់ខណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស $(x'ox)$ និងបន្ទាត់ពីរ

$$x = -2, x = 0 \text{ ។}$$

លំហាត់ទី១១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = 2x - 1 - \frac{2e^x - 7}{e^x + 1}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = 2x + 6 - \frac{9e^x}{e^x + 1}$

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y = 2x + 6$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

នៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = 2x - 3 + \frac{9}{e^x + 2}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

នៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_2) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x + 1)^2}$ ។

៤. សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x) = 2e^{2x} - 5e^x + 2$ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី១២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 3 - \frac{3e^{2x} + 2}{e^{2x} + 2}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថន័យម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = x + 2 - \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 2}$

គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ

ក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងជ្រៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = x + \frac{4}{e^{2x} + 1}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

នៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងជ្រៀបរវាង (C) និង (d_2) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \left(\frac{e^{2x} - 2}{e^{2x} + 2} \right)^2$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី១៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = 1 + 4e^x - e^{2x}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្ថន័យម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេកមួយនៃក្រាប (C) ។

២. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ បង្ហាញថា $f(x) = e^{-2x}(e^{-2x} + 4e^{-x} - 1)$ រួចរក $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

៣. គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ បង្ហាញថា $f'(x) = 2e^x(2 - e^x)$ ។ ចូរគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចរបត់ I របស់ក្រាប (C) ។

៥. កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច I ។

៦. ចូរសង់បន្ទាត់ (T) និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី១៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x - 3 + \frac{2-x}{e^x + 1}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអត្ថន័យម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f(x) = -1 + (x-2) \frac{e^x}{e^x + 1}$ រួចទាញថា

បន្ទាត់ $(d_1): y = -1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1) ។

២. ក) ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_2) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$

ដែល $g(x) = e^x + x - 1$ ។

៤. ក) គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

ខ) គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

៥. ដោយប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង្កេតរាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៦. គណនា $f(-2), f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង្កេតក្រាប (C) បន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

គេយក $e = 2.72$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$ ។

លំហាត់ទី១៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}^*$ ដោយ $f(x) = 1 - \frac{x}{2} - \frac{e^x + 1}{2x}$ ។

គេតាង C ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ C ។

២. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): y = -\frac{x}{2} + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C បើ $x \rightarrow -\infty$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ។

៣. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(1-x)(e^x + x + 1)}{2x^2}$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}^*$ ។

៤. បង្ហាញថាសមីការ $e^x + x + 1 = 0$ មានឫស α តែមួយគត់ដែល $-2 < \alpha < -1$

រួចបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $e^x + x + 1$ ចំពោះ $x > \alpha$ និង $x < \alpha$ ។

៥. ទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៦. គណនា $f(-2), f(-1), f(2)$ និង $f(3)$ រួចសង់បន្ទាត់ (d) និងក្រាប C ។

$$\text{គេយក } e^{-2} = 0.14, e^{-1} = 0.38, \frac{e^2 + 1}{4} = 2.10 \text{ និង } \frac{e^3 + 1}{6} = 3.51$$

លំហាវទី១៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = \frac{2e^x - 2x - 2}{2e^x + 1}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ក) គ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយថា $f(x) = 1 - \frac{2x + 3}{2e^x + 1}$ រួចទាញថា

បន្ទាត់ $(d_1): y = 1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) កាលណា $x \rightarrow +\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_1) ។

២. ក) ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = -2x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

ខ) ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d_2) ។

៣. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{2g(x)}{(2e^x + 1)^2}$

ដែល $g(x)$ ត្រូវកុះណាត់។

៤. ក) គណនា $g'(x)$ រួចសិក្សាភាពកើនចុះនៃ g លើ $\mathbb{R}$ ។

ខ) គណនា $g(0)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ ។

៥.ដោយប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង្កេតរកអថេរភាព
នៃអនុគមន៍ f ។

៦.គណនា $f(-1), f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង្កេតក្រាប (C) បន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

គេយក $e = 2.72$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$ ។

www.mathtoday.wordpress.com