គណិតវិទ្យាថ្ងៃនេះ

MathToday

សៀវភៅគណិតវិទ្យាកម្រិតវិទ្យាល័យ

ខ្សែកោង
អនុគមន៍សនិទាន

* សង្ខេបមេរៀននិងគន្លឹះដោះស្រាយសំខាន់ៗ
* លំហាត់ជ្រើសរើសអមដោយដំណោះស្រាយក្បោះក្បាយ
* លំហាត់ជ្រើសរើសសម្រាប់កិច្ចការផ្ទះ

សម្រាប់ថ្នាក់ទី១២ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រពិតនិងថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម

អ្នករៀបរៀង លឹម ផល្គុន

2020

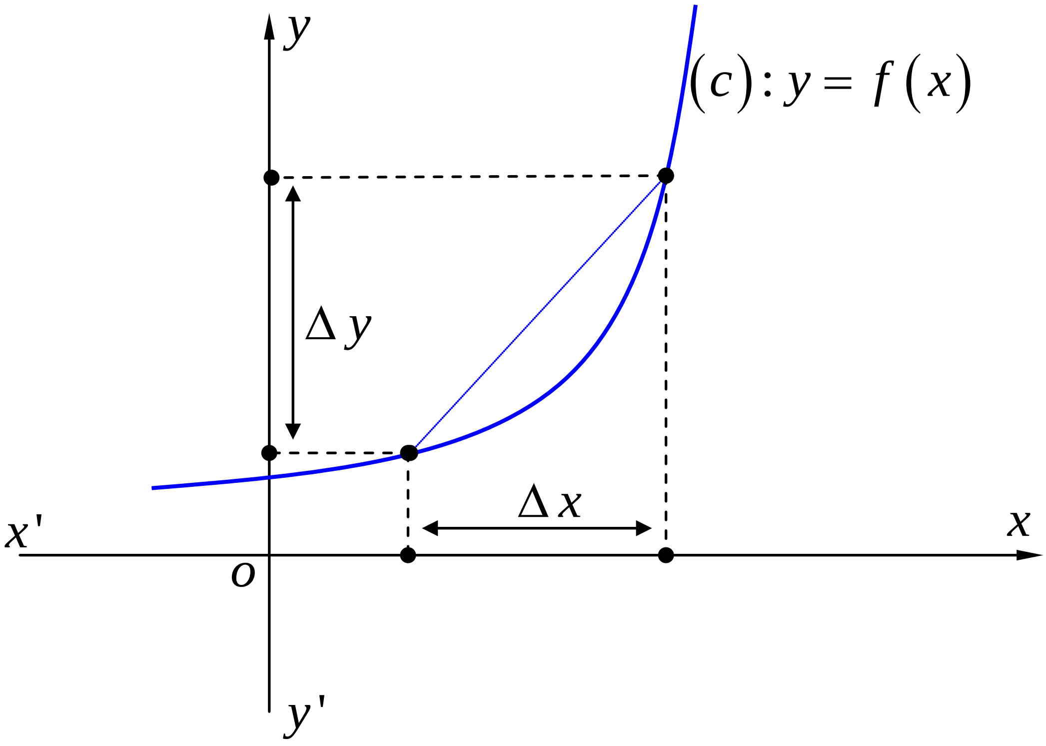
ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សាគោលរបស់ក្រសួងអប់រំយុវជននិងកីឡា

ជំពូកទី០១

សង្ខេបមេរៀនទាក់ទងនិងសិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍

សង្ខេបរូបមន្តដេរីវេ

១.អត្រាបម្រែបម្រួលមធ្យម



បើអថេរ x ប្រែប្រួលពី x_1 ទៅ x_2 ហើយអនុគមន៍ $y=f(x)$

ប្រែប្រួលពី $y_1=f(x_1)$ ទៅ $y_2=f(x_2)$ នោះគេថាផលធៀប

$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ ហៅថាបម្រែបម្រួលមធ្យមនៃ

អនុគមន៍ $y=f(x)$ កាលណា x ប្រែប្រួលពី x_1 ទៅ x_2 ។

២.ដេរីវេត្រង់ចំណុចមួយ

ដេរីវេ $f'(x_0)$ នៃអនុគមន៍ $y=f(x)$ នៅត្រង់ចំណុច $x=x_0$

កំណត់ដោយ $f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ ។

បើគេតាង $x-x_0=h$ ឬ $x=x_0+h$ នោះគេបាន ៖

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$ ។

៣.ភាពមានដេរីវេ និង ភាពជាប់

សន្មតថាអនុគមន៍ $f(x)$កំនត់លើចន្លោះ I ហើយ x_0 ជាចំនួនពិតនៅក្នុង

ចន្លោះ I និង h ជាចំនួនពិតមិនសូន្យដែល x_0+h ជារបស់ I ។

* ចំនួនដេរីវេឆ្វេងត្រង់ចំនួន x_0 នៃអនុគមន៍ $f(x)$កំនត់តាងដោយ ៖

$$f'_-(x_0)=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$ ។

* ចំនួនដេរីវេស្តាំត្រង់ចំនួន x_0 នៃអនុគមន៍ $f(x)$កំនត់តាងដោយ ៖

$$f'_+(x_0)=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$ ។

* ដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f(x)$ ត្រង់ x_0 (បើមាន)កំណត់តាងដោយ ៖

$$f'(x_0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

ហើយតម្លៃ $\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ មានកាលណា

$\lim_{h\to 0^-}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ ។

៤.អនុគមន៍ដេរីវេ

និយមន័យ៖

* បើ f ជាអនុគមន៍មួយកំនត់លើចន្លោះ I និងមានដេរីវេត្រង់គ្រប់ចំណុចនៅក្នុងចន្លោះ I នោះគេថាអនុគមន៍ f មានដេរីវេលើចន្លោះ I ។

* អនុគមន៍ដែលគ្រប់ $x\in I$ ផ្សំបានចំនួនដេរីវេនៃ f ត្រង់ x ហៅថាអនុគមន៍ដេរីវេនៃ f ដែលគេកំនត់សរសេរ $f: x \mapsto f'(x)$ ។

*ដេរីវេ $f'(x)$ នៃអនុគមន៍ $y=f(x)$ គឺជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$ ។

គេអាចប្រើនិមិត្តសញ្ញា $y'=f'(x)=\frac{dy}{dx}=\frac{df(x)}{dx}$ សម្រាប់តាងដេរីវេនៃអនុគមន៍ $y=f(x)$ ។

៥.រូបមន្តដេរីវេនៃអនុគមន៍សំខាន់ៗ

អនុគមន៍	ដេរីវេ
1. $y=k$	$y'=0$
2. $y=x^n$	$y'=nx^{n-1}$
3. $y=\frac{1}{x}$	$y'=-\frac{1}{x^2}$

4. $y=\sqrt{x}$ $\qquad y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

5. $y=e^{x}$ $\qquad y'=e^{x}$

6. $y=a^{x}$ $\qquad y'=a^{x}\ln a$

7. $y=\ln x$ $\qquad y'=\dfrac{1}{x}$

8. $y=\sin x$ $\qquad y=\cos x$

9. $y=\cos x$ $\qquad y'=-\sin x$

10. $y=\tan x$ $\qquad y'=\dfrac{1}{\cos^{2}x}=1+\tan^{2}x$

11. $y=\cot x$ $\qquad y'=-\dfrac{1}{\sin^{2}x}=-(1+\cot^{2}x)$

12. $y=\arcsin x$ $\qquad y'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^{2}}}$

13. $y=\arccos x$ $\qquad y'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^{2}}}$

14. $y=\arctan x$ $\qquad y'=\dfrac{1}{1+x^{2}}$

៦.រូបមន្តគ្រឹះនៃដេរីវេអនុគមន៍

អនុគមន៍ ដេរីវេ

1. $y=u^{n}$ $\qquad y'=n.u'.u^{n-1}$

2. $y=\sqrt{u}$ $\qquad y'=\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$

3. $y=u.v$ $\qquad y'=u'v+v'u$

4. $y=\dfrac{u}{v}$ $\quad y'=\dfrac{u'v-v'u}{v^2}$

5. $y=\ln u$ $\quad y'=\dfrac{u'}{u}$

6. $y=\sin u$ $\quad y'=u'.\cos u$

7. $y=\cos u$ $\quad y'=-u'\sin u$

8. $y=e^u$ $\quad y'=u'.e^u$

9. $y=\tan u$ $\quad y'=u'(1+\tan^2 u)$

10. $y=\arcsin u$ $\quad y'=\dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$

11. $y=\arccos u$ $\quad y'=-\dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$

12. $y=\arctan u$ $\quad y'=\dfrac{u'}{1+u^2}$

13. $y=u^V$ $\quad y'=u^V\left(v'\ln u+v\dfrac{u'}{u}\right)$

៧.ដេរីវេបន្តបន្ទាប់ ៖

ឧបមាថាគេមាន $f(x)$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេទី n លើចន្លោះ I ។

គេកំណត់ដេរីវេបន្តបន្ទាប់នៃអនុគមន៍នេះដូចតទៅ៖

* អនុគមន៍ដេរីវេទីមួយកំណត់តាងដោយ $f'(x)$
* អនុគមន៍ដេរីវេទីពីរកំណត់តាងដោយ $f''(x)$
* អនុគមន៍ដេរីវេទីបីកំណត់តាងដោយ $f'''(x)$
* អនុគមន៍ដេរីវេទីបួនកំណត់តាងដោយ $f^{(4)}(x)$

----

* អនុគមន៍ដេរីវេទី n កំណត់តាងដោយ $f^{(n)}(x)$ ។

៨.សមីការបន្ទាត់ប៉ះក្រាបតាងអនុគមន៍មួយ

✧ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=f(x)$ ត្រង់ចំណុច x_0 គឺជាដេរីវេនៃ f ត្រង់ x_0 គឺ $m=f'(x_0)$ ។

✧ សមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=f(x)$ ត្រង់ចំណុច x_0 គឺ $(T): y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$ ។

៩.ទិសដៅអថេរភាពនៃអនុគមន៍

ក)អនុគមន៍កើន

✧ f ជាអនុគមន៍កើនលើចន្លោះ I លុះត្រាតែ $f'(x)>0$ គ្រប់ $x\in I$

✧ លក្ខណះ បើ $\alpha,\beta\in I$ ដែល $\alpha>\beta$ នាំឲ្យ $f(\alpha)<f(\beta)$ ។

ខ)អនុគមន៍ចុះ

✧ f ជាអនុគមន៍កើនលើចន្លោះ I លុះត្រាតែ $f'(x)<0$ គ្រប់ $x\in I$

✧ លក្ខណះ បើ $\alpha,\beta\in I$ ដែល $\alpha>\beta$ នាំឲ្យ $f(\alpha)>f(\beta)$ ។

១០.បរមាធៀបនៃអនុគមន៍

✧ អនុគមន៍ f មានអតិបរមាធៀបត្រង់ $x=x_0$ កាលណា $\begin{cases} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)<0 \end{cases}$

✧ $f(x_0)=M$ ជាតម្លៃអតិបរមាធៀប ។

✧ អនុគមន៍ f មានអប្បបរមាធៀបត្រង់ $x=x_0$ កាលណា $\begin{cases} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)>0 \end{cases}$

✧ $f(x_0)=m$ ជាតម្លៃអប្បបរមាធៀប ។

១១.ភាពផត ប៉ោង និង ចំណុចរបត់

ក)អនុគមន៍ផត-ប៉ោង

✧ បើគ្រប់ $x \in I$ គេមាន $f''(x) < 0$ នោះគេថា f ជាអនុគមន៍ប៉ោង(Convex function)លើចន្លោះ I ។

✧ បើគ្រប់ $x \in I$ គេមាន $f''(x) < 0$ នោះគេថា f ជាអនុគមន៍ប៉ោង(Concave function)លើចន្លោះ I ។

ខ)ចំណុចរបត់នៃខ្សែកោង

✧ គេថាចំណុច $I(x_0, y_0)$ ជាចំណុចរបត់នៃខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ $y = f(x)$ កាលណាខ្សែកោងប៉ោង(ឬផត) នៅលើ $[a, x_0]$ ហើយផត(ឬប៉ោង)នៅលើ $[x_0, b]$ ។

✧ របៀបរកចំណុចរបត់របស់ខ្សែកោងតាង $y = f(x)$ គេត្រូវ ៖

☞ គណនាដេរីវេទីពីរ $y'' = f''(x)$

☞ ដោះស្រាយសមីការ $f'(x) = 0$

☞ សិក្សាសញ្ញានៃ $f''(x)$

-បើ $f''(x)$ ប្តូរសញ្ញានៅសងខាងនៃឫស x_0 នោះខ្សែកោងមានចំណុចរបត់ $I(x_0, f(x_0))$ ។

-បើ $f''(x)$ មិនប្តូរសញ្ញានោះខ្សែកោងគ្មានចំណុចរបត់ទេ ។

សង្ខេបគន្លឹះសំខាន់ៗក្នុងការសិក្សាអនុគមន៍

១.សមីការអាស៊ីមតូតនៃខ្សែកោង

១.១.អាស៊ីមតូតឈរ

គេថាបន្ទាត់ $x=a$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប $(C): y=f(x)$

លុះត្រាតែ $\lim_{x\to a} f(x)=\infty$ ។

១.២.អាស៊ីមតូតដេក

គេថាបន្ទាត់ $y=b$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប $(C): y=f(x)$

លុះត្រាតែ $\lim_{x\to\infty} f(x)=b$ ឬ $\lim_{x\to\infty}\left[f(x)-b\right]=0$ ។

១.៣.អាស៊ីមតូតទ្រេត

គេថាបន្ទាត់ $y=ax+b$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប $(C): y=f(x)$

លុះត្រាតែ $\lim_{x\to\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$ ។

រូបមន្តកំណត់រកសមីការនៃអាស៊ីមតូតទ្រេត $y=ax+b$

នៃក្រាប$(C): y=f(x)$គឺ $a=\lim_{x\to\infty}\left[\frac{f(x)}{x}\right]$ និង $b=\lim_{x\to\infty}\left[f(x)-ax\right]$ ។

បើអនុគមន៍ f អាចសរសេរជាទម្រង់ $f(x)=ax+b+g(x)$

ដែល $\lim_{x\to\infty}\left[g(x)\right]=0$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ $y=ax+b$ ហៅថា

អាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង $(C): y=f(x)$ ។

២.ទីតាំងនៃខ្សែកោងធៀបទៅនឹងអាស៊ីមតូត

២.១.ទីតាំងនៃខ្សែកោងធៀបនឹងអាស៊ីមតូតដេក

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y = f(x)$ និងបន្ទាត់ $(d): y = b$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C)។

ដើម្បីសិក្សាទីតាំងនៃខ្សែកោង (C) ធៀបទៅនឹងអាស៊ីមតូតដេករបស់វាគេត្រូវ៖

- គណនាផលដក $f(x) - y_d = f(x) - b$ រួចសិក្សាសញ្ញារបស់វា។
- សន្និដ្ឋានលទ្ធផល៖
  - •បើ $f(x) - y_d < 0$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d)។
  - •បើ $f(x) - y_d = 0$ នោះខ្សែកោង (C) ប្រសព្វជាមួយបន្ទាត់ (d)។
  - •បើ $f(x) - y_d > 0$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d)។

២.២.ទីតាំងនៃខ្សែកោងធៀបនឹងអាស៊ីមតូតទ្រេត

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y = f(x)$ និងបន្ទាត់ $(d): y = ax + b$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C)។

ដើម្បីសិក្សាទីតាំងនៃខ្សែកោង (C) ធៀបទៅនឹងអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់វាគេត្រូវ៖

- គណនាផលដក $f(x) - y_d = f(x) - (ax + b)$ រួចសិក្សាសញ្ញារបស់វា។
- សន្និដ្ឋានលទ្ធផល៖
  - •បើ $f(x) - y_d < 0$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d)។
  - •បើ $f(x) - y_d = 0$ នោះខ្សែកោង (C) ប្រសព្វជាមួយបន្ទាត់ (d)។
  - •បើ $f(x) - y_d > 0$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d)។

៣.ផ្ចិតឆ្លុះនិងអ័ក្សឆ្លុះនៃខ្សែកោង

៣.១.ផ្ចិតឆ្លុះ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y = f(x)$ និងចំណុច $I(a,b)$

ដើម្បីស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(a,b)$ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C)គេត្រូវស្រាយឲ្យឃើញថាចំពោះគ្រប់ $x_0 \in D_f : f(x_0) + f(2a - x_0) = 2b$ ។

៣.២.អ័ក្សឆ្លុះ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y = f(x)$ និងបន្ទាត់ $(d): x = a$

ដើម្បីស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់(d)ជាអ័ក្សឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C)គេត្រូវស្រាយឲ្យឃើញថាចំពោះគ្រប់ $x_0 \in D_f : f(x_0) = f(2a - x_0)$ ។

៤.ចំណុចរបត់នៃខ្សែកោង

ក)អនុគមន៍ផត-ប៉ោង

✧ បើគ្រប់ $x \in I$ គេមាន $f''(x) < 0$ នោះគេថា f ជាអនុគមន៍ប៉ោង(Convex function)លើចន្លោះ I ។

✧ បើគ្រប់ $x \in I$ គេមាន $f''(x) < 0$ នោះគេថា f ជាអនុគមន៍ប៉ោង(Concave function)លើចន្លោះ I ។

ខ)ចំណុចរបត់នៃខ្សែកោង

✧ គេថាចំណុច $I(x_0, y_0)$ ជាចំណុចរបត់នៃខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ $y = f(x)$ កាលណាខ្សែកោងប៉ោង(ឬផត) នៅលើ $[a, x_0]$ហើយផត(ឬប៉ោង)នៅលើ $[x_0, b]$ ។

✧ របៀបរកចំណុចរបត់របស់ខ្សែកោងតាង $y=f(x)$ គេត្រូវ ៖

☞ គណនាដេរីវេទីពីរ $y''=f''(x)$

☞ ដោះស្រាយសមីការ $f'(x)=0$

☞ សិក្សាសញ្ញានៃ $f''(x)$

-បើ $f''(x)$ ប្តូរសញ្ញានៅសងខាងនៃឫស x_0 នោះខ្សែកោង មានចំណុចរបត់ $I\left(x_0, f\left(x_0\right)\right)$ ។

-បើ $f''(x)$ មិនប្តូរសញ្ញានោះខ្សែកោងគ្មានចំណុចរបត់ទេ ។

៥.សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះ

៥.១.សមីការបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោងត្រង់ចំណុចមួយ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y=f(x)$

ដើម្បីរកសមីការនៃបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស $x=x_0$ គេត្រូវ ៖

◆ប្រើរូបមន្តសមីការបន្ទាត់ប៉ះ $(T): y=f'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)+y_0$

◆គណនាដេរីវេ $y'=f'(x)$ រួចទាញរក $f'\left(x_0\right)$

◆គណនាអរដោនេនៃចំណុចប៉ះគឺ $y_0=f\left(x_0\right)$

◆យកតម្លៃ x_0, y_0 និង $f'\left(x_0\right)$ ជំនួសក្នុងរូបមន្តសមីការខាងលើ។

៥.២.សមីការបន្ទាត់គូសចេញពីចំណុចមួយប៉ះទៅខ្សែកោង

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y=f(x)$

ដើម្បីរកសមីការនៃបន្ទាត់ (T) ដែលគូសចេញពីចំណុច $A\left(x_A, y_A\right)$ ហើយប៉ះ

ទៅនិងខ្សែកោង (C) គេត្រូវ៖

◆តាង $M_0(x_0,y_0)$ ជាចំណុចប៉ះរវាងបន្ទាត់ (T) និងខ្សែកោង (C)

◆សមីការបន្ទាត់ប៉ះអាចសរសេរតាមរូបមន្ត $(T): y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$

◆ដោយបន្ទាត់ (T) ដែលគូសចេញពីចំណុច $A(x_A, y_A)$ នោះកូអរដោនេនៃ ចំណុច A ត្រូវផ្ទៀងផ្ទាត់នឹងសមីការនៃ (T) ។ ដោយយកកូអរដោនេនៃ ចំណុច A ជំនួសក្នុងសមីការនៃ (T) រួចដោះស្រាយរក x_0 បន្ទាប់មកយកតម្លៃ នៃ x_0 ដែលទើប រកឃើញទៅជំនួសក្នុងសមីការនៃ (T) នោះគេទទួលបាន សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះដែលត្រូវរក។

៥.៣.សមីការបន្ទាត់ប៉ះទៅខ្សែកោងហើយស្របនឹងបន្ទាត់មួយ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y = f(x)$

ដើម្បីរកសមីការនៃបន្ទាត់ (T) ប៉ះទៅនិងខ្សែកោង (C) ហើយស្របទៅនឹង បន្ទាត់ (d) មានសមីការ: $y = ax + b$ គេត្រូវ៖

◆តាង $M_0(x_0,y_0)$ ជាចំណុចប៉ះរវាងបន្ទាត់ (T) និងខ្សែកោង (C)

◆សមីការបន្ទាត់ប៉ះអាចសរសេរតាមរូបមន្ត $(T): y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$

◆ដោយបន្ទាត់ $(T) // (d): y = ax + b$ នោះគេបាន $f'(x_0) = a$

រួចដោះស្រាយរក x_0 បន្ទាប់មកយកតម្លៃនៃ x_0 ដែលបានរកឃើញទៅជំនួស ក្នុងសមីការនៃ (T) នោះគេទទួលបានសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះដែលត្រូវរក។

៥.៤.សមីការបន្ទាត់ប៉ះទៅខ្សែកោងហើយកែងនឹងបន្ទាត់មួយ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y = f(x)$

ដើម្បីរកសមីការនៃបន្ទាត់(T)ប៉ះទៅនិងខ្សែកោង(C)ហើយស្របទៅនឹងបន្ទាត់(d)មានសមីការ: $y=ax+b$គេត្រូវ៖

◆តាង $M_0(x_0,y_0)$ជាចំណុចប៉ះរវាងបន្ទាត់(T)និងខ្សែកោង(C)

◆សមីការបន្ទាត់ប៉ះអាចសរសេរតាមរូបមន្ត $(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0$

◆ដោយបន្ទាត់$(T)\perp(d): y=ax+b$ នោះគេបាន $a\times f'(x_0)=-1$ រួចដោះស្រាយរក x_0 បន្ទាប់មកយកតម្លៃនៃx_0ដែលបានរកឃើញទៅជំនួសក្នុងសមីការនៃ(T)នោះគេទទួលបានសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះដែលត្រូវរក។

៥.៥.សមីការបន្ទាត់ប៉ះរួមទៅនឹងខ្សែកោងពីរ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោងពីរ $(C_f): y=f(x)$និង$(C_g): y=g(x)$

ដើម្បីរកសមីការនៃបន្ទាត់(T)ប៉ះរួមទៅនិងខ្សែកោង(C_f)និង(C_g)គេត្រូវ៖

◆តាង$(T): y=ax+b$ ជាសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះរួមទៅនិងខ្សែកោង(C_f) និង(C_g)។

◆សរសេរសមីការអាប់ស៊ីសនៃចំណុចប្រសព្វរវាង(T)ជាមួយនឹង(C_f)និង(C_g)

◆កំណត់លក្ខខណ្ឌឲ្យសមីការអាប់ស៊ីសទាំងនោះមានឫសឌុបរួចដោះស្រាយរកលេខមេគុណ a និង b ។

៥.៦.សមីការបន្ទាត់ប៉ះរួមទៅនឹងខ្សែកោងពីរត្រង់ចំណុចមួយ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោងពីរ $(C_f): y=f(x)$និង$(C_g): y=g(x)$

ខ្សែកោង(C_f)និង(C_g)មានបន្ទាត់ប៉ះរួម(T)ត្រង់ $M_0(x_0,y_0)$លុះត្រាតែ៖

$f(x_0)=g(x_0)=y_0$ និង $f'(x_0)=g'(x_0)=a$ ។

សមីការបន្ទាត់ប៉ះរួមនេះគឺ $(T): y = a(x - x_0) + y_0$ ។

៥.៧.លក្ខខណ្ឌបន្ទាត់និងខ្សែកោងប៉ះគ្នាត្រង់ចំណុចមួយ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y = f(x)$ និងបន្ទាត់ $(d): y = \alpha x + \beta$

ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) ប៉ះគ្នាត្រង់ចំណុច $M_0(x_0, y_0)$ លុះត្រាតែ៖

$$\begin{cases} f'(x_0) = \alpha \\ f(x_0) = \alpha x_0 + \beta = y_0 \end{cases}$$

៦.កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ

៦.១.កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោងជាមួយអ័ក្សកូអរដោនេ (xoy):

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y = f(x)$

◆បើ $(C) \cap (x'ox)$: នោះ $y = f(x) = 0$

◆បើ $(C) \cap (y'oy)$: នោះ $x = 0$ និង $y = f(0)$

៦.២.កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោងនិងបន្ទាត់

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោង $(C): y = f(x)$ និងបន្ទាត់ $(d): y = \alpha x + \beta$

ដើម្បីរកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាង (C) និង (d) គេត្រូវ៖

◆សរសេរសមីការអាប់ស៊ីសដោយផ្ទឹមតម្លៃ y គឺ $f(x) = \alpha x + \beta$

◆ដោះស្រាយសមីការខាងលើរកអាប់ស៊ីស x រួចទាញរកអរដោនេ $y = \alpha x + \beta$

៦.៣.កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោងពីរ

ឧបមាថាគេមានខ្សែកោងពីរ $(C_f): y = f(x)$ និង $(C_g): y = g(x)$

ដើម្បីរកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាង (C_f) និង (C_g) គេត្រូវ៖

◆សរសេរសមីការអាប់ស៊ីសដោយផ្ទឹមតម្លៃ y គឺ $f(x)=g(x)$

◆ដោះស្រាយសមីការខាងលើរកអាប់ស៊ីស x រួចទាញរកអរដោនេ $y=f(x)$ ឬ $y=g(x)$ ។

៧.សំណុំចំណុចក្នុងប្លង់

៧.១.និយមន័យ

ឧបមាថាគេមានចំណុច M មានកូអរដោនេ $x=u(m),y=v(m)$ ដែល $m\in\Re$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រមួយ ។ ទំនាក់ទំនងរវាងកូអរដោនេ x និង y ដែលមិនអាស្រ័យនឹង m គឺ $\varphi(x,y)=0$ ហៅថាសមីការនៃសំណុំនៃ M ក្នុងប្លង់។

៧.២.សំណុំចំណុចជាបន្ទាត់ដេក

ឧបមាថាគេមានចំណុច M មានកូអរដោនេ $x=u(m),y=\beta$ ដែល $m\in\Re$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រមួយ និង β ជាចំនួនពិតថេរ។ដោយគ្រប់ m គេមាន $y=\beta$ ថេរ នោះសំណុំនៃចំណុច M គឺជាបន្ទាត់ដេក $y=\beta$ ។

៧.៣.សំណុំចំណុចជាបន្ទាត់ឈរ

ឧបមាថាគេមានចំណុច M មានកូអរដោនេ $x=\alpha\,,y=v(m)$ ដែល $m\in\Re$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រមួយនិង α ជាចំនួនពិតថេរ។

ដោយគ្រប់ m គេមាន $x=\alpha$ ថេរនោះសំណុំនៃចំណុច M គឺជាបន្ទាត់ឈរ ដែលមានសមីការ $x=\alpha$ ។

៧.៤.សំណុំចំណុចជាបន្ទាត់ទ្រេត

ឧបមាថាគេមានចំណុច M មានកូអរដោនេ $x=u(m), y=\beta$ ដែល $m\in\Re$

ដោយបំបាត់ប៉ារ៉ាម៉ែត្រ m បើគេបានទំនាក់ទំនង ៖

$y=\alpha x+\beta, \alpha\neq 0, \alpha, \beta\in\Re$

នោះគេថាសំណុំចំណុច M គឺជាបន្ទាត់ទ្រេត $(d): y=\alpha x+\beta$ ។

៧.៥.សំណុំចំណុចជារង្វង់

បើកូអរដោនេនៃចំណុច $M(x,y)$ ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ ៖

$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$

នោះគេថាសំណុំនៃចំណុច M គឺជារង្វង់ផ្ចិត $I(\alpha,\beta)$ និងកាំ r ។

៧.៦.សំណុំចំណុចជាប៉ារ៉ាបូល

បើកូអរដោនេនៃចំណុច $M(x,y)$ ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $(x-h)^2=4p(y-k)$

ឬ $(y-k)^2=4p(x-h)$ ឬ $y=\alpha x^2+\beta x+\gamma$, $\alpha\neq 0, \alpha, \beta, \gamma\in\Re$

នោះគេថាសំណុំនៃចំណុច M គឺជាប៉ារ៉ាបូល ។

៧.៧.សំណុំចំណុចជាអេលីប

បើកូអរដោនេនៃចំណុច $M(x,y)$ ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ ៖

$\frac{(x-h)^2}{\alpha^2}+\frac{(y-k)^2}{\beta^2}=1$ នោះគេថាសំណុំនៃចំណុច M គឺជាអេលីបមួយ។

៧.៨.សំណុំចំណុចជាអ៊ីពែបូល

បើកូអរដោនេនៃចំណុច $M(x,y)$ ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ៖

$\frac{(x-h)^2}{\alpha^2}-\frac{(y-k)^2}{\beta^2}=\pm 1$ នោះគេថាសំណុំនៃចំណុច M គឺជាអ៊ីពែបូល។

៨.អនុគមន៍កើន អនុគមន៍ចុះ

៨.១.អនុគមន៍កើន

✧ f ជាអនុគមន៍កើនលើចន្លោះ I លុះត្រាតែ $f'(x)>0$ គ្រប់ $x\in I$

✧ លក្ខណៈ បើ $\alpha,\beta\in I$ ដែល $\alpha>\beta$ នាំឲ្យ $f(\alpha)<f(\beta)$ ។

៨.២.អនុគមន៍ចុះ

✧ f ជាអនុគមន៍កើនលើចន្លោះ I លុះត្រាតែ $f'(x)<0$ គ្រប់ $x\in I$

✧ លក្ខណៈ បើ $\alpha,\beta\in I$ ដែល $\alpha>\beta$ នាំឲ្យ $f(\alpha)>f(\beta)$ ។

៩.អតិបរមាធៀបនិងអប្បបរមាធៀប

៩.១.អតិបរមាធៀប

✧ អនុគមន៍ f មានអតិបរមាធៀបត្រង់ $x=x_0$ កាលណា $\begin{cases} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)<0 \end{cases}$

✧ $f(x_0)=M$ ជាតម្លៃអតិបរមាធៀប ។

៩.២.អប្បបរមាធៀប

✧ អនុគមន៍ f មានអប្បបរមាធៀបត្រង់ $x=x_0$ កាលណា $\begin{cases} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)>0 \end{cases}$

✧ $f(x_0)=m$ ជាតម្លៃអប្បបរមាធៀប ។

១០.សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍មួយនិងតារាងអថេរភាព

១០.១.សិក្សាទិសដៅអថេរភាពនៃអនុគមន៍មួយ

ឧបមាថាគេមានអនុគមន៍ $y=f(x)$

ដើម្បីសិក្សាទិសដៅអថេរភាពនៃអនុគមន៍នេះគេត្រូវៈ

◆រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍

◆គណនាដេរីវេ $y'=f'(x)$

◆គូសតារាងសញ្ញានៃ $y'=f'(x)$

◆បញ្ជាក់ភាពកើនចុះនៃអនុគមន៍

១០.២.តារាងអថេរភាព

ឧបមាថាគេមានអនុគមន៍ $y=f(x)$

ដើម្បីគូសអថេរភាពនៃអនុគមន៍នេះគេត្រូវ៖

◆រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍

◆គណនាដេរីវេ $y'=f'(x)$

◆គូសតារាងសញ្ញានៃ $y'=f'(x)$

◆បញ្ជាក់តម្លៃបរមាធៀប(បើមាន)

◆រកលីមីតចុងដែនកំណត់

◆គូសតារាងអថេរភាព

១១.របៀបសិក្សាអថេរភាពនិងសង់ខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ទូទៅ

✧ ***រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍*** ៖ សំណុំតម្លៃនៃ x ដែលអនុគមន៍ $y=f(x)$ មានន័យ។

✧ ***ទិសដៅអថេរភាព*** ៖

☞រកដេរីវេ $y'=f'(x)$

☞សិក្សាសញ្ញាដេរីវេ $y'=f'(x)$

☞បញ្ជាក់ចំណុចបរមាធៀប (បើមាន)

☞គណនាលីមីត

☞កំណត់សមីការអាស៊ីមតូត

☞គូសតារាងអថេរភាព

✧ ***សំណង់ក្រាប*** ៖

☞រកអក្ស័ឆ្លុះ-ផ្ចិតឆ្លុះ-ចំណុចរបត់ (បើមាន)

☞រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វជាមួយអក្ស័កូអរដោនេ

☞តារាងតម្លៃលេខត្រូវគ្នារវាង x និង y រួចគូសក្រាបតំណាងអនុគមន៍ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ មួយ ។

www.mathtoday.wordpress.com

ជំពូកទី០២

កម្រងលំហាត់សិក្សាអនុគមន៍សនិទាននិងសំណង់ក្រាប

លំហាត់ទី០១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ពិត $x \neq 1$ ដោយ ៖

$f(x)=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$ តាង (C)ជាក្រាបនៃf ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចូរកំណត់បីចំនួនពិត m,n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x)=mx+n+\dfrac{p}{x-1}$

គ្រប់ $x \neq 1$ ។ គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ

អាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា$x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ។

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់(T)ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុចM មាន

អាប់ស៊ីស $x=2$ ។

៥.តាងI ជាប្រសព្វរវាងអាស៊ីមតូតឈរនិងអាស៊ីមតូតទ្រេត ហើយ A និងB

ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់(T)ជាមួយនឹងអាស៊ីមតូតឈរនិងអាស៊ីមតូតទ្រេត

រៀងគ្នារបស់ខ្សែកោង(C) ។ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច I,A និង B រួចស្រាយបញ្ជាក់ថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង ។

៦.គណនា $f(-2), f(0)$ និង $f(5)$ រួចសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)និង(T) ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ IAB និងផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង(C) ជាមួយបន្ទាត់(d)និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=2$ និង $x=5$ រួចប្រៀបធៀបផ្ទៃក្រឡាទាំងពីរនេះ ។ គេឲ្យ $\ln 2 \approx 0.69315$ ។

លំហាត់ទី០២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ពិត $x \neq 2$ ដោយ ៖

$f(x)=\dfrac{x^2-5x+10}{x-2}$ តាង (C)ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចូរកំណត់បីចំនួនពិត m,n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x)=mx+n+\dfrac{p}{x-2}$ គ្រប់ $x \neq 2$ ។ គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d): y=x-3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោ(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{x^2-4x}{(x-2)^2}$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់(T_1)និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុច M មានអាប់ស៊ីស $x=1$ និង N មានអាប់ស៊ីស $x=3$ រៀងគ្នា។

៥.បន្ទាត់ (T_1) កាត់អាស៊ីមតូតឈរនិងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ត្រង់ A និង B ហើយ
បន្ទាត់ (T_2) កាត់អាស៊ីមតូតឈរនិងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ត្រង់ C និង D ។
ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A,B,C,D រួចស្រាយថាចតុកោណ $ABCD$
ជាប្រលេឡូក្រាម ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។

៦.យក I ជាផ្ចិតនៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។ ចូរស្រាយថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃ (C) ។

៧.គណនា $f(-2)$ និង $f(6)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ $(d),(T_1),(T_2)$ ។

លំហាត់ទី០៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ពិត $x \neq 3$ ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-5x+10}{x-3}$
តាង (C) ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចូរកំណត់បីចំនួនពិត m,n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x)=mx+n+\dfrac{p}{x-3}$
គ្រប់ $x \neq 3$ ។ គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ
អាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)
កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោ (C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq 3$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$ ។
គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.គេឲ្យគ្រួសារបន្ទាត់ $(\Delta): y=mx+m+5$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក)កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចនឹង A របស់គ្រួសារនៃបន្ទាត់(Δ) ។

ខ)បង្ហាញថាមានបន្ទាត់ពីរ(Δ') និង (Δ'') នៃគ្រួសារបន្ទាត់(Δ) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C) ។ សរសេរសមីការ(Δ') និង (Δ'')រួចគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចប៉ះ M និង N រវាងបន្ទាត់(Δ') និង (Δ'')ជាមួយខ្សែកោង(C) ។ (គេដឹងថា (Δ'') ជាបន្ទាត់ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស) ។

គ)បន្ទាត់(Δ') និង (Δ'')ប្រសព្វបន្ទាត់(d) ត្រង់ចំណុច B និង C រៀងគ្នា។ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច B និង C។

ឃ)តាង I ជាចំណោលកែងនៃ A លើ BC។ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច I រួចស្រាយថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។គណនាផ្ទៃក្រឡា ΔABC ។

៥.ចូរសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d),(Δ')និង(Δ'')ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង(C) ជាមួយបន្ទាត់ប៉ះ (Δ')និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=-1$ និង $x=2$ ។

<u>**លំហាត់ទី០៤**</u>

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ពិត $x\neq\frac{1}{2}$ ដោយ $f(x)=\dfrac{2x^2-7x+5}{2x-1}$

តាង (C)ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចូរកំណត់បីចំនួនពិត m,n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x)=mx+n+\dfrac{p}{2x-1}$ គ្រប់ $x\neq\frac{1}{2}$ ។ គណនា $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ

អាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \to \infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{1}{2}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{4x^2 - 4x - 3}{(2x-1)^2}$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) រៀងគ្នាត្រង់ចំណុច M និង N មានអាប់ស៊ីស $x = 0$ និង $x = 1$ រួចស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ស្របគ្នា ។

៥.តាង A និង B ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (d) ជាមួយបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) រៀងគ្នា ។ យក I ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $[AB]$ ។

ក.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A, B និង I រួចស្រាយថាចតុកោណ $AMBN$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

ខ.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៦.គណនា $f(-1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ $(d),(T_1)$ និង (T_2) ។

<u>លំហាត់ទី០៥</u>

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ពិត $x \neq \frac{3}{2}$ ដោយ ៖

$f(x) = \frac{2x^2 - 11x + 14}{2x - 3}$ តាង (C) ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ចូរកំណត់បីចំនួនពិត m,n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x)=mx+n+\frac{p}{2x-3}$

គ្រប់ $x\neq\frac{3}{2}$ ។ គណនា $\lim_{x\to\infty}f(x)$ និង $\lim_{x\to\frac{3}{2}}f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ

អាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d):y=x-4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq\frac{3}{2}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{(2x-1)(2x-5)}{(2x-3)^2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I\left(\frac{3}{2},-\frac{5}{2}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៥.តាមចំណុច I គេគូសបន្ទាត់ (Δ) មានមេគុណប្រាប់ទិស $a=5$ ។

ក)រកកូអរដោនេចំណុច A និង B ជាប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (Δ) និងក្រាប (C) ។

ខ)សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ប៉ះនឹងក្រាប (C) ត្រង់ A និង B ។

ទាញបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ស្របគ្នា។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) , (Δ), (T_1) និង (T_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។

៧.ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនៃឫសរបស់សមីការ ៖

$\frac{2x^2-11x+14}{2x-3}=-3x+m$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។

លំហាត់ទី០៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{4}{3}$ ដោយ ៖

$f(x)=\frac{3x^2-4x+3}{3x-4}$ តាង (C)ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{4}{3}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(x)=x+\frac{3}{3x-4}$ ។

គណនា $\lim_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to\frac{4}{3}} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=x$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d)និងខ្សែកោង (C)

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{4}{3}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{(3x-1)(3x-7)}{(3x-4)^2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C)។

៥.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y=mx+6$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក.ចូរបង្ហាញថាគ្រប់ $m\in\mathbb{R}$ បន្ទាត់ (Δ_m) នីមួយៗសុទ្ធតែកាត់តាមចំណុចនឹង A មួយដែលគេនឹងបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។

ខ.កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) រួចកំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះ។

៦.គណនា $f(-1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) ព្រមទាំងបន្ទាត់ប៉ះទាំងអស់ទៅនឹងខ្សែកោង (C) ដែលគូសចេញពីចំណុច A ។

លំហាត់ទី០៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{4}{3}$ ដោយ ៖

$f(x)=\frac{3x^2-4x+3}{3x-4}$ តាង (C)ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{4}{3}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(x)=x+\frac{3}{3x-4}$ ។

គណនា $\lim_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to\frac{4}{3}} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរ

នៃខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=x$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង

(C) កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C)។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{4}{3}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{(3x-1)(3x-7)}{(3x-4)^2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C)។

៥.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y=mx+6$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក.ចូរបង្ហាញថាគ្រប់ $m\in\mathbb{R}$ បន្ទាត់(Δ_m)នីមួយៗសុទ្ធតែកាត់តាមចំណុចនឹង A មួយដែលគេនឹងបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។

ខ.កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់(Δ_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C)រួចកំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះ។

៦.គណនា $f(-1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)ព្រមទាំងបន្ទាត់ប៉ះទាំងអស់ទៅនឹងខ្សែកោង(C)ដែលគូសចេញពីចំណុច A ។

លំហាត់ទី០៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{1}{2}$ ដោយ ៖

$f(x) = \frac{(x-2)^2}{2x-1}$ តាង (C) ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{1}{2}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(x) = \frac{x}{2} - \frac{7}{4} + \frac{9}{4(2x-1)}$

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរ

នៃខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = \frac{x}{2} - \frac{7}{4}$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប

(C) កាលណា $x \to \infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C)

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{1}{2}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{2(x+1)(x-2)}{(2x-1)^2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៥.គេមានបីចំណុច A , B និង M ស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) មានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា

$x_a = 0, x_b = 1$ និង $x_m = -4$ ។

ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A , B និង M ។

ខ)សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោងត្រង់ចំណុច

A និង B រៀងគ្នា ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ស្របគ្នា។

គ)កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច $N\in(C)$ ដោយដឹងថាចតុកោណ $AMBN$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)ព្រមទាំងបន្ទាត់ប៉ះ(T_1)និង (T_2) ។

លំហាត់ទី០៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=x-1+\dfrac{1}{x-3}$ ដែល $x\neq 3$ ។

តាង (C)ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d):y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា$x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 3$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ។

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់(T)ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុចA មានអាប់ស៊ីស $x=\dfrac{5}{2}$ ។

៥.ចូរស្រាយថាចំណុច $I(3,2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C) ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)និង(T)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់ប៉ះ(T)និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=0$ និង $x=\dfrac{5}{2}$ ។

លំហាត់ទី០៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{-x^2+3x+2}{x-2}$ ដែល $x\neq 2$ ។

តាង (C)ជាក្រាបនៃf ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\neq 2$ ចូរស្រាយថា $f(x)=-x+1+\dfrac{4}{x-2}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d):y=-x+1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C)។ កាលណា$x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 2$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=-\dfrac{(x-2)^2+4}{(x-2)^2}$ ។

បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះរួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ។

៤.ក)រកសមីការបន្ទាត់(T_1)និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)រៀងគ្នាត្រង់ចំណុចM និង N មានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x_M=0$ និង $x_N=4$ ។

ខ)ក្រៅពីចំណុចMនិងNចូរបង្ហាញថាមានបួនចំណុចទៀតស្ថិតនៅលើក្រាប(C)មានកូអរដោនេជាចំនួនគត់រឺឡាទីហ្វដែលត្រូវកំណត់។

រកប្រភេទនៃចតុកោណដែលបង្កើតដោយបួនចំណុចនោះ ។

៥.ចូរស្រាយថាចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C) ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=-2$ និង $x=1$ ។

លំហាត់ទី១០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-3x-2}{x-1}$ ដែល $x\neq 1$ ។

តាង (C)ជាក្រាបនៃf ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\neq 1$ ចូរស្រាយថា $f(x)=x-2-\dfrac{4}{x-1}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរ នៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d):y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា$x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(x-1)^2+4}{(x-1)^2}$ ។

បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចរួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ។

៤.គេគូសបន្ទាត់$(\Delta):\ y=2x+2$ កាត់ខ្សែកោង(C)ត្រង់ពីចំណុចAនិងB។

ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច AនិងB ។

ខ)រកចំណុចទាំងអស់ស្ថិតនៅលើខ្សែកោង(C)ដែលបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំណុចទាំងនោះស្របទៅនឹងបន្ទាត់ (Δ) ។

៥.ចូរស្រាយថាចំណុច $I(1,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C) ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=2$ និង $x=5$ ។

លំហាត់ទី១១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-5x+4}{x-2}$ ដែល $x\neq 2$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\neq 2$ ចូរស្រាយថា $f(x)=x-3-\dfrac{2}{x-2}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរ នៃក្រាប (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=x-3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 2$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(x-2)^2+2}{(x-2)^2}$ ។

បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចរួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ខ្សែកោង (C) កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីស (ox) ត្រង់ពីរចំណុច A និង B ។

ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A និង B (គេដឹងថា $x_A<x_B$)។

ខ)សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) រៀងគ្នាត្រង់ ចំណុច A និង B រួចគណនាកូអរដោនេនៃចំណុច S ជាប្រសព្វរវាង (T_1) និង (T_2)

៥.ចូរស្រាយថាចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) , (T_1),(T_2) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ ខណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (T_1) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=-2$ និង $x=1$

លំហាត់ទី១២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{3+2x-x^2}{x-2}$ ដែល $x\neq 2$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\neq 2$ ចូរស្រាយថា $f(x)=-x+\dfrac{3}{x-2}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរ

នៃក្រាប (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=-x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 2$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=-\dfrac{(x-2)^2+3}{(x-2)^2}$ ។

បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចរួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយថាចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) រួចសង់ខ្សែកោង (C) ។

៥.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y=mx+m+4$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក)ចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់ (Δ_m) កាត់តាមចំណុចនឹង M មួយគ្រប់តម្លៃ m ។

ខ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) រួចកំណត់សមីការ

នៃបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះនិងសង់វាក្នុងតម្រុយរួមគ្នាជាមួយខ្សែកោង (C) ។

គ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) កាត់ខ្សែកោង (C) តែមួយចំណុចគត់រួច

សង់បន្ទាត់ (Δ_m) ចំពោះតម្លៃ m ដែលទើបរកឃើញ។

ឃ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) កាត់ក្រាប (C) បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា A និង B រួចសរសេរទំនាក់ទំនងមិនអាស្រ័យនឹង m រវាងអាប់ស៊ីស x' និង x'' នៃចំណុច A និង B ។

លំហាត់ទី១៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-3}$ ដែល $x\neq 3$ ហើយ $a,b,c\in\mathbb{R}$ និង $c\neq 0$ ។

១.កំណត់លេខមេគុណ a,b,c ដោយដឹងថាខ្សែកោង (C) តាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ កាត់តាមបីចំណុច $A(0,-2),B(4,-2),C(6,2)$ ។

២.ចំពោះតម្លៃលេខមេគុណ a,b,c ទើបរកឃើញខាងលើចូរសិក្សាអថេរភាពនិងសង់ក្រាប (C) ។

៣.គេពិនិត្យគ្រួសារបន្ទាត់ $(\Delta_m): y=mx-6$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក)ចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់ (Δ_m) នីមួយៗកាត់តាមចំណុចនឹង M ដែលគេនិងបញ្ជាក់កូអរដោនេរបស់វា។

ខ)តើគេត្រូវឲ្យ m មានតម្លៃប៉ុន្មានទើបបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វខ្សែកោង (C) ខាងលើតែមួយចំណុចគត់រួចសង់បន្ទាត់ (Δ_m) ចំពោះតម្លៃ m ទើបរកឃើញ។

គ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យ (Δ_m) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) រួចរកនិងសង់នូវបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះក្នុងតម្រុយរួមគ្នាជាមួយខ្សែកោង (C) ។

ឃ)ចូររកលក្ខខណ្ឌសម្រាប់ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង (C) បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា P និង Q ។

ង)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យអាប់ស៊ីស x_1 និង x_2 នៃចំណុច P និង Q ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $x_1^2+x_2^2=12$ ។

លំហាត់ទី១៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-4x-1}{x-1}$ ដែល $x\neq 1$ ។

១.ចូរសិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចគូសក្រាប (C) តាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយ អរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

២.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y=mx-5m$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។

ចូរបង្ហាញថាទោះបី m ប្រែប្រួលតម្លៃយ៉ាងណាក៏ដោយបន្ទាត់ (Δ_m) នីមួយៗ សុទ្ធតែកាត់តាមចំណុចនឹង K មួយជានិច្ចដែលគេនឹងបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។

៣.កំណត់តម្លៃ m តាងដោយ m_0 ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង (C) តែមួយចំណុចគត់ រួចសង់បន្ទាត់ (Δ_m) ចំពោះ $m=m_0$ ។

៤.ចំពោះ $m\neq m_0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង (C) បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា M និង N ជានិច្ច។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ដែលភ្ជាប់ពីចំណុច M និង N ទៅចំណុច $A(0,1)$ ជាបន្ទាត់ពីរកែងនឹងគ្នាជានិច្ចគ្រប់តម្លៃ $m\neq m_0$ ។

លំហាត់ទី១៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-5x+4}{x-3}$ ដែល $x\neq 3$ ។

១.ចូរសិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចគូសក្រាប (C) តាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយ អរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

២.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y=mx-5m+1$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។

ចូរបង្ហាញថាទោះបី m ប្រែប្រួលតម្លៃយ៉ាងណាក៏ដោយបន្ទាត់(Δ_m) នីមួយៗ សុទ្ធតែកាត់តាមចំណុចនឹងKមួយជានិច្ចដែលគេនឹងបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។

៣.កំណត់តម្លៃmតាងដោយm_0ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់(Δ_m)ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង(C) តែមួយចំណុចគត់ រួចសង់បន្ទាត់(Δ_m)ចំពោះ $m=m_0$ ។

៤.ចំពោះ$m\neq m_0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់(Δ_m)ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង(C) បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា M និង N ជានិច្ច។

៥.សរសេរទំនាក់ទំនងគ្មានmរវាងx_1និងx_2ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុចM និង N។

៦.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ដែលភ្ជាប់ពីចំណុចM និង Nទៅចំណុច $A(2,2)$ ជាបន្ទាត់ពីរកែងនឹងគ្នាជានិច្ចគ្រប់តម្លៃ $m\neq m_0$ ។

លំហាត់ទី១៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{4x-2}{x^2-x-6}$ ។ គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍fក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់D_fនៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-2} f(x)$និង$\lim\limits_{x\to3} f(x)$រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការ អាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C)។

៣.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់$x\in D_f$: $f'(x)=-\dfrac{2\left(2x^2-2x+13\right)}{(x^2-x-6)^2}$ ។

ខ)បង្ហាញថា $2x^2-2x+13=\dfrac{1}{2}\left[(2x-1)^2+25\right]$ រួចទាញថាfជាអនុគមន៍

ចុះជានិច្ចលើដែនកំណត់របស់វា។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គេគូសបន្ទាត់ $(d): y=-x+\frac{1}{2}$ កាត់ខ្សែកោង (C) ត្រង់បីចំណុច A , B និង I ។

ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A , B និង I ដែល I នៅចន្លោះ A និង B ។

ខ)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

គ)ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A និង B ជាបន្ទាត់ស្របគ្នា។

៥.សង់ខ្សែកោង (C) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=-1$ និង $x=2$ ។

លំហាត់ទី១៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{3x-9}{x^2-6x+5}$ ។

គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to5} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ $x\in D_f$: $f'(x)=-\dfrac{3\left[(x-3)^2+4\right]}{\left(x^2-6x+5\right)^2}$ ។

ខ)បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ D_f គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(d_m): y=mx-3m$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក)កាលណា m ផ្លាស់ប្តូរតម្លៃចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់ (d_m) នីមួយៗកាត់តាមចំណុច

នឹង I មួយដែលគេត្រូវបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។ ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $I\in(C)$ ។

ខ)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

គ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (d_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ។

ឃ)ក្រៅពីចំណុច I ចូរកំណត់ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (d_m) ប្រសព្វនឹងខ្សែកោង (C) បានពីរចំណុចផ្សេងទៀតតាងដោយ A និង B ។

ង)កំណត់ m ដើម្បីឲ្យអាប់ស៊ីស x_1 និង x_2 នៃចំណុច A និង B ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $x_1{}^2-x_1x_2+x_2{}^2=12$ ។

៥.ក)សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x=2$ ។

ខ)ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ប៉ះ (T) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (T) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=2$ និង $x=4$ ។

លំហាត់ទី១៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{3x-3}{x^2-2x-3}$ ។

គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក.ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f$ បង្ហាញថា $f'(x)=-\dfrac{3\left[(x-1)^2+4\right]}{(x^2-2x-3)^2}$ ។

ខ.បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ D_f រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គេឲ្យពីរចំណុច $A(-3,-1)$ និង $B(5,1)$ ។

ក)ចូរបង្ហាញថា $A\in(C)$ និង $B\in(C)$ ។

ខ)យក I ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AB]$ ។ចូរស្រាយថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

គ)ចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A និង B ជាបន្ទាត់ស្របគ្នារួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះ។

៥.តាង M ជាចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយអ័ក្ស (oy) និង N ជាចំណុចឆ្លុះគ្នានៃចំណុច M ធៀបនឹងចំណុច I ។ ចូរស្រាយថាចតុកោណ $AMBN$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

៦.ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ប៉ះ (C) ត្រង់ចំណុច A និង B ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី១៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-2x-9}{x^2-4x-5}$ ។

គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to5} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក.ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f$ បង្ហាញថា $f'(x)=-\dfrac{2\left[(x-2)^2+9\right]}{(x^2-4x-5)^2}$ ។

ខ.បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ D_f រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(2,1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៥.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច I រួចសង់បន្ទាត់ (T)

និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

៦.ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ចូរពិភាក្សាតាមតម្លៃ m នូវអត្ថិភាពនិងទីតាំងនៃឫស

ធៀបនិងចំនួនពិតពីរ $\alpha=-1$ និង $\beta=5$ នៃសមីការខាងក្រោម ៖

$(m-1)x^2-2(2m-1)x-5m+9=0$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

លំហាត់ទី២០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{2x^2-5x+5}{x^2-4x+3}$ ។

គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការ

អាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក.ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f$ បង្ហាញថា $f'(x)=-\dfrac{3x^2-2x-5}{(x^2-4x+3)^2}$ ។

ខ.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គេឲ្យចំណុច $A(2,-3)$ ។ចូរស្រាយថា $A\in(C)$ រួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T)

ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A ។

៥.ក្រៅពីចំណុច A បន្ទាត់ (T) ប្រសព្វខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច B ផ្សេងទៀត។

ក.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច B ។

ខ.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T') ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច B ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ប៉ះ (T) និង (T') ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

www.mathtoday.wordpress.com

ជំពូកទី០៣

ផ្នែកដំណោះស្រាយ

លំហាត់ទី០១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ពិត $x \neq 1$ ដោយ ៖

$f(x)=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$ តាង (C)ជាក្រាបនៃf ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចូរកំណត់បីចំនួនពិត m,n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x)=mx+n+\dfrac{p}{x-1}$ គ្រប់ $x \neq 1$ ។ គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា$x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ។

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់(T)ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុចM មានអាប់ស៊ីស $x=2$ ។

៥.តាងI ជាប្រសព្វរវាងអាស៊ីមតូតឈរនិងអាស៊ីមតូតទ្រេត ហើយ A និងB ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់(T)ជាមួយនឹងអាស៊ីមតូតឈរនិងអាស៊ីមតូតទ្រេតរៀងគ្នារបស់ខ្សែកោង(C) ។ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច I,A និង B រួចស្រាយបញ្ជាក់ថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង ។

៦.គណនា $f(-2), f(0)$ និង $f(5)$ រួចសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)និង(T) ។
គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ IAB និងផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង(C) ជាមួយបន្ទាត់(d)និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=2$ និង $x=5$ រួចប្រៀបធៀបផ្ទៃក្រឡាទាំងពីរនេះ ។ គេឲ្យ $\ln 2 \approx 0.69315$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.កំណត់បីចំនួនពិត m, n និង p ៖

យើងមាន $f(x)=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$ (1) និង $f(x)=mx+n+\dfrac{p}{x-1}$ (2)

ផ្ទឹម $(1)\&(2)$ គេបាន $\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}=mx+n+\dfrac{p}{x-1}$

តម្រូវភាគបែងរួមរួចលុបចោលគេបាន $x^2-3x+6=(x-1)(mx+n)+p$

សមមូល $x^2-3x+6=mx^2+(n-m)x+(p-n)$

គេទាញបាន $\begin{cases} m=1 \\ n-m=-3 \\ p-n=6 \end{cases}$ សមមូល $m=1$, $n=-2$, $p=4$ ។

ដូចនេះ $m=1$, $n=-2$, $p=4$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ ៖

ចំពោះ $m=1$, $n=-2$, $p=4$ គេបាន $f(x)=x-2+\dfrac{4}{x-1}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-2+\dfrac{4}{x-1}\right)$

.បើ $x\to-\infty$ នោះ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x-2+\dfrac{4}{x-1}\right)=-\infty$

.បើ $x\to+\infty$ នោះ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-2+\dfrac{4}{x-1}\right)=+\infty$

ដូចនេះ $\lim_{x\to\infty} f(x) = \pm\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $\lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 1}\left(x - 2 + \frac{4}{x-1}\right)$

.បើ $x \to 1^-$ នោះ $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-}\left(x - 2 + \frac{4}{x-1}\right) = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to 1^-}\frac{4}{x-1} = -\infty$

.បើ $x \to 1^+$ នោះ $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+}\left(x - 2 + \frac{4}{x-1}\right) = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to 1^+}\frac{4}{x-1} = +\infty$

ដូចនេះ $\lim_{x\to 1} f(x) = \pm\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ៖

តាមសម្រាយខាងលើគេមាន $\lim_{x\to 1} f(x) = \pm\infty$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ $x = 1$ ជាអាស៊ីមតូតឈររបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d) ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \to \infty$

គេមាន $(C): f(x) = x - 2 + \frac{4}{x-1}$ និង $(d): y = x - 2$

គេបាន $f(x) - y = \left(x - 2 + \frac{4}{x-1}\right) - (x-2) = \frac{4}{x-1}$

ដោយ $\lim_{x\to\infty}\left[f(x) - y\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{4}{x-1} = 0$ នោះបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោ (C) ៖

យើងមាន $f(x) - y = \frac{4}{x-1}$ មានសញ្ញាដូច $x - 1$ ។

.បើ $x - 1 > 0$ សមមូល $x > 1$ ឬ $x \in (1, +\infty)$ គេបាន $f(x) - y = \frac{4}{x-1} > 0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d) ចំពោះ $x \in (1, +\infty)$ ។

.បើ $x-1>0$ សមមូល $x>1$ ឬ $x\in(1,+\infty)$ គេបាន $f(x)-y=\dfrac{4}{x-1}>0$

ដូចនេះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់(d) ចំពោះ $x\in(1,+\infty)$ ។

.បើ $x-1<0$ សមមូល $x<1$ ឬ $x\in(-\infty,1)$ គេបាន $f(x)-y=\dfrac{4}{x-1}<0$

ដូចនេះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់(d) ចំពោះ$x\in(-\infty,1)$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 1$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x)=x-2+\dfrac{4}{x-1}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}-\{1\}$ ។

យើងបាន $f'(x)=(x-2)'-\dfrac{4(x-1)'}{(x-1)^2}=1-\dfrac{4}{(x-1)^2}$

$$=\frac{(x-1)^2-4}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x+1-4}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$ គ្រប់ $x\neq 1$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ៖

គេមាន $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$ គ្រប់ $x\neq 1$

ដោយ $(x-1)^2>0$ គ្រប់ $x\neq 1$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូចx^2-2x-3 ។

បើ $f'(x)=0$ គេបាន $x^2-2x-3=0$ សមមូល $x_1=-1$, $x_2=-\dfrac{c}{a}=3$ ។

ចំពោះ $x=-1$ នោះ $f(-1)=-1-2+\dfrac{4}{-1-1}=-5$ ។

ចំពោះ $x=3$ នោះ $f(3)=3-2+\dfrac{4}{3-1}=3$ ។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$	-1		1		3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	-5	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	3	↗ $+\infty$

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ M មានអាប់ស៊ីស $x=2$

តាមរូបមន្ត $(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

ដោយ $x_0=2$ នោះ $(T): y=f'(2)(x-2)+f(2)$

គេមាន $f'(x)=\dfrac{(2)^2-2(2)-3}{(2-1)^2}=-3$ និង $f(2)=2-2+\dfrac{4}{2-1}=4$

គេបាន $(T): y=-3(x-2)+4=-3x+6+4=-3x+10$

ដូចនេះ $(T): y=-3x+10$ ។

៥.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច I, A និង B ៖

គេមានបន្ទាត់ប៉ះ $(T): y=-3x+10$

អាស៊ីមតូតទ្រេត $(d): y=x-2$ និងអាស៊ីមតូតឈរ $(\Delta): x=1$ ។

ដោយ $\{I\}=(d)\cap(\Delta)$ នោះ $\begin{cases} x_I=1 \\ y_I=x_I-2=1-2=-1 \end{cases}$

ហើយ $\{A\}=(d)\cap(T)$ នោះ $\begin{cases} y_A=x_A-2 \\ y_A=-3x_A+10 \end{cases}$

គេបានសមីការអាប់ស៊ីស $x_A - 2 = -3x_A + 10$ នោះគេទាញបាន $x_A = 3$

និង $y_A = 3 - 2 = 1$ ។

ចុងក្រោយ $\{B\} = (T) \cap (\Delta)$ នោះ $\begin{cases} x_B = 1 \\ y_B = -3x_B + 10 = -3 + 10 = 7 \end{cases}$

ដូចនេះ $I(1,-1)$, $A(3,1)$ និង $B(1\,,7)$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) :

តាមរូបមន្ត $f(2a - x_0) + f(x_0) = 2b$ ចំណុច $I(1,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃ (C)

លុះត្រាតែ $\forall x_0 \in \mathbb{R} - \{1\} : f(2 - x_0) + f(x_0) = -2$ ព្រោះ $a = 1, b = -1$ ។

គេមាន $f(x) = x - 2 + \dfrac{4}{x-1}$ នោះគេបាន $f(x_0) = x_0 - 2 + \dfrac{4}{x_0 - 1}$

និង $f(2 - x_0) = 2 - x_0 - 2 + \dfrac{4}{2 - x_0 - 1} = -x_0 - \dfrac{4}{x_0 - 1}$ ។

គេបាន $f(2 - x_0) + f(x_0) = -x_0 - \dfrac{4}{x_0 - 1} + x_0 - 2 + \dfrac{4}{x_0 - 1} = -2$ ពិត

ដូចនេះយើងសន្និដ្ឋានថាចំណុច $I(1,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

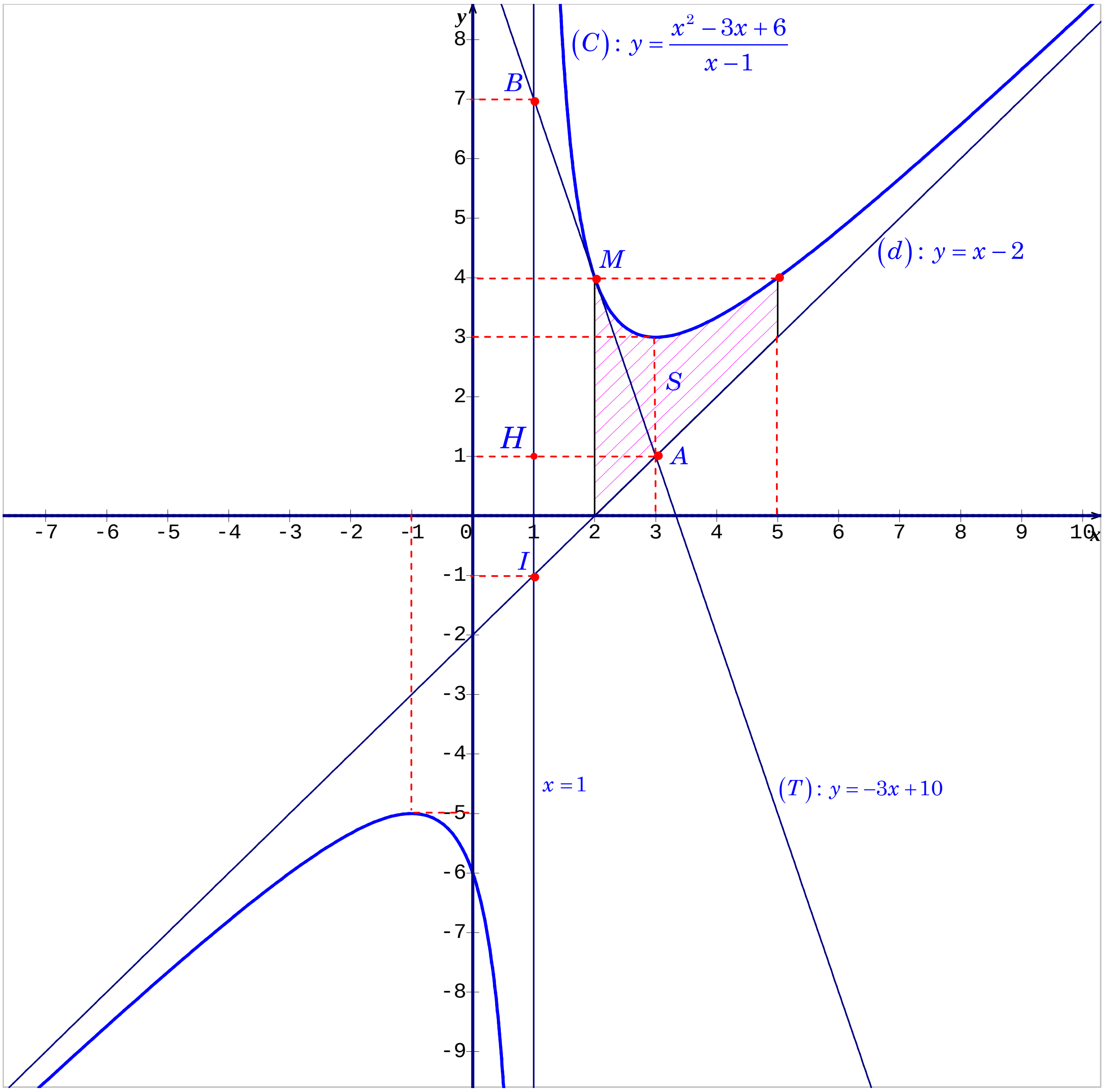
៦.គណនា $f(-3), f(0)$ និង $f(5)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) និង (T) ៖

គេមាន $f(x) = x - 2 + \dfrac{4}{x-1}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq 1$ ។

យើងបាន $f(-3) = -3 - 2 + \dfrac{4}{-3-1} = -6$

$f(0) = 0 - 2 + \dfrac{4}{0-1} = -6$ និង $f(5) = 5 - 2 + \dfrac{4}{5-1} = 4$ ។

ដូចនេះ $f(-3) = -6$, $f(0) = -6$, $f(5) = 4$ ។



គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ IAB និងផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) ជាមួយបន្ទាត់ (d) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=2$ និង $x=5$ ៖

តាង H ជាចំណោលកែងនៃចំណុច A លើជ្រុង $[IB]$ នោះយើងបានផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ IAB កំណត់ដោយ $S_{IAB}=\frac{1}{2}AH\times IB$

ដោយគេមាន $AH=2$, $IB=8$ នោះ $S_{IAB}=\frac{1}{2}(2)(8)=8$ ឯកតាផ្ទៃក្រឡា។

ដូចនេះ $S_{IAB}=8$ ឯកតាផ្ទៃក្រឡា។

ម្យ៉ាងទៀតយើងតាង S_C ជាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) អាស៊ីមតូតទ្រេត $(d): y=x-2$ និងបន្ទាត់ឈរ $x=2$, $x=5$ នោះយើងបាន ៖

$$S_C=\int_2^5\left[f(x)-y\right]dx=\int_2^5\left[\left(x-2+\frac{4}{x-1}\right)-(x-2)\right]dx$$

$$S_C=\int_2^5\frac{4}{x-1}dx=4\int_2^5\frac{(x-1)'}{x-1}dx=4\left[\ln|x-1|\right]_2^5=4(\ln 4-\ln 1)$$

ដូចនេះ $S_C=4\ln 4=8\ln 2\approx 8\times 0.69315=5.5452$ ឯកតាផ្ទៃក្រឡា។

ប្រៀបធៀបផ្ទៃក្រឡាទាំងពីរ៖

គេមាន $S_{IAB}=8$ ឯកតាផ្ទៃក្រឡានិង $S_C=4\ln 4=5.5452$ ឯកតាផ្ទៃក្រឡា។

ដូចនេះ $S_{IAB}>S_C$ ។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី០២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ពិត $x \neq 2$ ដោយ ៖

$f(x)=\dfrac{x^2-5x+10}{x-2}$ តាង (C)ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចូរកំណត់បីចំនួនពិត m,n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x)=mx+n+\dfrac{p}{x-2}$ គ្រប់ $x \neq 2$ ។ គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d): y=x-3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា$x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោ(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{x^2-4x}{(x-2)^2}$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ។

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់(T_1)និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុច M មានអាប់ស៊ីស $x=1$ និង N មានអាប់ស៊ីស $x=3$ រៀងគ្នា។

៥.បន្ទាត់(T_1) កាត់អាស៊ីមតូតឈរនិងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ(C)ត្រង់ A និង Bហើយបន្ទាត់(T_2) កាត់អាស៊ីមតូតឈរនិងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ(C)ត្រង់ C និង D។ ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A,B,C,D រួចស្រាយថាចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។

៦.យក I ជាផ្ចិតនៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។ ចូរស្រាយថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃ (C) ។

៧.គណនា $f(-2)$ និង $f(6)$ រួចសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d),(T_1),(T_2)។

ដំណោះស្រាយ

១.កំណត់បីចំនួនពិត m,n និង p ៖

យើងមាន $f(x)=\dfrac{x^2-5x+10}{x-2}$ (1) និង $f(x)=mx+n+\dfrac{p}{x-2}$ (2)

ផ្ទឹម $(1)\&(2)$ គេបាន $\dfrac{x^2-5x+10}{x-2}=mx+n+\dfrac{p}{x-2}$

តម្រូវភាគបែងរួមរួចលុបចោលគេបាន $x^2-5x+10=(x-2)(mx+n)+p$

សមមូល $x^2-5x+10=mx^2+(n-2m)x+(p-2n)$

គេទាញបាន $\begin{cases} m=1 \\ n-2m=-5 \\ p-2n=10 \end{cases}$ សមមូល $m=1\ ,\ n=-3\ ,\ p=4$ ។

ដូចនេះ $m=1\ ,\ n=-3\ ,\ p=4$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to1}f(x)$ ៖

ចំពោះ $m=1\ ,\ n=-3\ ,\ p=4$ គេបាន $f(x)=x-3+\dfrac{4}{x-2}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-3+\dfrac{4}{x-2}\right)$

.បើ $x\to-\infty$ នោះ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x-3+\dfrac{4}{x-2}\right)=-\infty$

.បើ $x\to+\infty$ នោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-3+\dfrac{4}{x-2}\right)=+\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\pm\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $\lim\limits_{x\to2}f(x)=\lim\limits_{x\to1}\left(x-3+\dfrac{4}{x-2}\right)$

.បើ $x\to2^-$ នោះ $\lim\limits_{x\to2^-}f(x)=\lim\limits_{x\to2^-}\left(x-3+\dfrac{4}{x-2}\right)=-\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{4}{x-2}=-\infty$

.បើ $x \to 2^+$ នោះ $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+}\left(x-3+\frac{4}{x-2}\right) = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to 2^+}\frac{4}{x-2} = +\infty$

ដូចនេះ $\lim_{x\to 2} f(x) = \pm\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ៖

តាមសម្រាយខាងលើគេមាន $\lim_{x\to 2} f(x) = \pm\infty$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ $x = 2$ ជាអាស៊ីមតូតឈររបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d) ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \to \infty$

គេមាន $(C): f(x) = x-3+\frac{4}{x-2}$ និង $(d): y = x-3$

គេបាន $f(x) - y = \left(x-3+\frac{4}{x-2}\right) - (x-3) = \frac{4}{x-2}$

ដោយ $\lim_{x\to\infty}\left[f(x)-y\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{4}{x-2} = 0$ នោះបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y = x-3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោ (C) ៖

យើងមាន $f(x) - y = \frac{4}{x-2}$ មានសញ្ញាដូច $x-2$ ។

.បើ $x-2>0$ សមមូល $x>2$ ឬ $x\in(2,+\infty)$ គេបាន $f(x)-y = \frac{4}{x-2} > 0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d) ចំពោះ $x\in(2,+\infty)$ ។

.បើ $x-2<0$ សមមូល $x<2$ ឬ $x\in(-\infty,2)$ គេបាន $f(x)-y = \frac{4}{x-2} < 0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d) ចំពោះ $x\in(-\infty,2)$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq 2$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{x^2-4x}{(x-2)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x)=x-3+\dfrac{4}{x-2}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}-\{2\}$ ។

យើងបាន $f'(x)=(x-3)'-\dfrac{4(x-2)'}{(x-2)^2}=1-\dfrac{4}{(x-2)^2}$

$$=\frac{(x-2)^2-4}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x+4-4}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x}{(x-2)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x)=\dfrac{x^2-4x}{(x-2)^2}$ គ្រប់ $x \neq 2$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ៖

គេមាន $f'(x)=\dfrac{x^2-4x}{(x-2)^2}$ គ្រប់ $x \neq 2$

ដោយ $(x-2)^2>0$ គ្រប់ $x \neq 2$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច x^2-4x ។

បើ $f'(x)=0$ គេបាន $x^2-4x=0$ សមមូល $x_1=0$, $x_2=4$ ។

ចំពោះ $x=0$ នោះ $f(0)=0-3-2=-5$ ។

ចំពោះ $x=4$ នោះ $f(4)=4-3+2=3$ ។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-5	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

៨.កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច M មានអាប់ស៊ីស $x=1$ និង N មានអាប់ស៊ីស $x=3$ រៀងគ្នា៖

តាមរូបមន្ត $(T_1): y = f'(x_M)(x-x_M)+f(x_M)$

ដោយ $x_M=1$ នោះ $(T_1): y = f'(1)(x-1)+f(1)$

គេមាន $f'(1)=\dfrac{1-4}{(1-2)^2}=-3$ និង $f(1)=1-3-4=-6$

គេបាន $(T_1): y=-3(x-1)-6=-3x+3-6=-3x-3$

ដូចនេះ $(T_1): y=-3x-3$ ។

តាមរូបមន្ត $(T_2): y = f'(x_N)(x-x_N)+f(x_N)$

ដោយ $x_N=3$ នោះ $(T_2): y = f'(3)(x-3)+f(3)$

គេមាន $f'(3)=\dfrac{9-12}{(3-2)^2}=-3$ និង $f(3)=3-3+4=4$

គេបាន $(T_2): y=-3(x-3)+4=-3x+9+4=-3x+13$

ដូចនេះ $(T_2): y=-3x+13$ ។

៩.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A,B,C,D ៖

ដោយបន្ទាត់ (T_1) កាត់អាស៊ីមតូតឈរនិងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ត្រង់ A និង B នោះកូអរដោនេនៃ A និង B ជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការរៀងគ្នា ៖

$$\begin{cases} x_A = 2 \\ y_A = -3x_A - 3 \end{cases} \quad \text{និង} \quad \begin{cases} y_B = x_B - 3 \\ y_B = -3x_B - 3 \end{cases}$$

បន្ទាប់ពីដោះស្រាយគេបាន $A(2,-9)$ និង $B(0,-3)$ ។

ម្យ៉ាងទៀតបន្ទាត់(T_2) កាត់អាស៊ីមតូតឈរនិងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ(C)ត្រង់ ចំណុច C និង D នោះកូអរដោនេនៃ C និង D ជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធរៀងគ្នា ៖

$$\begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = -3x_C + 13 \end{cases} \text{ និង } \begin{cases} y_D = x_D - 3 \\ y_D = -3x_D + 13 \end{cases}$$

បន្ទាប់ពីដោះស្រាយគេបាន $C(2,7)$ និង $D(4,1)$ ។

ស្រាយថាចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ៖

គេមាន $A(2,-9)$ និង $B(0,-3)$ នោះគេបាន $\overrightarrow{AB} = (-2, 6)$

ហើយ $C(2,7)$ និង $D(4,1)$ នោះគេបាន $\overrightarrow{DC} = (-2,6)$ ។

ដោយ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ នោះចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម។

គណនាផ្ទៃក្រឡានៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ៖

តាង H ជាចំណោលកែងនៃ C លើ (T_1) នោះ $CH = d(C,T_1)$ ជាកម្ពស់របស់ប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។

យើងបាន $S_{ABCD} = AB \times CH = AB \times d(C,T_1)$

គេមាន $\overrightarrow{AB} = (-2, 6)$ នោះ $AB = \sqrt{4+36} = 2\sqrt{10}$

ហើយ $C(2,7)$ និង $(T_1): y = -3x - 3$ ឬ $3x + y + 3 = 0$

គេបាន $d(C,T_1) = \dfrac{|3x_C + y_C + 3|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \dfrac{|6+7+3|}{\sqrt{10}} = \dfrac{16}{\sqrt{10}}$

ដូចនេះ $S_{ABCD} = 2\sqrt{10} \times \dfrac{16}{\sqrt{10}} = 32$ (ឯកតាផ្ទៃ)។

៦.ស្រាយថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃ (C) ៖

ដោយ I ជាផ្ចិតនៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ នោះវាជាចំណុចកណ្ដាលនៃ$[AC]$ ។

ដោយ $A(2,-9)$ និង $C(2,7)$ នោះ $I\left(\frac{2+2}{2},\frac{-9+7}{2}\right)$ ឬ $I(2,-1)$ ។

តាមរូបមន្ត $f(2a-x_0)+f(x_0)=2b$ ចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃ (C)

លុះត្រាតែ $\forall x_0\in\mathbb{R}-\{2\}:f(4-x_0)+f(x_0)=-2$ ព្រោះ $a=1,b=-1$ ។

គេមាន $f(x)=x-3+\frac{4}{x-2}$ នោះគេបាន $f(x_0)=x_0-3+\frac{4}{x_0-2}$

និង $f(4-x_0)=4-x_0-3+\frac{4}{4-x_0-2}=-x_0+1-\frac{4}{x_0-2}$ ។

គេបាន $f(4-x_0)+f(x_0)=-x_0+1-\frac{4}{x_0-2}+x_0-3+\frac{4}{x_0-2}=-2$ ពិត

ដូចនេះយើងសន្និដ្ឋានថាចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C)។

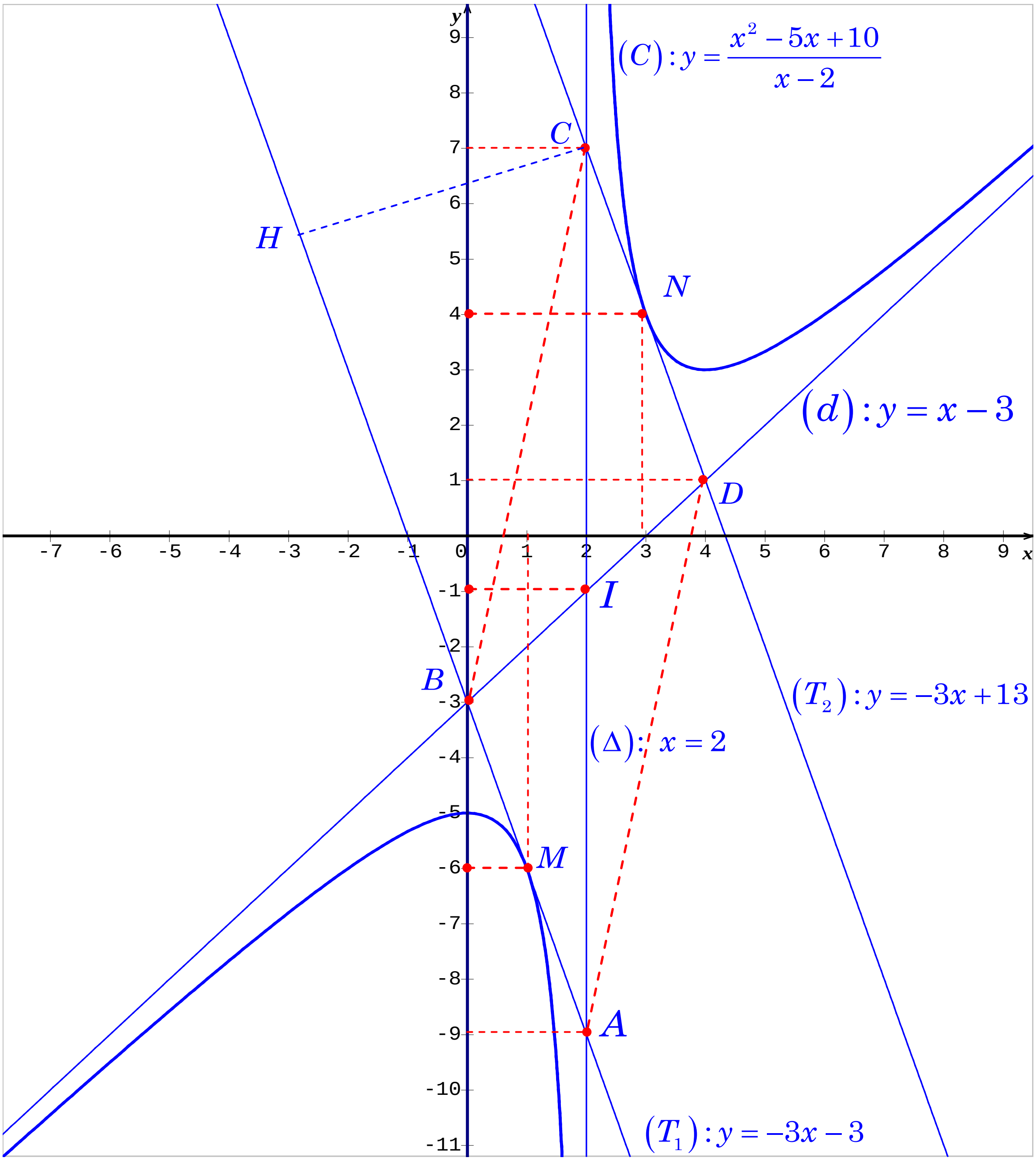
៧.គណនា $f(-2)$ និង $f(6)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ $(d),(T_1),(T_2)$ ៖

គេមាន $f(x)=x-3+\frac{4}{x-2}$ ចំពោះគ្រប់ $x\neq 2$

ចំពោះ $x=-2$ នោះ $f(-2)=-2-3+\frac{4}{-2-2}=-6$ ។

ចំពោះ $x=6$ នោះ $f(6)=6-3+\frac{4}{6-4}=4$ ។

ដូចនេះ $f(-2)=-6$ និង $f(6)=4$ ។



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី០៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ពិត $x \neq 3$ ដោយ ៖

$f(x)=\dfrac{x^2-5x+10}{x-3}$ តាង (C)ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចូរកំណត់បីចំនួនពិត m,n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x)=mx+n+\dfrac{p}{x-3}$

គ្រប់ $x \neq 3$ ។ គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ

អាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d):y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា$x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោ(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq 3$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ។

៤.គេឲ្យគ្រួសារបន្ទាត់ $(\Delta): y=mx+m+5$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក)កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចនឹង A របស់គ្រួសារនៃបន្ទាត់(Δ) ។

ខ)បង្ហាញថាមានបន្ទាត់ពីរ(Δ') និង (Δ'') នៃគ្រួសារបន្ទាត់(Δ) ដែលប៉ះទៅ

នឹងខ្សែកោង(C) ។ សរសេរសមីការ(Δ') និង (Δ'')រួចគណនាកូអរដោនេនៃ

ចំណុចប៉ះ M និង N រវាងបន្ទាត់(Δ') និង (Δ'')ជាមួយខ្សែកោង(C) ។

(គេដឹងថា (Δ'') ជាបន្ទាត់ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស) ។

គ)បន្ទាត់(Δ') និង (Δ'')ប្រសព្វបន្ទាត់(d) ត្រង់ចំណុច B និង C រៀងគ្នា។

គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច B និង C។

ឃ)តាង I ជាចំណោលកែងនៃ A លើ BC ។ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច I រួចស្រាយថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។គណនាផ្ទៃក្រឡា ΔABC ។

៥.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d),(Δ') និង (Δ'') ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) ជាមួយបន្ទាត់ប៉ះ (Δ') និង បន្ទាត់ឈរពីរ $x=-1$ និង $x=2$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.កំណត់បីចំនួនពិត m,n និង p ៖

យើងមាន $f(x)=\dfrac{x^2-5x+10}{x-3}$ (1) និង $f(x)=mx+n+\dfrac{p}{x-1}$ (2)

ផ្ទឹម $(1)\&(2)$ គេបាន $\dfrac{x^2-5x+10}{x-3}=mx+n+\dfrac{p}{x-3}$

តម្រូវភាគបែងរួមរួចលុបចោលគេបាន $x^2-5x+10=(x-3)(mx+n)+p$

សមមូល $x^2-5x+10=mx^2+(n-3m)x+(p-3n)$

គេទាញបាន $\begin{cases} m=1 \\ n-3m=-5 \\ p-3n=10 \end{cases}$ សមមូល $m=1$, $n=-2$, $p=4$ ។

ដូចនេះ $m=1$, $n=-2$, $p=4$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ ៖

ចំពោះ $m=1$, $n=-2$, $p=4$ គេបាន $f(x)=x-2+\dfrac{4}{x-3}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-2+\dfrac{4}{x-3}\right)$

.បើ $x\to-\infty$ នោះ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x-2+\dfrac{4}{x-3}\right)=-\infty$

.បើ $x \to +\infty$ នោះ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(x-2+\frac{4}{x-3}\right) = +\infty$

ដូចនេះ $\lim_{x\to\infty} f(x) = \pm\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $\lim_{x\to3} f(x) = \lim_{x\to3}\left(x-2+\frac{4}{x-3}\right)$

.បើ $x \to 3^-$ នោះ $\lim_{x\to3^-} f(x) = \lim_{x\to3^-}\left(x-2+\frac{4}{x-3}\right) = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to3^-}\frac{4}{x-3} = -\infty$

.បើ $x \to 3^+$ នោះ $\lim_{x\to3^+} f(x) = \lim_{x\to3^+}\left(x-2+\frac{4}{x-3}\right) = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to3^+}\frac{4}{x-3} = +\infty$

ដូចនេះ $\lim_{x\to3} f(x) = \pm\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ៖

តាមសម្រាយខាងលើគេមាន $\lim_{x\to3} f(x) = \pm\infty$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ $x=3$ ជាអាស៊ីមតូតឈររបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d) ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \to \infty$

គេមាន $(C): f(x) = x-2+\frac{4}{x-3}$ និង $(d): y = x-2$

គេបាន $f(x)-y = \left(x-2+\frac{4}{x-3}\right)-(x-2) = \frac{4}{x-3}$

ដោយ $\lim_{x\to\infty}\left[f(x)-y\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{4}{x-3} = 0$ នោះបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោ (C) ៖

យើងមាន $f(x)-y = \frac{4}{x-3}$ មានសញ្ញាដូច $x-3$ ។

.បើ $x-3>0$ សមមូល $x>3$ ឬ $x\in(3,+\infty)$ គេបាន $f(x)-y = \frac{4}{x-3} > 0$

ដូចនេះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់(d) ចំពោះ $x\in(3,+\infty)$ ។

.បើ $x-3<0$ សមមូល $x<3$ ឬ $x\in(-\infty,3)$ គេបាន $f(x)-y=\dfrac{4}{x-3}<0$

ដូចនេះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់(d) ចំពោះ$x\in(-\infty,3)$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 3$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x)=x-2+\dfrac{4}{x-3}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}-\{3\}$ ។

យើងបាន $f'(x)=(x-2)'-\dfrac{4(x-3)'}{(x-3)^2}=1-\dfrac{4}{(x-3)^2}$

$$=\frac{(x-3)^2-4}{(x-3)^2}=\frac{x^2-6x+9-4}{(x-3)^2}=\frac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x)=\dfrac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$ គ្រប់ $x\neq 3$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ៖

គេមាន $f'(x)=\dfrac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$ គ្រប់ $x\neq 3$

ដោយ $(x-3)^2>0$ គ្រប់ $x\neq 3$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូចx^2-6x+5 ។

បើ $f'(x)=0$ គេបាន $x^2-6x+5=0$ សមមូល $x_1=1$, $x_2=\dfrac{c}{a}=5$ ។

ចំពោះ $x=1$ នោះ $f(1)=1-2+\dfrac{4}{1-3}=-3$ ។

ចំពោះ $x=5$ នោះ $f(5)=5-2+\dfrac{4}{5-3}=5$ ។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-3	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	5	↗	$+\infty$

៤.ក)កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចនឹង A របស់គ្រួសារនៃបន្ទាត់(Δ) ៖បន្ទាត់

គេមាន$(\Delta): y = mx + m + 5$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ

សមីការនេះអាចសរសេរទៅជា $y - 5 = m(x+1)$

សមីការចុងក្រោយនេះផ្ទៀងផ្ទាត់ជានិច្ចគ្រប់តម្លៃm លុះត្រាតែ ៖

$\begin{cases} x+1=0 \\ y-5=0 \end{cases}$ សមមូល $x=-1$, $y=5$ ។

ដូចនេះចំណុចដែលត្រូវរកគឺ $A(-1,5)$ ។

ខ)បង្ហាញថាមានបន្ទាត់ពីរ(Δ') និង (Δ'')នៃគ្រួសារបន្ទាត់(Δ) ដែលប៉ះទៅនឹង(C) ៖

សមីការអាប់ស៊ីសចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់(Δ) និងខ្សែកោង(C) សរសេរ៖

$$\frac{x^2-5x+10}{x-3} = mx + m + 5$$

$$x^2 - 5x + 10 = mx^2 + (m+5)x - 3mx - 3m - 15$$

$$(m-1)x^2 - 2(m-5)x - 3m - 25 = 0 \quad (E)$$

$$\Delta' = (m-5)^2 - (m-1)(-3m-25) = m^2 - 10m + 25 + 3m^2 + 22m - 25$$

$$\Delta' = 4m^2 + 12m = 4m(m+3)$$

ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់(Δ) ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C) លុះត្រាតែសមីការ(E) មានឫសឌុប

ពេលគឺគេត្រូវឲ្យ $\Delta' = 4m(m+3) = 0$ សមមូល $m_1 = -3$, $m_2 = 0$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់នេះមានន័យថាមានបន្ទាត់ពីរ(Δ') និង (Δ'')នៃគ្រួសារបន្ទាត់(Δ) ដែលប៉ះទៅនឹង(C) ។

សរសេរសមីការ(Δ') និង (Δ'')រួចគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចប៉ះ M និង N ៖

ចំពោះ$m = -3$ សមីការ(Δ) ទៅជា $(\Delta') : y = -3x + 2$ ហើយសមីការ(E) ទៅជា

$-4x^2 + 16x - 16 = -4(x-2)^2 = 0$ មានឫសឌុប $x_1 = x_2 = 2$ ។

បើ $x = 2$ នោះ $y = -3(2) + 2 = -4$ ។ ដូចនេះ $M(2,-4)$ ។

ចំពោះ $m = 0$ សមីការ(Δ) ទៅជា$(\Delta'') : y = 5$ ហើយសមីការ(E) អាចសរសេរ

ទៅជា$-x^2 + 10x - 25 = -(x-5)^2 = 0$ មានឫសឌុប$x_1 = x_2 = 5$ ។

ដូចនេះ $N(5,5)$ ។

គ)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច B និង C

ដោយបន្ទាត់(Δ') និង (Δ'')ប្រសព្វបន្ទាត់(d) ត្រង់ចំណុច B និង C រៀងគ្នានោះ កូអរដោនេនៃចំណុចB និង C ជាចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធសមីការរៀងគ្នា ៖

$$\begin{cases} y_B = x_B - 2 \\ y_B = -3x_B + 2 \end{cases} \quad \text{និង} \quad \begin{cases} y_C = x_C - 2 \\ y_C = 5 \end{cases}$$

បន្ទាប់ពីដោះស្រាយគេបាន $B(1,-1)$ និង $C(7,5)$ ។

ឃ)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច I

តាង $I(x_I, y_I)$ ជាចំណោលកែងនៃ A លើ BC ។

គេមាន $I\in(d)$ នោះកូអរដោនេនៃចំណុច I ផ្ទៀងផ្ទាត់នឹងសមីការបន្ទាត់(d)

គេបាន $y_I = x_I - 2 \quad (i)$ ។

ម្យ៉ាងទៀតគេមាន $\overrightarrow{AI}=(x_I+1\ ,\ y_I-5)$ហើយបន្ទាត់$(d): y=x-2$ មានវ៉ិចទ័រ

ប្រាប់ទិស$\vec{u}=(1,1)$ ។ ដោយ $AI\perp(d)$ នោះ $\overrightarrow{AI}\perp\vec{u}\Leftrightarrow\overrightarrow{AI}.\vec{u}=0$

សមមូល $x_I+1+y_I-5=0$ ឬ $x_I+y_I-4=0 \ (ii)$ ។

យក (i) ជំនួសក្នុង(ii) គេបាន $2x_I-6=0$ នោះ $x_I=3$ និង $y_I=3-2=1$ ។

ដូចនេះ $I(3,1)$ ។

ស្រាយថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ៖

តាមរូបមន្ត $f(2a-x_0)+f(x_0)=2b$ ចំណុច $I(3,1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃ (C)

លុះត្រាតែ $\forall x_0\in\mathbb{R}-\{3\}: f(6-x_0)+f(x_0)=2$ ព្រោះ$a=3,b=1$ ។

គេមាន $f(x)=x-2+\dfrac{4}{x-3}$ នោះគេបាន $f(x_0)=x_0-2+\dfrac{4}{x_0-3}$

និង $f(6-x_0)=6-x_0-2+\dfrac{4}{6-x_0-3}=-x_0+4-\dfrac{4}{x_0-3}$ ។

គេបាន $f(6-x_0)+f(x_0)=-x_0+4-\dfrac{4}{x_0-3}+x_0-2+\dfrac{4}{x_0-3}=2$ ពិត

ដូចនេះយើងសន្និដ្ឋានថាចំណុច $I(3,1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C)។

គណនាផ្ទៃក្រឡាΔABC ៖

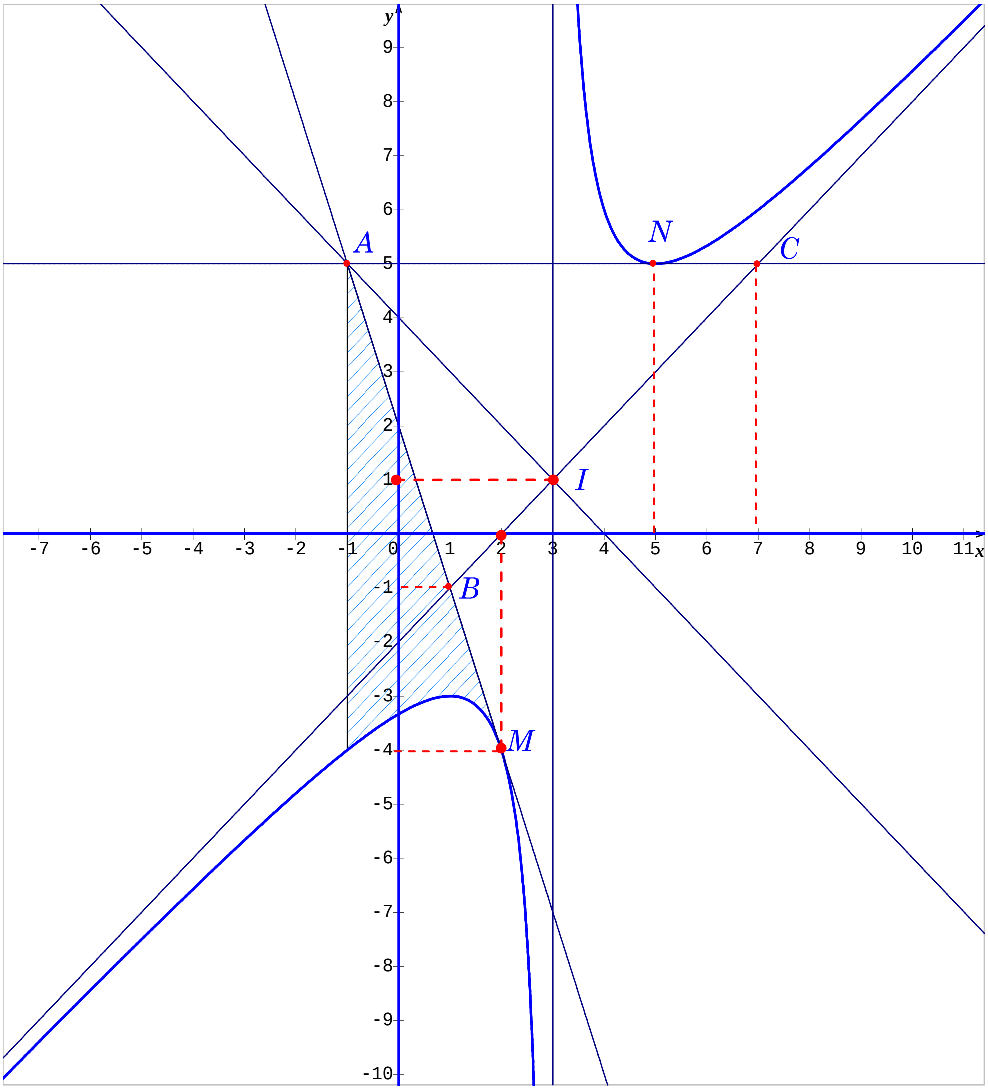
យើងមាន AI ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណABC នោះ $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}BC\times AI$ ។

ដោយ $A(-1,5),B(1,-1),C(7,5)$ និង $I(3,1)$

គេបាន $BC=\sqrt{(7-1)^2+(5+1)^2}=6\sqrt{2}$ និង$AI=\sqrt{(3+1)^2+(1-5)^2}=4\sqrt{2}$

ដូចនេះ $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}(6\sqrt{2})(4\sqrt{2})=24$ (ឯកតាផ្ទៃ) ។

៨.សង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d),(Δ') និង (Δ'') ក្នុងតម្រុយតែមួយ ៖



គណនាផ្ទៃក្រឡាខ័ណ្ឌដោយ (C) បន្ទាត់ប៉ះ (Δ') និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=-1$ និង $x=2$ ៖

យើងមាន $(\Delta'): y=-3x+2$ និង $(C): y=x-2+\dfrac{4}{x-3}$

យើងបាន $S=\displaystyle\int_{-1}^{2}\left[(-3x+2)-\left(x-2+\frac{4}{x-3}\right)\right]dx=\int_{-1}^{2}\left(-4x+4-\frac{4}{x-3}\right)dx$

$$=\left[-2x^2+4x-4\ln|x-3|\right]_{-1}^{2}$$

$$=(-8+8-4\ln 1)-(-2-4-4\ln 4)=6+8\ln 2$$

ដូចនេះ $S=6+8\ln 2\approx 11.5452$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា) ។

លំហាត់ទី០៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ពិត $x \neq \frac{1}{2}$ ដោយ ៖

$f(x)=\frac{2x^2-7x+5}{2x-1}$ តាង (C)ជាក្រាបនៃf ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចូរកំណត់បីចំនួនពិត m,n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x)=mx+n+\frac{p}{2x-1}$ គ្រប់ $x\neq\frac{1}{2}$ ។ គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d): y=x-3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា$x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq\frac{1}{2}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{4x^2-4x-3}{(2x-1)^2}$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ។

៤.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់(T_1) និង(T_2) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង(C) រៀងគ្នាត្រង់ចំណុចM និង N មានអាប់ស៊ីស $x=0$ និង $x=1$ រួចស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់(T_1)និង(T_2) ស្របគ្នា ។

៥.តាងA និងB ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់(d) ជាមួយបន្ទាត់(T_1) និង(T_2) រៀងគ្នា ។ យក I ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់$[AB]$។

ក.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចA,B និង I រួចស្រាយថាចតុកោណ$AMBN$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

ខ.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាI ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C) ។

៦.គណនា$f(-1)$ និង$f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់ (d),(T_1) និង(T_2)។

ដំណោះស្រាយ

១.កំណត់បីចំនួនពិត m,n និង p ៖

យើងមាន $f(x)=\dfrac{2x^2-7x+5}{2x-1}$ (1) និង $f(x)=mx+n+\dfrac{p}{2x-1}$ (2)

ផ្ទឹម $(1)\&(2)$ គេបាន $\dfrac{2x^2-7x+5}{2x-1}=mx+n+\dfrac{p}{2x-1}$

តម្រូវភាគបែងរួមរួចលុបចោលគេបាន $2x^2-7x+5=(mx+n)(2x-1)+p$

សមមូល $2x^2-7x+5=2mx^2+(2n-m)x+(p-n)$

គេទាញបាន $\begin{cases}2m=2\\2n-m=-7\\p-n=5\end{cases}$ សមមូល $m=1$, $n=-3$, $p=2$ ។

ដូចនេះ $m=1$, $n=-3$, $p=2$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}f(x)$ ៖

ចំពោះ $m=1$, $n=-3$, $p=2$ គេបាន $f(x)=x-3+\dfrac{2}{2x-1}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-3+\dfrac{2}{2x-1}\right)$

.បើ $x\to-\infty$ នោះ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x-3+\dfrac{2}{2x-1}\right)=-\infty$

.បើ $x\to+\infty$ នោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-3+\dfrac{2}{2x-1}\right)=+\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\pm\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}f(x)=\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\left(x-3+\dfrac{2}{2x-1}\right)$

.បើ $x \to (\frac{1}{2})^-$ នោះ $\lim\limits_{x\to(\frac{1}{2})^-} f(x) = \lim\limits_{x\to(\frac{1}{2})^-}\left(x-3+\frac{2}{2x-1}\right) = -\infty$

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to(\frac{1}{2})^-} \frac{2}{2x-1} = -\infty$

.បើ $x \to (\frac{1}{2})^+$ នោះ $\lim\limits_{x\to(\frac{1}{2})^+} f(x) = \lim\limits_{x\to(\frac{1}{2})^+}\left(x-3+\frac{2}{2x-1}\right) = +\infty$

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to(\frac{1}{2})^+} \frac{2}{2x-1} = +\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} f(x) = \pm\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ៖

តាមសម្រាយខាងលើគេមាន $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} f(x) = \pm\infty$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ $x=\frac{1}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតឈររបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d) ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to\infty$

គេមាន $(C): f(x) = x-3+\frac{2}{2x-1}$ និង $(d): y = x-3$

គេបាន $f(x) - y = \left(x-3+\frac{2}{2x-1}\right) - (x-3) = \frac{2}{2x-1}$

ដោយ $\lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x)-y\right] = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{2x-1} = 0$ នោះបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y = x-3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោ (C) ៖

យើងមាន $f(x) - y = \frac{2}{2x-1}$ មានសញ្ញាដូច $2x-1$ ។

.បើ $2x-1>0$ សមមូល $x>\frac{1}{2}$ ឬ $x\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ គេបាន $f(x)-y=\frac{2}{2x-1}>0$

ដូចនេះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់(d) ចំពោះ $x \in \left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ ។

.បើ $2x-1<0$ សមមូល $x<\frac{1}{2}$ ឬ $x \in \left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$ គេបាន $f(x)-y=\frac{2}{2x-1}<0$

ដូចនេះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់(d) ចំពោះ$x \in \left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{1}{2}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{4x^2-4x-3}{(2x-1)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x)=x-3+\frac{2}{2x-1}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}-\{\frac{1}{2}\}$ ។

យើងបាន $f'(x)=(x-3)'-\frac{2(2x-3)'}{(2x-1)^2}=1-\frac{4}{(2x-1)^2}$

$$=\frac{(2x-1)^2-4}{(2x-1)^2}=\frac{4x^2-46x+1-4}{(2x-1)^2}=\frac{4x^2-4x-3}{(2x-1)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x)=\frac{4x^2-4x-3}{(2x-1)^2}$ គ្រប់ $x \neq \frac{1}{2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ៖

គេមាន $f'(x)=\frac{4x^2-4x-3}{(2x-1)^2}=\frac{(2x+1)(2x-3)}{(2x-1)^2}$ គ្រប់ $x \neq \frac{1}{2}$

ដោយ $(2x-1)^2>0$ គ្រប់ $x \neq \frac{1}{2}$ នោះ$f'(x)$មានសញ្ញាដូច$(2x+1)(2x-3)$ ។

បើ $f'(x)=0$ គេបាន $(2x+1)(2x-3)=0$ សមមូល $x_1=-\frac{1}{2}$, $x_2=\frac{3}{2}$ ។

ចំពោះ $x=-\frac{1}{2}$ នោះ $f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}-3+\frac{2}{-1-1}=-\frac{9}{2}$ ។

ចំពោះ $x=\frac{3}{2}$ នោះ $f(5)=5-2+\frac{4}{5-3}=5$ ។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$-\frac{9}{2}$	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	$-\frac{1}{2}$	↗ $+\infty$	

៤.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) រៀងគ្នាត្រង់ចំណុច M និង N មានអាប់ស៊ីស $x=0$ និង $x=1$ ៖

សមីការបន្ទាត់ (T_1) ត្រង់ M គឺ $(T_1): y=f'(x_M)(x-x_M)+f(x_M)$

ដោយ $x_M=0$ នោះ $f'(0)=-3$ និង $f(0)=-5$ គេបាន ៖

$(T_1): y=-3(x-0)-5=-3x-5$ ។

សមីការបន្ទាត់ (T_2) ត្រង់ N គឺ $(T_2): y=f'(x_N)(x-x_N)+f(x_N)$

ដោយ $x_N=1$ នោះ $f'(1)=-3$ និង $f(1)=0$ គេបាន ៖

$(T_2): y=-3(x-1)=-3x+3$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ស្របគ្នា ៖

ដោយមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) គឺ $f'(0)=f'(1)=-3$ នោះ

គេទាញបានថាបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ស្របគ្នា ។

៥.ក.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A,B និង I ៖

ដោយ A និង B ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (d) ជាមួយបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2)

នោះកូអរដោនេនៃចំណុច A និង B ជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការរៀងគ្នា ៖

$\begin{cases} y_A = x_A - 3 \\ y_A = -3x_A - 5 \end{cases}$ និង $\begin{cases} y_B = x_B - 3 \\ y_B = -3x_B + 3 \end{cases}$

បន្ទាប់ពីដោះស្រាយគេបាន $A\left(-\frac{1}{2},-\frac{7}{2}\right)$ និង $B\left(\frac{3}{2},-\frac{3}{2}\right)$ ។

ស្រាយថាចតុកោណ $AMBN$ ជាប្រលេឡូក្រាម ៖

យើងមាន $A\left(-\frac{1}{2},-\frac{7}{2}\right), B\left(\frac{3}{2},-\frac{3}{2}\right), M(0,-5)$ និង $N(1,0)$

នោះគេបាន $\overrightarrow{AN} = \left(\frac{3}{2},\frac{7}{2}\right)$ និង $\overrightarrow{MB} = \left(\frac{3}{2},\frac{7}{2}\right)$ ។

ដោយ $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MB}$ នោះចតុកោណ $AMBN$ ជាប្រលេឡូក្រាម។

ខ.ស្រាយបញ្ជាក់ថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ៖

ដោយ I ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $[AB]$ នោះគេបាន $I\left(\frac{1}{2},-\frac{5}{2}\right)$ ។

តាមរូបមន្ត $f(2a - x_0) + f(x_0) = 2b$ ចំណុច $I\left(\frac{1}{2},-\frac{5}{2}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃ (C)

លុះត្រាតែ $\forall x_0 \in \mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\} : f(1 - x_0) + f(x_0) = -5$ ព្រោះ $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{5}{2}$ ។

គេមាន $f(x) = x - 3 + \frac{2}{2x - 1}$ នោះគេបាន $f(x_0) = x_0 - 3 + \frac{2}{2x_0 - 1}$

និង $f(1 - x_0) = 1 - x_0 - 3 + \frac{2}{2 - 2x_0 - 3} = -x_0 - 2 - \frac{2}{2x_0 - 1}$ ។

គេបាន $f(1 - x_0) + f(x_0) = x_0 - 3 + \frac{2}{2x_0 - 1} - x_0 - 2 - \frac{2}{2x_0 - 1} = -5$ ពិត

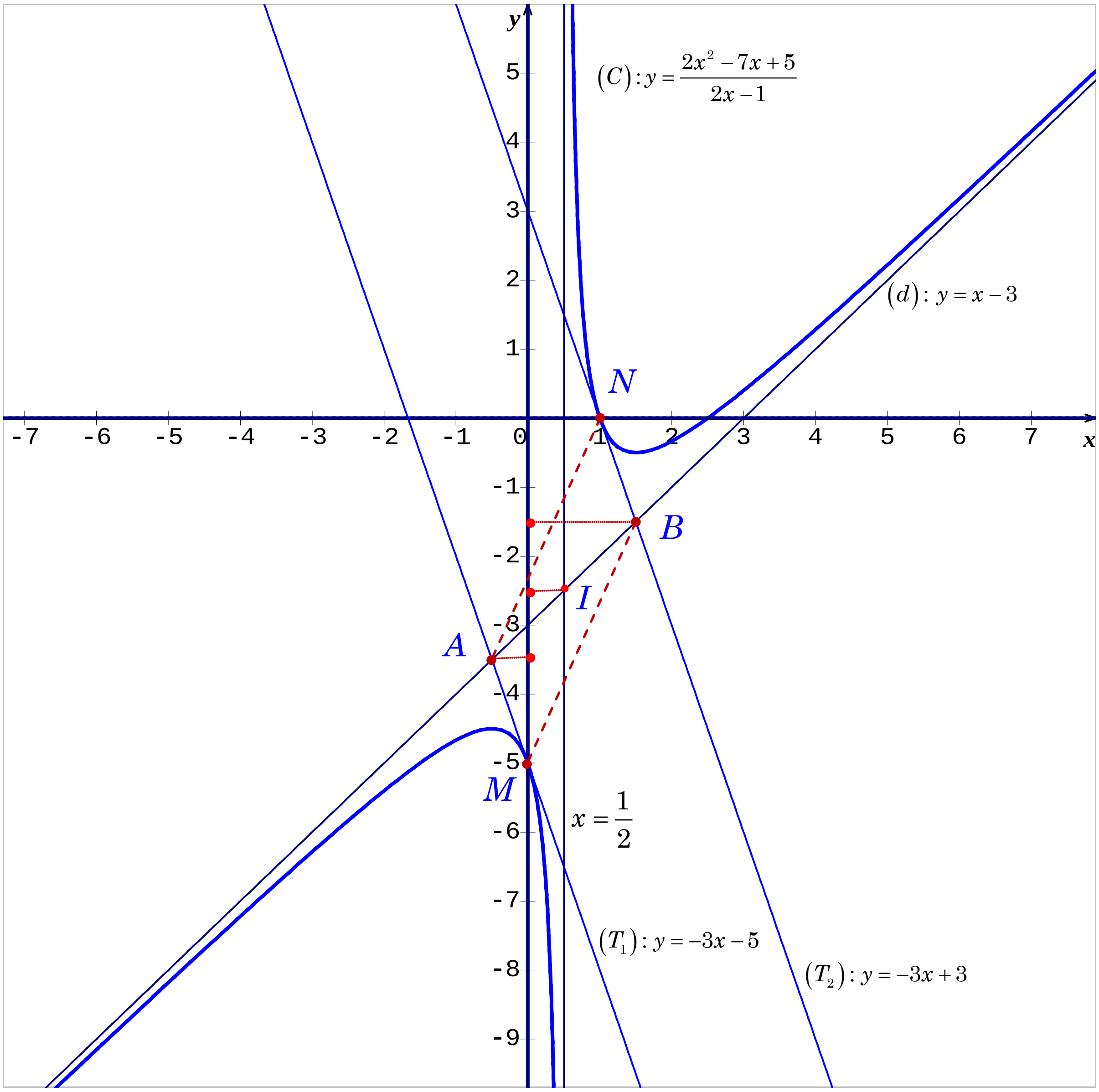
ដូចនេះយើងសន្និដ្ឋានថាចំណុច $I\left(\frac{1}{2},-\frac{5}{2}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៦.គណនា $f(-1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ $(d),(T_1)$ និង (T_2)៖

យើងមាន $f(x)=x-3+\dfrac{2}{2x-1}$

ចំពោះ $x=-1$ គេបាន $f(-1)=-1-3+\dfrac{2}{-2-1}=-\dfrac{14}{3}$ ។

ចំពោះ $x=2$ គេបាន $f(2)=2-3+\dfrac{2}{4-1}=-\dfrac{1}{3}$ ។



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី០៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ពិត $x \neq \frac{3}{2}$ ដោយ ៖

$f(x) = \frac{2x^2 - 11x + 14}{2x - 3}$ តាង(C)ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$។

១.ចូរកំណត់បីចំនួនពិត m, n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x) = mx + n + \frac{p}{2x - 3}$ គ្រប់ $x \neq \frac{3}{2}$ ។ គណនា $\lim_{x \to \infty} f(x)$ និង $\lim_{x \to \frac{3}{2}} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d): y = x - 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \to \infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{3}{2}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(2x-1)(2x-5)}{(2x-3)^2}$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C) ។

៥.តាមចំណុច I គេគូសបន្ទាត់(Δ) មានមេគុណប្រាប់ទិស $a = 5$ ។

ក)រកកូអរដោនេចំណុច A និង B ជាប្រសព្វរវាងបន្ទាត់(Δ)និងខ្សែកោង(C)។

ខ)សរសេរសមីការបន្ទាត់(T_1) និង (T_2) ប៉ះនឹងក្រាប(C) ត្រង់ A និង B ។ ទាញបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់(T_1) និង (T_2)ស្របគ្នា។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d), (Δ), (T_1)និង (T_2)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។

៧.ដោយប្រើខ្សែកោង(C) ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនៃឫសរបស់សមីការ ៖

$$\frac{2x^2 - 11x + 14}{2x - 3} = -3x + m$$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។

ដំណោះស្រាយ

១.កំណត់បីចំនួនពិត m,n និង p ៖

យើងមាន $f(x)=\dfrac{2x^2-11x+14}{2x-3}$ (1) និង $f(x)=mx+n+\dfrac{p}{2x-3}$ (2)

ផ្ទឹម $(1)\&(2)$ គេបាន $\dfrac{2x^2-11x+14}{2x-3}=mx+n+\dfrac{p}{2x-3}$

តម្រូវភាគបែងរួមរួចលុបចោលគេបាន $2x^2-11x+14=(2x-3)(mx+n)+p$

សមមូល $2x^2-11x+14=2mx^2+(2n-3m)x+(p-3n)$

គេទាញបាន $\begin{cases}2m=2\\2n-3m=-11\\p-3n=14\end{cases}$ សមមូល $m=1\ ,\ n=-4\ ,\ p=2$ ។

ដូចនេះ $m=1\ ,\ n=-4\ ,\ p=2$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ ៖

ចំពោះ $m=1\ ,\ n=-4\ ,\ p=2$ គេបាន $f(x)=x-4+\dfrac{2}{2x-3}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-4+\dfrac{2}{2x-3}\right)$

.បើ $x\to-\infty$ នោះ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x-4+\dfrac{2}{2x-3}\right)=-\infty$

.បើ $x\to+\infty$ នោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-4+\dfrac{2}{2x-3}\right)=+\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\pm\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $\lim\limits_{x\to\frac{3}{2}}f(x)=\lim\limits_{x\to\frac{3}{2}}\left(x-4+\dfrac{2}{2x-3}\right)$

.បើ $x\to(\dfrac{3}{2})^-$ នោះ $\lim\limits_{x\to(\frac{3}{2})^-}f(x)=\lim\limits_{x\to(\frac{3}{2})^-}\left(x-4+\dfrac{2}{2x-3}\right)=-\infty$

.បើ $x \to (\frac{3}{2})^+$ នោះ $\lim\limits_{x\to(\frac{3}{2})^+} f(x) = \lim\limits_{x\to(\frac{3}{2})^+}\left(x-4+\frac{2}{2x-3}\right) = +\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to\frac{3}{2}} f(x) = \pm\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ៖

តាមសម្រាយខាងលើគេមាន $\lim\limits_{x\to\frac{3}{2}} f(x) = \pm\infty$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ $x = \frac{3}{2}$

ជាអាស៊ីមតូតឈររបស់ខ្សែកោង(C) តាងអនុគមន៍ f ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់(d)ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)កាលណា $x\to\infty$

គេមាន $(C): f(x) = x-4+\frac{2}{2x-3}$ និង $(d): y = x-4$

គេបាន $f(x)-y = \left(x-4+\frac{2}{2x-3}\right)-(x-4) = \frac{2}{2x-3}$

ដោយ $\lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x)-y\right] = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{2x-3} = 0$ នោះបន្ទាត់(d)មានសមីការ $y = x-4$

ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង(C) តាងអនុគមន៍ f ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោ(C) ៖

យើងមាន $f(x)-y = \frac{2}{2x-3}$ មានសញ្ញាដូច $2x-3$ ។

.បើ $2x-3>0$ សមមូល $x>\frac{3}{2}$ ឬ $x\in\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$ គេបាន $f(x)-y = \frac{2}{2x-3}>0$

ដូចនេះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់(d) ចំពោះ $x\in\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$ ។

.បើ $2x-3<0$ សមមូល $x<\frac{3}{2}$ ឬ $x\in\left(-\infty,\frac{3}{2}\right)$ គេបាន $f(x)-y = \frac{2}{2x-3}<0$

ដូចនេះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់(d) ចំពោះ$x\in\left(-\infty,\frac{3}{2}\right)$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq\frac{3}{2}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{(2x-1)(2x-5)}{\left(2x-3\right)^2}$ ៖

យើងមាន $f\left(x\right)=x-4+\frac{2}{2x-3}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}$ ។

យើងបាន $f'(x)=(x-2)'-\frac{2(2x-3)'}{(2x-3)^2}=1-\frac{4}{(2x-3)^2}$

$$=\frac{(2x-3)^2-4}{(2x-3)^2}$$

$$=\frac{(2x-3+2)(2x-3-2)}{(2x-3)^2}$$

$$=\frac{(2x-1)(2x-5)}{(2x-3)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x)=\frac{(2x-1)(2x-5)}{\left(2x-3\right)^2}$ គ្រប់ $x\neq\frac{3}{2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ៖

គេមាន $f'(x)=\frac{(2x-1)(2x-5)}{\left(2x-3\right)^2}$ គ្រប់ $x\neq\frac{3}{2}$

ដោយ $\left(2x-3\right)^2>0$ គ្រប់ $x\neq\frac{3}{2}$ នោះ $f'\left(x\right)$មានសញ្ញាដូច$\left(2x-1\right)\left(2x-3\right)$។

បើ $f'(x)=0$ គេបាន $\left(2x-1\right)\left(2x-3\right)=0$ សមមូល $x_1=\frac{1}{2}$, $x_2=\frac{3}{2}$ ។

ចំពោះ $x=\frac{1}{2}$ នោះ $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}-4+\frac{2}{1-3}=-\frac{9}{2}$ ។

ចំពោះ $x=\frac{3}{2}$ នោះ $f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{5}{2}-3+\frac{2}{5-3}=-\frac{1}{2}$ ។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$-\frac{9}{2}$	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	$-\frac{1}{2}$	↗ $+\infty$

៨.ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I\left(\frac{3}{2},-\frac{5}{2}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ៖

តាមរូបមន្ត $f(2a-x_0)+f(x_0)=2b$ ចំណុច $I\left(\frac{3}{2},-\frac{5}{2}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃ (C)

លុះត្រាតែ $\forall x_0\in\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}:f(3-x_0)+f(x_0)=-5$ ព្រោះ $a=\frac{3}{2},b=-\frac{5}{2}$ ។

គេមាន $f(x)=x-4+\frac{2}{2x-3}$ នោះគេបាន $f(x_0)=x_0-4+\frac{2}{2x_0-3}$

និង $f(3-x_0)=3-x_0-4+\frac{2}{6-2x_0-3}=-x_0-1-\frac{2}{2x_0-3}$ ។

គេបាន $f(3-x_0)+f(x_0)=-x_0-1-\frac{2}{2x_0-3}+x_0-4+\frac{2}{2x_0-3}=-5$ ពិត

ដូចនេះយើងសន្និដ្ឋានថាចំណុច $I\left(\frac{3}{2},-\frac{5}{2}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៨.ក)រកកូអរដោនេចំណុច A និង B ជាប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (Δ) និងខ្សែកោង (C)

សមីការបន្ទាត់(Δ)កាត់តាមចំណុច I មានមេគុណប្រាប់ទិស $a=5$ អាចសរសេរ

$(\Delta):\ y=5(x-2)=5x-10$ ។

សមីការអាប់ស៊ីសចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់(Δ)និងខ្សែកោង(C)សរសេរ៖

$\dfrac{2x^2-11x+14}{2x-3}=5x-10$ សមមូល $2x^2-11x+14=10x^2-35x+30$

សមមូល $8x^2-24x+16=0$ ដោយ $a+b+c=0$ នោះគេទាញឫស $\left[\begin{array}{l} x_1=1 \\ x_2=2 \end{array}\right.$

.ចំពោះ $x=1$ នោះ $y=5(1)-10=-5$ គេបាន $A(1,-5)$ ។

.ចំពោះ $x=2$ នោះ $y=5(2)-10=0$ គេបាន $B(2,0)$ ។

ដូចនេះ $A(1,-5)$ និង $B(2,0)$ ។

ខ)សរសេរសមីការបន្ទាត់(T_1) និង (T_2) ប៉ះនឹងក្រាប(C) ត្រង់ A និង B ៖

.សមីការបន្ទាត់(T_1)ប៉ះ(C)ត្រង់ A សរសេរ $(T_1):\ y=f'(x_A)(x-x_A)+f(x_A)$

ឬ $(T_1):\ y=f'(1)(x-1)+f(1)$ ដោយ $f'(1)=\dfrac{(2-1)(2-5)}{(2-3)^2}=-3$

គេបាន $(T_1):\ y=-3(x-1)-5=-3x-2$ ។

.សមីការបន្ទាត់(T_2)ប៉ះ(C)ត្រង់ B សរសេរ $(T_2):\ y=f'(x_B)(x-x_B)+f(x_B)$

ឬ $(T_2):\ y=f'(2)(x-2)+f(2)$ ដោយ $f'(2)=\dfrac{(4-1)(4-5)}{(4-3)^2}=-3$

គេបាន $(T_2):\ y=-3(x-2)=-3x+6$ ។

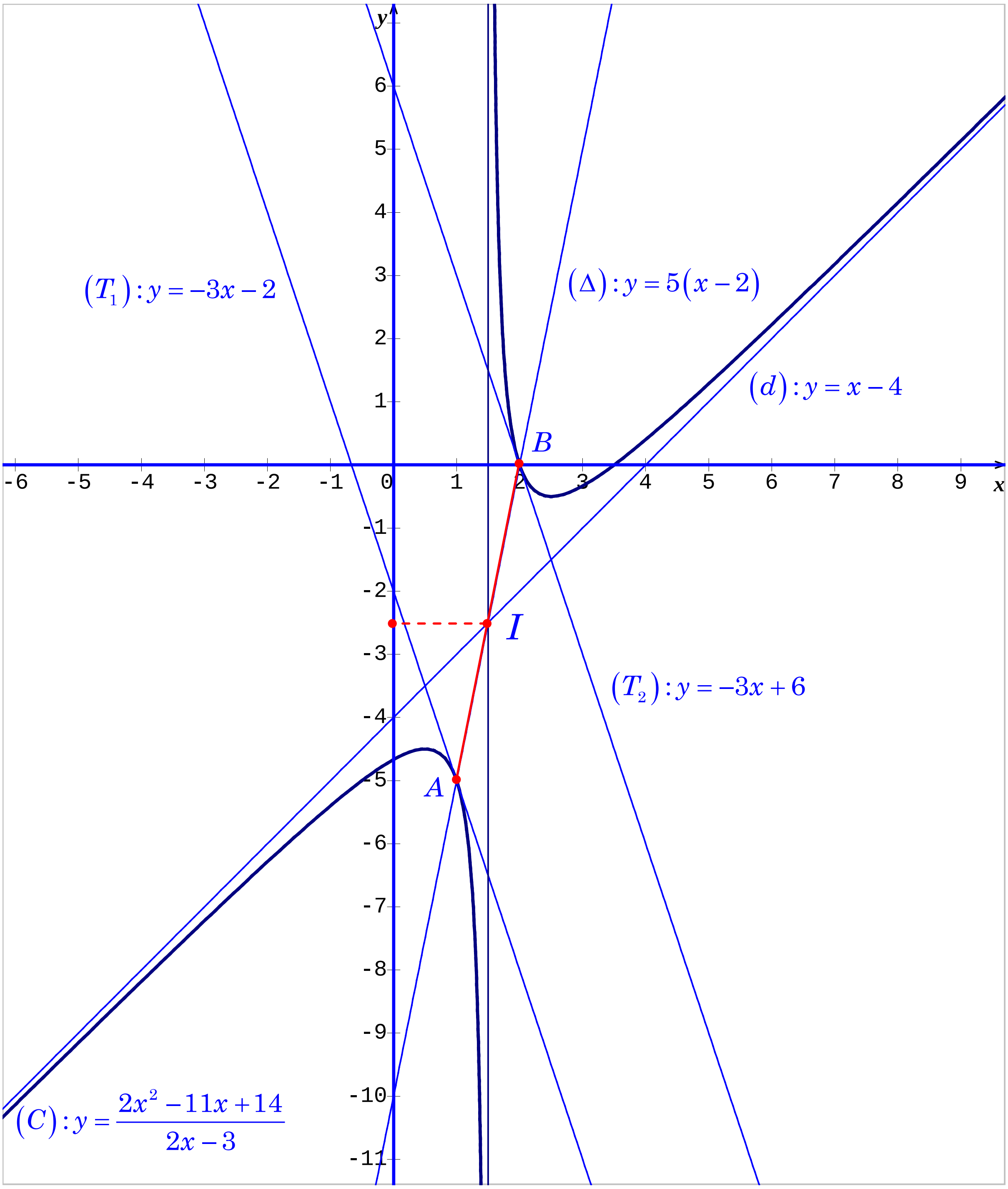
ដូចនេះ $(T_1):\ y=-3x-2$ និង $(T_2):\ y=-3x+6$ ។

ទាញបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់(T_1)និង(T_2)ស្របគ្នា៖

យើងមានបន្ទាត់(T_1)និង(T_2)មានមេគុណប្រាប់ទិសរៀងគ្នា $a_1=-3$ & $a_2=-3$

ដោយ $a_1=a_2=-3$ ដូចនេះបន្ទាត់(T_1)និង(T_2)ស្របគ្នា។

៦.សង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d), (Δ), (T_1)និង (T_2)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ៖



៧.ដោយប្រើខ្សែកោង(C) សិក្សាអត្ថិភាពនៃឫសរបស់សមីការ ៖

$\frac{2x^2-11x+14}{2x-3}=-3x+m$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ

សមីការខាងលើនេះជាសមីការអាប់ស៊ីសនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង(C) និង

បន្ទាត់(d_m): $y=-3x+m$ ។

កាលណា mប្រែប្រួលតម្លៃយើងសង្កេតឃើញថាបន្ទាត់(d_m)ប្រែប្រួលស្របទៅនឹង

បន្ទាត់ប៉ះ $(T_1): y=-3x-2$ និង $(T_2): y=-3x+6$ ដែលកាត់អ័ក្ស $(y'oy)$

រៀងគ្នាត្រង់ចំណុច$P(0,-2)$ និង $Q(0,6)$ ។

តាមក្រាហ្វិកយើងអាចសន្និដ្ឋានលទ្ធផលដូចតទៅ ៖

.ចំពោះ$m\in(-\infty\,,-2)\cup(6,+\infty)$ បន្ទាត់(d_m)ប្រសព្វខ្សែកោង(C)ត្រង់ពីរចំណុច

ផ្សេងគ្នានោះគេទាញថាសមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នា។

.ចំពោះ $m=-2$ ឬ $m=6$ នោះបន្ទាត់(d_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C) ត្រង់ចំណុចA

ឬត្រង់ចំណុចB នោះគេទាញថាសមីការមានឫសឌុប។

.ចំពោះ$m\in(-2,6)$ នោះបន្ទាត់(d_m)មិនប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង(C)នោះគេទាញ

ថាសមីការគ្មានឫសក្នុងសំណុំចំនួនពិត។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី០៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{4}{3}$ ដោយ ៖

$f(x)=\dfrac{3x^2-4x+3}{3x-4}$ តាង (C)ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{4}{3}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(x)=x+\dfrac{3}{3x-4}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to\frac{4}{3}} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរ នៃខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d)និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{4}{3}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(3x-1)(3x-7)}{(3x-4)^2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C)។

៥.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y = mx+6$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក.ចូរបង្ហាញថាគ្រប់ $m\in\mathbb{R}$ បន្ទាត់ (Δ_m) នីមួយៗសុទ្ធតែកាត់តាមចំណុចនឹង A មួយដែលគេនឹងបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។

ខ.កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C)រួចកំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះ។

៦.គណនា $f(-1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C)និងបន្ទាត់ (d)ព្រមទាំងបន្ទាត់ប៉ះទាំងអស់ទៅនឹងខ្សែកោង (C)ដែលគូសចេញពីចំណុច A ។

ដំណោះស្រាយ

១.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{4}{3}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(x) = x + \frac{3}{3x-4}$ ៖

យើងមាន $f(x) = \frac{3x^2-4x+3}{3x-4} = \frac{x(3x-4)+3}{3x-4} = \frac{x(3x-4)}{3x-4} + \frac{3}{3x-4}$

ដូចនេះ $f(x) = x + \frac{3}{3x-4}$ ។

គណនា $\lim_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to\frac{4}{3}} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃ(C)៖

យើងមាន $f(x) = x + \frac{3}{3x-4}$ គ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{4}{3}$

យើងបាន $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}\left(x + \frac{3}{3x-4}\right) = \pm\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to\infty}\frac{3}{3x-4} = 0$ ។

ហើយ $\lim_{x\to\frac{4}{3}} f(x) = \lim_{x\to\frac{4}{3}}\left(x + \frac{3}{3x-4}\right) = \pm\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to\frac{4}{3}}\left(\frac{3}{3x-4}\right) = \pm\infty$ ។

ដោយ $\lim_{x\to\frac{4}{3}} f(x) = \pm\infty$ នោះបន្ទាត់ $x = \frac{4}{3}$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃខ្សែកោង(C)។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថា$(d): y = x$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ(C)កាលណា $x\to\infty$

គេមាន(C): $f(x) = x + \frac{3}{3x-4}$ និង $(d): y = x$

គេបាន $f(x) - y = x + \frac{3}{3x-4} - x = \frac{3}{3x-4}$ ។

ដោយគេមាន $\lim_{x\to\infty}[f(x)-y] = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{3}{3x-4}\right) = 0$ នោះគេទាញបានថាបន្ទាត់(d) មានសមីការ $y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C) កាលណា $x\to\pm\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C) ៖

គេមាន $f(x) - y = \frac{3}{3x-4}$ គ្រប់ $x \neq \frac{4}{3}$ ។

.ចំពោះ $3x-4>0$ សមមូល $x>\frac{4}{3}$ ឬ $x\in\left(\frac{4}{3},+\infty\right)$ នោះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់(d) ។

.ចំពោះ $3x-4<0$ សមមូល $x<\frac{4}{3}$ ឬ $x\in\left(-\infty,\frac{4}{3}\right)$ នោះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់(d) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq\frac{4}{3}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{(3x-1)(3x-7)}{(3x-4)^2}$ ៖

យើងមាន$f(x)=x+\frac{3}{3x-4}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}-\{\frac{4}{3}\}$

យើងបាន $f'(x)=1-\frac{9}{(3x-4)^2}=\frac{(3x-4)^2-9}{(3x-4)^2}=\frac{(3x-1)(3x-7)}{(3x-7)^2}$

ដូចនេះ $f'(x)=\frac{(3x-1)(3x-7)}{(3x-4)^2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ៖

យើងមាន $f'(x)=\frac{(3x-1)(3x-7)}{(3x-4)^2}$ ដោយ $(3x-4)^2>0$ គ្រប់$x\in\mathbb{R}-\{\frac{4}{3}\}$

នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូចភាគយក $(3x-1)(3x-7)$ ។

បើ $f'(x)=0$ សមមូល $(3x-1)(3x-7)=0$ នោះ $\left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{3} \\ x=\frac{7}{3}\end{array}\right.$

ចំពោះ $x=\frac{1}{3}$ គេបាន $f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3}+\frac{3}{1-5}=\frac{1}{3}-1=-\frac{2}{3}$ ។

ចំពោះ $x=\frac{7}{3}$ គេបាន $f\left(\frac{7}{3}\right)=\frac{7}{3}+\frac{3}{7-4}=\frac{7}{3}+1=\frac{10}{3}$ ។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$		$\frac{4}{3}$		$\frac{7}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$-\frac{2}{3}$	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	$\frac{10}{3}$	↗ $+\infty$

៤.ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C)៖

ចំណុច $I\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះរបស់ខ្សែកោង(C)តាងអនុគមន៍ f លុះត្រាតែ

$\forall x_0 \in \mathbb{R}-\{\frac{4}{3}\}$ គេបាន $f\left(\frac{8}{3}-x_0\right)+f(x_0)=\frac{8}{3}$ ។

គេមាន $f(x)=x+\frac{3}{3x-4}$ នោះគេបាន $f(x_0)=x_0+\frac{3}{3x_0-4}$

ហើយ $f\left(\frac{8}{3}-x_0\right)=\frac{8}{3}-x_0+\frac{3}{8-3x_0-4}=-x_0+\frac{8}{3}-\frac{3}{3x_0-4}$

គេបាន $f\left(\frac{8}{3}-x_0\right)+f(x_0)=-x_0+\frac{8}{3}-\frac{3}{3x_0-4}+x_0+\frac{3}{3x_0-4}=\frac{8}{3}$ ពិត

ដូចនេះចំណុច $I\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C) ។

៥.ក.បង្ហាញថាគ្រប់$m\in\mathbb{R}$បន្ទាត់(Δ_m)នីមួយៗសុទ្ធតែកាត់តាមចំណុចនឹងA មួយដែល

គេនឹងបញ្ជាក់កូអរដោនេ ៖

គេមាន $(\Delta_m): y=mx+6$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

សមីការនេះអាចសរសេរ $(y-6)=mx$ ហើយវាផ្ទៀងផ្ទាត់ជានិច្ចគ្រប់តម្លៃ $m\in\mathbb{R}$

លុះត្រាតែ $x=0$ និង $y-6=0$ ឬ $y=6$ ។

ដូចនេះបន្ទាត់(Δ_m) នីមួយៗសុទ្ធតែកាត់តាមចំណុចនឹង $A(0,6)$ ។

ខ.កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់(Δ_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C)រួចកំណត់សមីការ

នៃបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះ ៖

គេមាន $(\Delta_m): y = mx + 6$ និង $(C): y = \dfrac{3x^2 - 4x + 3}{3x - 4}$

សមីការអាប់ស៊ីសចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់(Δ_m)និងខ្សែកោង(C)សរសេរ៖

$mx + 6 = \dfrac{3x^2 - 4x + 3}{3x - 4}$ សមមូល $3mx^2 - 4mx + 18x - 24 = 3x^2 - 4x + 3$

សមមូល $3(m-1)x^2 - 2(2m-11)x - 27 = 0 \quad (E)$

ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់(Δ_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C) លុះត្រាតែសមីការ(E) មានឫសឌុប

ពោលគឺគេត្រូវឲ្យ $\Delta' = 0$ (ឌីសគ្រីមីណង់បង្រួមនៃសមីការ(E))។

គេមាន $\Delta' = (2m-11)^2 + 81(m-1) = 4m^2 - 44m + 121 + 81m - 81$

$\Delta' = 4m^2 + 37m + 40 = (m+8)(4m+5)$

បើ $\Delta' = 0$ សមមូល $(m+8)(4m+5) = 0$ នោះ $m_1 = -8 , m_2 = -\dfrac{5}{4}$ ។

ដូចនេះ $m_1 = -8 , m_2 = -\dfrac{5}{4}$ ។

ចំពោះ $m = -8$ សមីការ(Δ_m) ទៅជា $(T_1): y = -8x + 6$ ជាបន្ទាត់ប៉ះត្រូវរក។

ចំពោះ $m = -\dfrac{5}{4}$ សមីការ(Δ_m) ទៅជា$(T_1): y = -\dfrac{5}{4}x + 6$ ជាបន្ទាត់ប៉ះត្រូវរក។

៦.គណនា$f(-1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)ព្រមទាំងបន្ទាត់

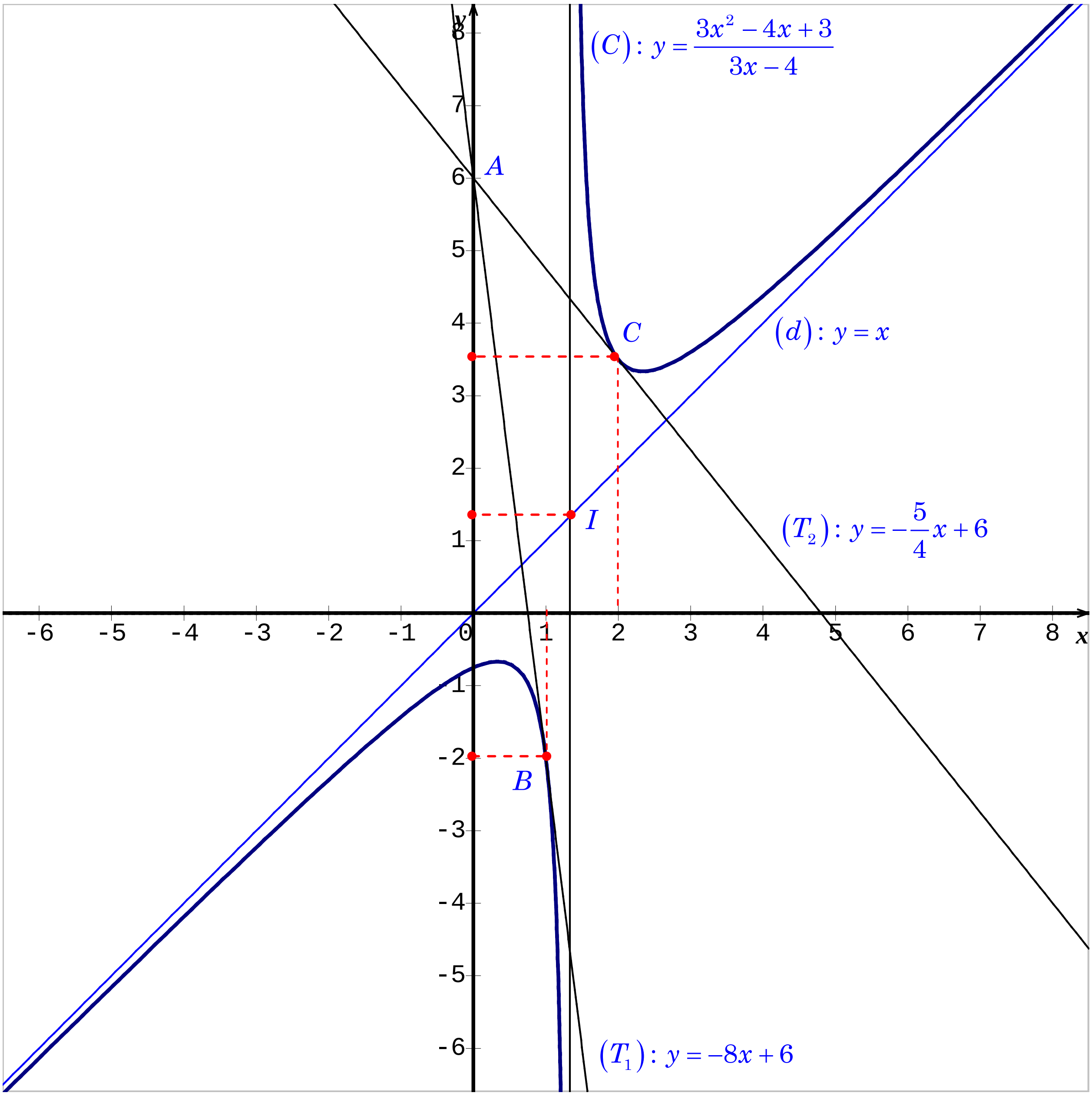
ប៉ះទាំងអស់ទៅនឹងខ្សែកោង(C)ដែលគូសចេញពីចំណុច A ៖

គេមាន $f(x) = x + \dfrac{3}{3x-4}$ ដែល $x \neq \dfrac{4}{3}$

ចំពោះ $x = -1$ នោះ $f(-1) = -1 - \dfrac{3}{7} = -\dfrac{10}{7}$ ។

ចំពោះ $x = 3$ នោះ $f(3) = 3 + \dfrac{3}{5} = \dfrac{18}{5}$ ។

សំណង់ក្រាបនិងបន្ទាត់ ៖



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី០៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq\frac{1}{2}$ ដោយ ៖

$f(x)=\frac{(x-2)^2}{2x-1}$ តាង (C) ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq\frac{1}{2}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(x)=\frac{x}{2}-\frac{7}{4}+\frac{9}{4(2x-1)}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d):y=\frac{x}{2}-\frac{7}{4}$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq\frac{1}{2}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{2(x+1)(x-2)}{(2x-1)^2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I\left(\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៥.គេមានបីចំណុច A , B និង M ស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) មានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x_a=0,x_b=1$ និង $x_m=-4$ ។

ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A , B និង M ។

ខ)សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោងត្រង់ចំណុច A និង B រៀងគ្នា ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ស្របគ្នា។

គ)កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច $N\in(C)$ ដោយដឹងថាចតុកោណ $AMBN$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) ព្រមទាំងបន្ទាត់ប៉ះ (T_1) និង (T_2) ។

ដំណោះស្រាយ

១.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq \frac{1}{2}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(x)=\frac{x}{2}-\frac{7}{4}+\frac{9}{4(2x-1)}$ ៖

យើងមាន $f(x)=\frac{(x-2)^2}{2x-1}=\frac{x^2-4x+4}{2x-1}=\frac{4x^2-16x+16}{4(2x-1)}$

$$=\frac{(4x^2-2x)-(14x-7)+9}{4(2x-1)}=\frac{2x(2x-1)-7(2x-1)+9}{4(2x-1)}$$

$$=\frac{2x-7}{4}+\frac{9}{4(2x-1)}=\frac{x}{2}-\frac{7}{4}+\frac{9}{4(2x-1)}$$

ដូចនេះ $f(x)=\frac{x}{2}-\frac{7}{4}+\frac{9}{4(2x-1)}$ ។

គណនា $\lim_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to\frac{4}{3}} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C)៖

យើងមាន $f(x)=\frac{x}{2}-\frac{7}{4}+\frac{9}{4(2x-1)}$ គ្រប់ចំនួនពិត $x\neq\frac{1}{2}$

យើងបាន $\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x}{2}-\frac{7}{4}+\frac{9}{4(2x-1)}\right]=\pm\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to\infty}\frac{9}{4(2x-1)}=0$

ហើយ $\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x)=\lim_{x\to\frac{1}{2}}\left[\frac{x}{2}-\frac{7}{4}+\frac{9}{4(2x-1)}\right]=\pm\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{9}{4(2x-1)}=\pm\infty$ ។

ដោយ $\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x)=\pm\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=\frac{1}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃខ្សែកោង (C) ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថា $(d): y=\frac{x}{2}-\frac{7}{4}$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x\to\infty$

គេមាន (C): $f(x)=\frac{x}{2}-\frac{7}{4}+\frac{9}{4(2x-1)}$ និង $(d): y=\frac{x}{2}-\frac{7}{4}$

គេបាន $f(x)-y=\frac{x}{2}-\frac{7}{4}+\frac{9}{4(2x-1)}-\frac{x}{2}+\frac{7}{4}=\frac{9}{4(2x-1)}$ ។

ដោយគេមាន $\lim_{x\to\infty}[f(x)-y]=\lim_{x\to\infty}\frac{9}{4(2x-1)}=0$ នោះគេទាញបានថាបន្ទាត់(d) មានសមីការ $y=\frac{x}{2}-\frac{7}{4}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C) កាលណា $x\to\pm\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C) ៖

គេមាន $f(x)-y=\frac{9}{4(2x-1)}$ គ្រប់ $x\neq\frac{1}{2}$ ។

.ចំពោះ $2x-1>0$ សមមូល $x>\frac{1}{2}$ ឬ $x\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ នោះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់(d) ។

.ចំពោះ $2x-1<0$ សមមូល $x<\frac{1}{2}$ ឬ $x\in\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$ នោះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់(d) ។

ឃ.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq\frac{1}{2}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{2(x+1)(x-2)}{(2x-1)^2}$ ៖

យើងមាន$f(x)=\frac{x}{2}-\frac{7}{4}+\frac{9}{4(2x-1)}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}-\{\frac{1}{2}\}$

យើងបាន $f'(x)=\frac{1}{2}-\frac{9}{2(2x-1)^2}=\frac{(2x-1)^2-9}{2(2x-1)^2}$

$$=\frac{(2x-1-3)(2x-1+3)}{2(2x-1)^2}=\frac{4(x-2)(x+1)}{2(2x-1)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x)=\frac{2(x+1)(x-2)}{(2x-1)^2}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ៖

យើងមាន $f'(x)=\dfrac{2(x+1)(x-2)}{(2x-1)^2}$ ដោយ $(2x-1)^2>0$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}-\{\frac{1}{2}\}$

នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូចភាគយក $2(x+1)(x-2)$ ។

បើ $f'(x)=0$ សមមូល $2(x+1)(x-2)$ នោះ $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$

ចំពោះ $x=-1$ គេបាន $f(-1)=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{7}{4}+\dfrac{9}{-12}=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{7}{4}-\dfrac{3}{4}=-3$ ។

ចំពោះ $x=2$ គេបាន $f(2)=1-\dfrac{7}{4}+\dfrac{9}{12}=1-\dfrac{7}{4}+\dfrac{3}{4}=0$ ។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-3	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	0	↗	$+\infty$

៨.ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{3}{2}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C)៖

ចំណុច $I\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{3}{2}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះរបស់ខ្សែកោង (C)តាងអនុគមន៍ f លុះត្រាតែ

$\forall x_0\in\mathbb{R}-\{\frac{1}{2}\}$ គេបាន $f(1-x_0)+f(x_0)=-3$ ។

គេមាន $f(x)=\dfrac{x}{2}-\dfrac{7}{4}+\dfrac{9}{4(2x-1)}$ នោះគេបាន $f(x_0)=\dfrac{x_0}{2}-\dfrac{7}{4}+\dfrac{9}{4(2x_0-1)}$

ហើយ $f(1-x_0)=\dfrac{1-x_0}{2}-\dfrac{7}{4}+\dfrac{9}{4(2-2x_0-1)}=-\dfrac{x_0}{2}-\dfrac{5}{4}-\dfrac{9}{4(2x_0-1)}$

គេបាន $f(1-x_0)+f(x_0)=-\dfrac{x_0}{2}-\dfrac{5}{4}-\dfrac{9}{4(2x_0-1)}+\dfrac{x_0}{2}-\dfrac{7}{4}+\dfrac{9}{4(2x_0-1)}=-3$

ដូចនេះចំណុច $I\left(\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C) ។

៨.ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A , B និង M ៖

គេមាន $f(x)=\frac{(x-2)^2}{2x-1}$

ដោយចំណុចA , BនិងM ស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) មានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា

$x_a=0, x_b=1$ និង $x_m=-4$ នោះគេបាន ៖

$y_a=f(0)=\frac{(0-2)^2}{2(0)-1}=-4$, $y_b=f(1)=\frac{(1-2)^2}{2(1)-1}=1$ និង $y_m=\frac{36}{-9}=-4$ ។

ដូចនេះ $A(0,-4)$, $B(1,1)$ និង $M(-4,-4)$ ។

ខ)សរសេរសមីការបន្ទាត់(T_1)និង (T_2) ៖

បន្ទាត់(T_1)និង (T_2)ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោងត្រង់ចំណុចA និង B មានមេគុណ

ប្រាប់ទិសរៀងគ្នា$f'(0)=\frac{2(0+1)(0-2)}{(0-1)^2}=-4$ និង $f'(1)=\frac{2(1+1)(1-2)}{(2-1)^2}=-4$

សមីការបន្ទាត់(T_1)និង (T_2)អាចសរសេរ ៖

$(T_1): y=-4(x-0)-4=-4x-4$ និង$(t_2): y=-4(x-1)+1=-4x+5$

ដូចនេះ $(T_1): y=-4x-4$ និង $(T_2): y=-4x+5$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់(T_1)និង (T_2) ស្របគ្នា៖

ដោយបន្ទាត់$(T_1): y=-4x-4$ និង $(T_2): y=-4x+5$ មានមេគុណប្រាប់ទិស

ស្មើនឹង -4 ដូចគ្នានោះបន្ទាត់(T_1)និង (T_2) ស្របគ្នា។

គ)កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច $N\in(C)$

តាង x_0 ជាអាប់ស៊ីសនៃ$N\in(C)$នោះ $N\left(x_0,\frac{(x_0-2)^2}{2x_0-1}\right)$ ដែល $x_0\neq\frac{1}{2}$

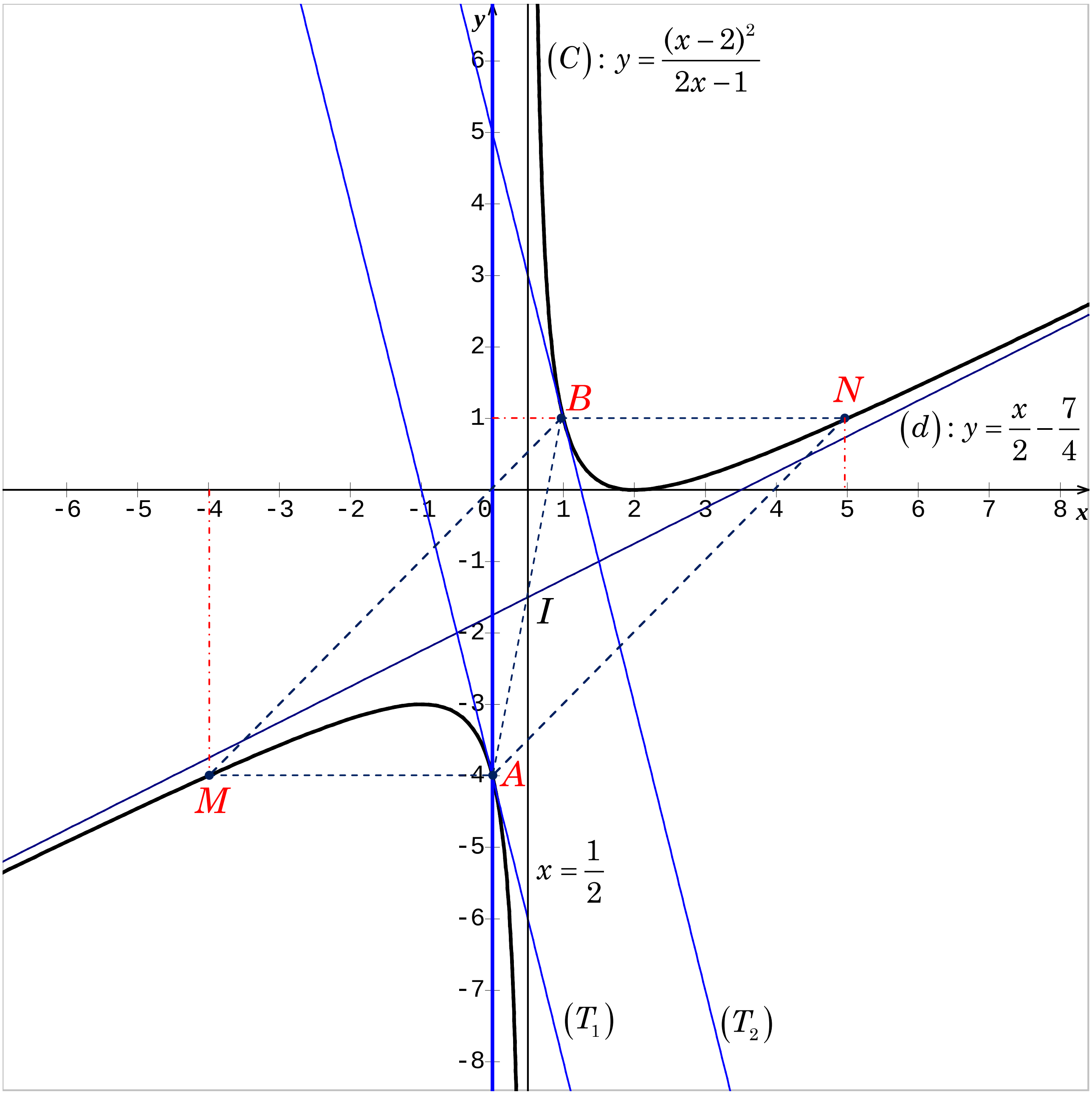
ដោយដឹងថាចតុកោណ $AMBN$ ជាប្រលេឡូក្រាមនោះគេបាន $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{MB}$

គេមាន $\overrightarrow{AN}=\left(x_0\,,\dfrac{(x_0-2)^2}{2x_0-1}+4\right)$ និង $\overrightarrow{MB}=(5,5)$

ដោយ $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{MB}$ សមមូល $\begin{cases}x_0=5\\ \dfrac{(x_0-2)^2}{2x_0-1}+4=5\end{cases}$ សមមូល $x_0=5$ ។

ដូចនេះ $N=(5,1)$ ។

៦.សង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)ព្រមទាំងបន្ទាត់ប៉ះ(T_1)និង (T_2) ៖



លំហាត់ទី០៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=x-1+\dfrac{1}{x-3}$ ដែល $x\neq 3$ ។

តាង (C)ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d): y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា$x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 3$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ។

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់(T)ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុចA មានអាប់ស៊ីស $x=\dfrac{5}{2}$ ។

៥.ចូរស្រាយថាចំណុច $I(3,2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C)

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)និង(T)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់ប៉ះ(T)និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=0$ និង $x=\dfrac{5}{2}$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ **និង** $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ **៖**

គេមាន$f(x)=x-1+\dfrac{1}{x-3}$ គ្រប់ $x\neq 3$ ។

យើងបាន $\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\left(x-1+\frac{1}{x-3}\right)$

.បើ $x\to-\infty$ នោះ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(x-1+\frac{1}{x-3}\right)=-\infty$

.បើ $x\to+\infty$ នោះ $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(x-1+\frac{1}{x-3}\right)=+\infty$

ដូចនេះ $\lim_{x\to\infty} f(x)=\pm\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $\lim_{x\to 3} f(x)=\lim_{x\to 3}\left(x-1+\frac{1}{x-3}\right)$

.បើ $x\to 3^-$ នោះ $\lim_{x\to 3^-} f(x)=\lim_{x\to 3^-}\left(x-1+\frac{1}{x-3}\right)=-\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to 3^-}\frac{1}{x-3}=-\infty$

.បើ $x\to 3^+$ នោះ $\lim_{x\to 3^+} f(x)=\lim_{x\to 3^+}\left(x-1+\frac{1}{x-3}\right)=+\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to 3^+}\frac{1}{x-3}=+\infty$

ដូចនេះ $\lim_{x\to 3} f(x)=\pm\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ៖

តាមសម្រាយខាងលើគេមាន $\lim_{x\to 3} f(x)=\pm\infty$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ $x=3$ ជាអាស៊ីមតូតឈររបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d) ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to\infty$

គេមាន $(C): f(x)=x-1+\frac{1}{x-3}$ និង $(d): y=x-1$

គេបាន $f(x)-y=\left(x-1+\frac{1}{x-3}\right)-(x-1)=\frac{1}{x-3}$

ដោយ $\lim_{x\to\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x-3}=0$ នោះបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x)-y=\dfrac{1}{x-3}$ មានសញ្ញាដូច $x-3$ ។

.បើ $x-3>0$ សមមូល $x>3$ ឬ $x\in(3,+\infty)$ គេបាន $f(x)-y=\dfrac{1}{x-3}>0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d) ចំពោះ $x\in(3,+\infty)$ ។

.បើ $x-3<0$ សមមូល $x<3$ ឬ $x\in(-\infty,3)$ គេបាន $f(x)-y=\dfrac{1}{x-3}<0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d) ចំពោះ $x\in(-\infty,3)$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 3$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x)=x-1+\dfrac{1}{x-3}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}-\{3\}$ ។

យើងបាន $f'(x)=(x-1)'-\dfrac{(x-3)'}{(x-3)^2}=1-\dfrac{1}{(x-3)^2}$

$$=\frac{(x-3)^2-1}{(x-3)^2}=\frac{(x-3+1)(x-3-1)}{(x-3)^2}=\frac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x)=\dfrac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$ គ្រប់ $x\neq 3$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ៖

គេមាន $f'(x)=\dfrac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$ គ្រប់ $x\neq 3$ ។

ដោយ $(x-3)^2>0$ គ្រប់ $x\neq 3$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $(x-2)(x-4)$ ។

បើ $f'(x)=0$ គេបាន $(x-2)(x-4)=0$ សមមូល $x_1=2$, $x_2=4$ ។

ចំពោះ $x=2$ នោះ $f(2)=2-1+\dfrac{1}{2-3}=0$ ។

ចំពោះ $x=4$ នោះ $f(4)=4-1+\dfrac{1}{4-3}=4$ ។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	4	↗	$+\infty$

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ M មានអាប់ស៊ីស $x=\dfrac{5}{2}$

តាមរូបមន្ត $(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

ដោយ $x_0=\dfrac{5}{2}$ នោះ $(T): y=f'(\dfrac{5}{2})\left(x-\dfrac{5}{2}\right)+f\left(\dfrac{5}{2}\right)$

គេមាន $f'(\dfrac{5}{2})=\dfrac{(\frac{5}{2}-2)(\frac{5}{2}-4)}{(\frac{5}{2}-3)^2}=-3$ និង $f\left(\dfrac{5}{2}\right)=\dfrac{5}{2}-1+\dfrac{1}{\frac{5}{2}-3}=-\dfrac{1}{2}$

គេបាន $(T): y=-3\left(x-\dfrac{5}{2}\right)-\dfrac{1}{2}=-3x+7$

ដូចនេះ $(T): y=-3x+7$ ។

៥.ស្រាយបញ្ជាក់ថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) :

តាមរូបមន្ត $f(2a-x_0)+f(x_0)=2b$ ចំណុច $I(3,2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃ (C) លុះត្រាតែ $\forall x_0 \in \mathbb{R}-\{3\}: f(6-x_0)+f(x_0)=4$ ព្រោះ $a=3,b=2$ ។

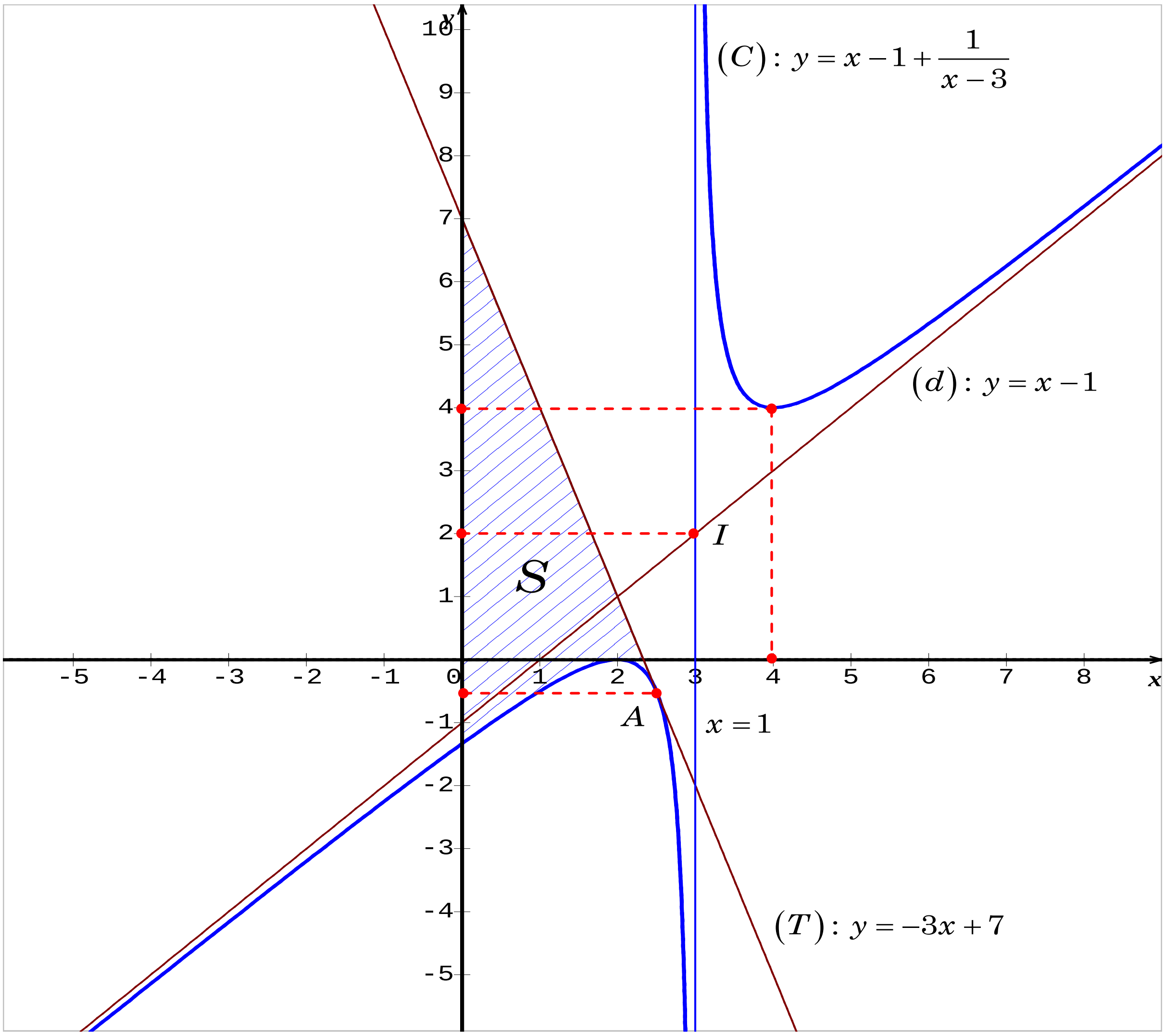
គេមាន $f(x)=x-1+\dfrac{1}{x-3}$ នោះគេបាន $f(x_0)=x_0-1+\dfrac{1}{x_0-3}$

និង $f(6-x_0)=6-x_0-1+\dfrac{1}{6-x_0-3}=-x_0+5-\dfrac{1}{x_0-3}$ ។

គេបាន $f(6-x_0)+f(x_0)=-x_0+5-\dfrac{1}{x_0-3}+x_0-1+\dfrac{1}{x_0-3}=4$ ពិត

ដូចនេះយើងសន្និដ្ឋានថាចំណុច $I(3,2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៦.សង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) និង (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់ប៉ះ(T)និងបន្ទាត់

ឈរពីរ $x=0$ និង $x=\frac{5}{2}$ ៖

គេមាន $(C): f(x)=x-1+\frac{1}{x-3}$ និង $(T): y=-3x+7$ ។

តាង S ជាផ្ទៃក្រឡាដែលត្រូវរក ។ តាមក្រាហ្វិកយើងពិនិត្យឃើញថាបន្ទាត់ប៉ះ(T)

ស្ថិតនៅពីលើខ្សែកោង(C)ក្នុងចន្លោះ $x=0$ ទៅ$x=\frac{5}{2}$ ។

យើងបាន $S=\int_0^{\frac{5}{2}}\left[(-3x+7)-(x-1+\frac{1}{x-3})\right]dx$

$$=\int_0^{\frac{5}{2}}\left(-4x+8-\frac{1}{x-3}\right)dx=\left[-2x^2+8x-\ln|x-3|\right]_0^{\frac{5}{2}}$$

$$=\left(-\frac{25}{2}+20-\ln\frac{1}{2}\right)-(-\ln 3)=\frac{15}{2}+\ln 6$$

ដូចនេះ $S=\frac{15}{2}+\ln 6\approx 9.292$ (ឯកតាផ្ទៃ) ។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី០៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\frac{-x^2+3x+2}{x-2}$ ដែល $x\neq 2$ ។

តាង (C)ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\neq 2$ ចូរស្រាយថា $f(x)=-x+1+\frac{4}{x-2}$ ។

គណនា $\lim_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d): y=-x+1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 2$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=-\frac{(x-2)^2+4}{(x-2)^2}$ ។

បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះរួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ក)រកសមីការបន្ទាត់(T_1)និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)រៀងគ្នាត្រង់ចំណុច M និង N មានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x_M=0$ និង $x_N=4$ ។

ខ)ក្រៅពីចំណុច M និង N ចូរបង្ហាញថាមានបួនចំណុចទៀតស្ថិតនៅលើក្រាប (C)មានកូអរដោនេជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីហ្វដែលត្រូវកំណត់។

រកប្រភេទនៃចតុកោណដែលបង្កើតដោយបួនចំណុចនោះ ។

៥.ចូរស្រាយថាចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C) ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=-2$ និង $x=1$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.ចំពោះគ្រប់ $x \neq 2$ ស្រាយថា $f(x) = -x + 1 + \dfrac{4}{x-2}$

យើងមាន $f(x) = \dfrac{-x^2 + 3x + 2}{x-2}$ គ្រប់ $x \neq 2$

យើងបាន $f(x) = \dfrac{-x^2 + 2x + x - 2 + 4}{x-2} = \dfrac{-x(x-2) + (x-2) + 4}{x-2}$

$$= \frac{(x-2)(-x+1) + 4}{x-2} = -x + 1 + \frac{4}{x-2}$$

ដូចនេះ $f(x) = -x + 1 + \dfrac{4}{x-2}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ ៖

គេមាន $f(x) = -x + 1 + \dfrac{4}{x-2}$ គ្រប់ $x \neq 2$ ។

យើងបាន $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty}\left(-x + 1 + \dfrac{4}{x-2}\right)$

.បើ $x \to -\infty$ នោះ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(-x + 1 + \dfrac{4}{x-2}\right) = +\infty$

.បើ $x \to +\infty$ នោះ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x + 1 + \dfrac{4}{x-2}\right) = -\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \pm\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \lim\limits_{x\to 2}\left(-x + 1 + \dfrac{4}{x-2}\right)$

.បើ $x \to 2^-$ នោះ $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-}\left(-x + 1 + \dfrac{4}{x-2}\right) = -\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{4}{x-2} = -\infty$

.បើ $x \to 2^+$ នោះ $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+}\left(-x + 1 + \dfrac{4}{x-2}\right) = +\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{4}{x-2} = +\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \pm\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ៖

តាមសម្រាយខាងលើគេមាន $\lim_{x\to 2} f(x) = \pm\infty$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ $x=2$ ជាអាស៊ីមតូតឈររបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d) ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to\infty$

គេមាន $(C): f(x) = -x+1+\dfrac{4}{x-2}$ និង $(d): y=-x+1$

គេបាន $f(x)-y = \left(-x+1+\dfrac{4}{x-2}\right)-(-x+1) = \dfrac{4}{x-2}$

ដោយ $\lim_{x\to\infty}\left[f(x)-y\right] = \lim_{x\to\infty}\dfrac{4}{x-2} = 0$ នោះបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y=-x+1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x)-y=\dfrac{4}{x-2}$ មានសញ្ញាដូច $x-2$ ។

.បើ $x-2>0$ សមមូល $x>2$ ឬ $x\in(2,+\infty)$ គេបាន $f(x)-y=\dfrac{4}{x-2}>0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d) ចំពោះ $x\in(2,+\infty)$ ។

.បើ $x-2<0$ សមមូល $x<2$ ឬ $x\in(-\infty,2)$ គេបាន $f(x)-y=\dfrac{4}{x-2}<0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d) ចំពោះ $x\in(-\infty,2)$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 2$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = -\dfrac{(x-2)^2+4}{(x-2)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x)=-x+1+\dfrac{4}{x-2}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}-\{2\}$ ។

យើងបាន $f'(x)=(-x+1)'-\frac{4(x-2)'}{(x-2)^2}=-1-\frac{4}{(x-2)^2}$

$$=\frac{-(x-2)^2-4}{(x-2)^2}=-\frac{(x-2)^2+4}{(x-2)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x)=-\frac{(x-2)^2+4}{(x-2)^2}$ គ្រប់ $x\neq 2$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ៖

គេមាន $f'(x)=-\frac{(x-2)^2+4}{(x-2)^2}$ គ្រប់ $x\neq 2$ ។

ដោយ $(x-2)^2>0$ គ្រប់ $x\neq 2$ និង $(x-2)^2+4>0$ នោះគេទាញបាន

$f'(x)=-\frac{(x-2)^2+4}{(x-2)^2}<0$ នោះ f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចគ្រប់ $x\neq 2$ ។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$
$f(x)$	$+\infty \searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow -\infty$

៤.ក)រកសមីការបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) រៀងគ្នាត្រង់ចំណុច M

និង N មានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x_M=0$ និង $x_N=4$ ៖

.ចំពោះ $x_M=0$ គេបាន $y_M=f(0)=0+1+\frac{4}{-2}=-1$ នោះ $M(0,-1)$ ។

.ចំពោះ $x_N=4$ គេបាន $y_N=f(4)=-4+1+\frac{4}{4-2}=-1$ នោះ $N(4,-1)$ ។

បន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោងត្រង់ចំណុច M និង N មានមេគុណប្រាប់ទិសរៀងគ្នា $f'(0)=-\frac{4+4}{4}=-2$ និង $f'(4)=-\frac{4+4}{4}=-2$

សមីការបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) អាចសរសេរ ៖

$(T_1): y=-2(x-0)-1=-2x-1$ និង $(T_2): y=-2(x-4)-1=-2x+7$

ដូចនេះ $(T_1): y=-2x-1$ និង $(T_2): y=-2x+7$ ។

ខ.រកបួនចំណុចស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) មានកូអរដោនេជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីហ្វ

គេមាន $f(x)=-x+1+\frac{4}{x-2}$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}-\{2\}$

ដើម្បីឲ្យ $f(x)$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីហ្វលុះត្រាតែ $\frac{4}{x-2}$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីហ្វចំពោះ x ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីហ្វដែរពោលគឺគេត្រូវឲ្យ $(x-2)\in\{-4,-2,-1,1,2,4\}$

សមមូល $x\in\{-2,0,1,3,4,6\}$ ។

.ចំពោះ $x=-2$ គេបាន $f(-2)=2+1+\frac{4}{-2-2}=2$ នោះ $A(-2,2)$ ។

.ចំពោះ $x=0$ គេបាន $f(0)=0+1+\frac{4}{-2}=-1$ នោះ $M(0,-1)$ ។

.ចំពោះ $x=1$ គេបាន $f(1)=-1+1+\frac{4}{1-2}=-4$ នោះ $B(1,-4)$ ។

.ចំពោះ $x=3$ គេបាន $f(3)=-3+1+\frac{4}{3-2}=2$ នោះ $D(3,2)$ ។

.ចំពោះ $x=4$ គេបាន $f(4)=-4+1+\frac{4}{4-2}=-1$ នោះ $N(4,-1)$ ។

.ចំពោះ $x=6$ គេបាន $f(6)=-6+1+\dfrac{4}{6-2}=-4$ នោះ $C(6,-4)$ ។

ដូចនេះ $A(-2,2),B(1,-4),C(6,-4)$ និង $D(3,2)$ ។

រកប្រភេទនៃចតុកោណដែលបង្កើតដោយបួនចំណុច $ABCD$:

យើងមាន $\overrightarrow{AB}=(3,-6)$ និង $\overrightarrow{DC}=(3,06)$ នោះគេបាន $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

ដូចនេះចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម។

៥.ស្រាយថាចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ៖

តាមរូបមន្ត $f(2a-x_0)+f(x_0)=2b$ ចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃ (C)

លុះត្រាតែ $\forall x_0\in\mathbb{R}-\{2\}:f(4-x_0)+f(x_0)=-2$ ព្រោះ $a=2,b=-1$ ។

គេមាន $f(x)=-x+1+\dfrac{4}{x-2}$ នោះគេបាន $f(x_0)=-x_0+1+\dfrac{4}{x_0-2}$

និង $f(4-x_0)=-4+x_0+1+\dfrac{4}{4-x_0-2}=x_0-3-\dfrac{4}{x_0-2}$ ។

គេបាន $f(4-x_0)+f(x_0)=x_0-3-\dfrac{4}{x_0-2}-x_0+1+\dfrac{4}{x_0-2}=-2$ ពិត

ដូចនេះយើងសន្និដ្ឋានថាចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៦.សង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C)

និងបន្ទាត់ (d) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=-2$ និង $x=1$ ៖

គេមាន $(C):f(x)=-x+1+\dfrac{4}{x-2}$

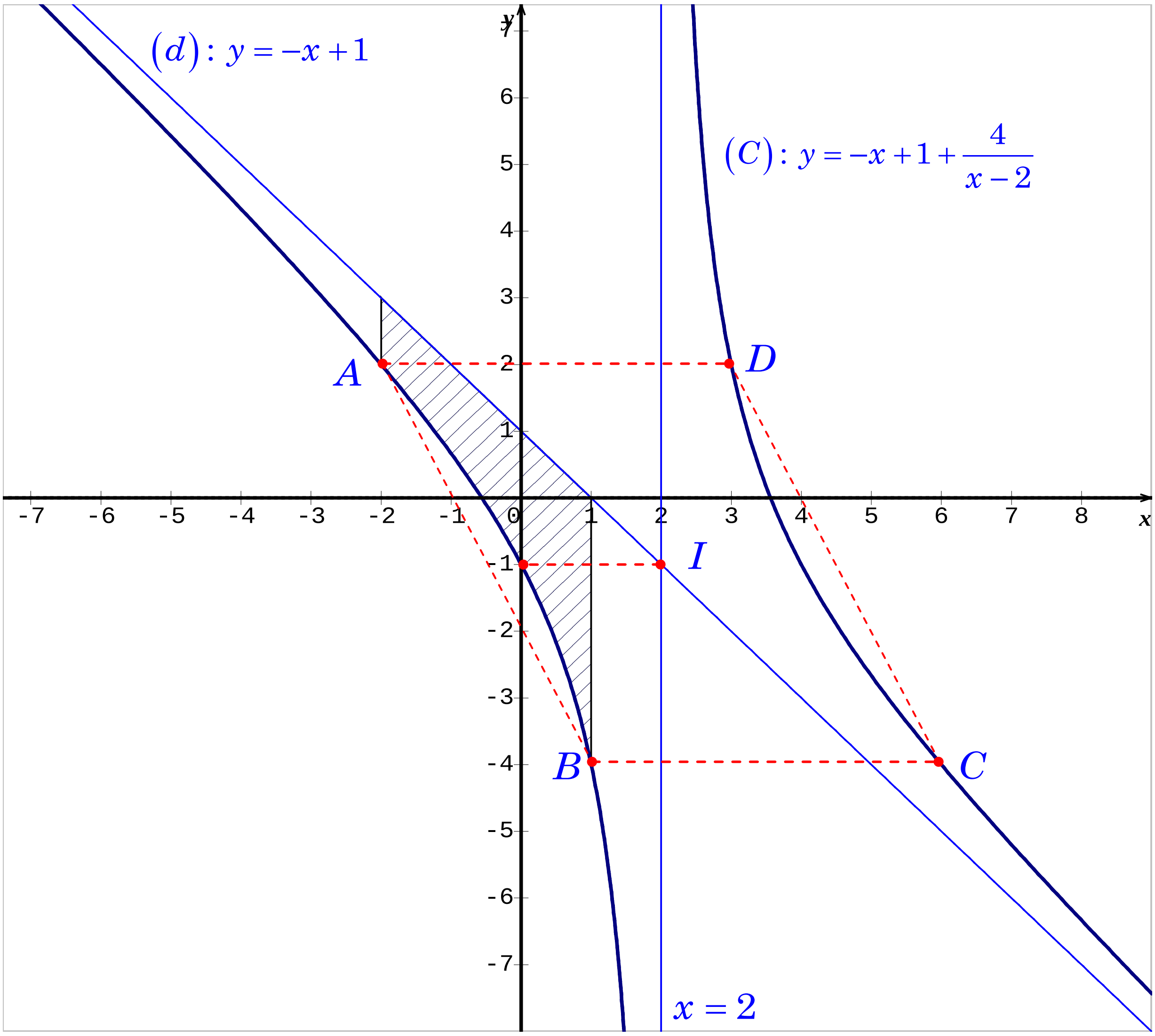
$(d):y=-x+1$

តាង S ជាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (d) និងបន្ទាត់ឈរ $x=-2$ និង $x=1$ ។

យើងបាន $S=\int_{-2}^{1}\left[(-x+1)-(-x+1+\frac{4}{x-2})\right]dx$

$S=-\int_{-2}^{1}\frac{4}{x-2}dx=-\left[4\ln|x-2|\right]_{-2}^{1}=8\ln 2$ ។

ដូចនេះ $S=8\ln 2\approx 5.5452$ (ឯកតាផ្ទៃ) ។



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី១០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-3x-2}{x-1}$ ដែល $x\neq 1$ ។

តាង (C)ជាក្រាបនៃf ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\neq 1$ ចូរស្រាយថា $f(x)=x-2-\dfrac{4}{x-1}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d):y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា$x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(x-1)^2+4}{(x-1)^2}$ ។

បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចរួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ។

៤.គេគូសបន្ទាត់$(\Delta):y=2x+2$ កាត់ខ្សែកោង(C)ត្រង់ពីចំណុចAនិងB។

ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច AនិងB ។

ខ)រកចំណុចទាំងអស់ស្ថិតនៅលើខ្សែកោង(C)ដែលបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំណុចទាំងនោះស្របទៅនឹងបន្ទាត់ (Δ) ។

៥.ចូរស្រាយថាចំណុច $I(1,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C) ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d)និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=2$ និង $x=5$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.ចំពោះគ្រប់ $x \neq 1$ ស្រាយថា $f(x) = x - 2 - \dfrac{4}{x-1}$

យើងមាន $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x - 2}{x-1}$ គ្រប់ $x \neq 1$

យើងបាន $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 2x + 2 - 4}{x-1} = \dfrac{x(x-1) - 2(x-1) - 4}{x-1}$

$$= \frac{(x-1)(x-2) - 4}{x-1} = x - 2 - \frac{4}{x-1}$$

ដូចនេះ $f(x) = x - 2 - \dfrac{4}{x-1}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ ៖

គេមាន $f(x) = x - 2 - \dfrac{4}{x-1}$ គ្រប់ $x \neq 1$ ។

យើងបាន $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty}\left(x - 2 - \dfrac{4}{x-1}\right)$

.បើ $x \to -\infty$ នោះ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(x - 2 - \dfrac{4}{x-1}\right) = -\infty$

.បើ $x \to +\infty$ នោះ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(x - 2 - \dfrac{4}{x-1}\right) = +\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \pm\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \lim\limits_{x\to 1}\left(x - 2 - \dfrac{4}{x-1}\right)$

.បើ $x \to 1^-$ នោះ $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-}\left(x - 2 - \dfrac{4}{x-1}\right) = +\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{4}{x-1} = -\infty$

.បើ $x \to 1^+$ នោះ $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+}\left(x - 2 - \dfrac{4}{x-1}\right) = -\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{4}{x-1} = +\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \pm\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ៖

តាមសម្រាយខាងលើគេមាន $\lim_{x\to 1} f(x) = \pm\infty$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ $x = 1$ ជាអាស៊ីមតូតឈររបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d) ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to\infty$

គេមាន $(C): f(x) = x - 2 - \dfrac{4}{x-1}$ និង $(d): y = x - 2$

គេបាន $f(x) - y = \left(x - 2 - \dfrac{4}{x-1}\right) - (x-2) = -\dfrac{4}{x-1}$

ដោយ $\lim_{x\to\infty}\left[f(x) - y\right] = \lim_{x\to\infty}\dfrac{-4}{x-1} = 0$ នោះបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) - y = -\dfrac{4}{x-1}$ មានសញ្ញាដូច $-x+1$ ។

.បើ $-x+1>0$ សមមូល $x<1$ ឬ $x\in(-\infty,1)$ គេបាន $f(x) - y = -\dfrac{4}{x-1} > 0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d) ចំពោះ $x\in(-\infty,1)$ ។

.បើ $-x+1<0$ សមមូល $x>1$ ឬ $x\in(1,+\infty)$ គេបាន $f(x) - y = -\dfrac{4}{x-1} < 0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d) ចំពោះ $x\in(1,+\infty)$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 1$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \dfrac{(x-1)^2+4}{(x-1)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x) = x - 2 - \dfrac{4}{x-1}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}-\{1\}$ ។

យើងបាន $f'(x)=(x-2)'+\dfrac{4(x-1)'}{(x-1)^2}=1+\dfrac{4}{(x-1)^2}=\dfrac{(x-1)^2+4}{(x-1)^2}$

ដូចនេះ $f'(x)=\dfrac{(x-1)^2+4}{(x-1)^2}$ គ្រប់ $x\neq 1$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ៖

គេមាន $f'(x)=\dfrac{(x-1)^2+4}{(x-1)^2}$ គ្រប់ $x\neq 1$ ។

ដោយ $(x-1)^2>0$ គ្រប់ $x\neq 1$ និង $(x-1)^2+4>0$ នោះគេទាញបាន

$f'(x)=\dfrac{(x-1)^2+4}{(x-1)^2}>0$ នោះ f ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចគ្រប់ $x\neq 1$ ។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗ $+\infty$

៤.ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A និង B ៖

គេមាន $(\Delta): y=2x+2$ និង $(C): y=\dfrac{x^2-3x-2}{x-1}$

សមីការអាប់ស៊ីសចំណុចប្រសព្វ A និង B រវាងបន្ទាត់ (Δ) និងខ្សែកោង (C) ៖

$2x+2=\dfrac{x^2-3x-2}{x-1}$ សមមូល $2x^2-2=x^2-3x-2$

សមមូល $x^2+3x=0$ នោះគេទាញឫស $x_1=-3$, $x_2=0$ ។

.ចំពោះ $x=-3$ នោះ $y=2(-3)+2=-4$ ។

.ចំពោះ $x=0$ នោះ $y=2(0)+2=2$ ។

ដូចនេះ $A(-3,-4)$ និង $B(0,2)$ ។

ខ)រកចំណុចទាំងអស់ស្ថិតនៅលើខ្សែកោង(C)ដែលបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំណុចទាំងនោះស្របទៅនឹងបន្ទាត់ (Δ) ៖

តាងចំណុច $M\in(C)$ មានអាប់ស៊ីស x_0 នោះ $M\left(x_0,\dfrac{x_0^{\,2}-3x_0-2}{x_0-1}\right)$

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់(T)ប៉ះ(C)ត្រង់ M គឺ $f'(x_0)=\dfrac{(x_0-1)^2+4}{(x_0-1)^2}$

បើ $(T)//(\Delta):y=2x+2$ សមមូល $\dfrac{(x_0-1)^2+4}{(x_0-1)^2}=2$

សមមូល $(x_0-1)^2+4=2(x_0-1)^2$

សមមូល $(x_0-1)^2=4$ គេទាញឫស $x_0'=-1$, $x_0''=3$ ។

ចំពោះ $x_0'=-1$ នោះ $f(-1)=\dfrac{1+3-2}{-1-1}=-1$ ។

ចំពោះ $x_0''=3$ នោះ $f(3)=\dfrac{9-9-2}{3-1}=-1$ ។

ដូចនេះ $M'(-1,-1)$ និង $M''(3,-1)$ ជាចំណុចត្រូវរក។

៨.ស្រាយថាចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C) ៖

តាមរូបមន្ត $f(2a-x_0)+f(x_0)=2b$ ចំណុច $I(1,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃ (C)

លុះត្រាតែ $\forall x_0 \in \mathbb{R}-\{1\} : f(2-x_0)+f(x_0)=-2$ ព្រោះ $a=2, b=-1$ ។

គេមាន $f(x)=x-2-\dfrac{4}{x-1}$ នោះគេបាន $f(x_0)=x_0-2-\dfrac{4}{x_0-1}$

និង $f(2-x_0)=2-x_0-2-\dfrac{4}{2-x_0-1}=-x_0+\dfrac{4}{x_0-1}$ ។

គេបាន $f(2-x_0)+f(x_0)=-x_0+\dfrac{4}{x_0-1}+x_0-2-\dfrac{4}{x_0-1}=-2$ ពិត

ដូចនេះយើងសន្និដ្ឋានថាចំណុច $I(1,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៦.សង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង (C)

និងបន្ទាត់ (d) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=2$ និង $x=5$ ៖

គេមាន $(C): f(x)=x-2-\dfrac{4}{x-1}$

$(d): y=x-2$

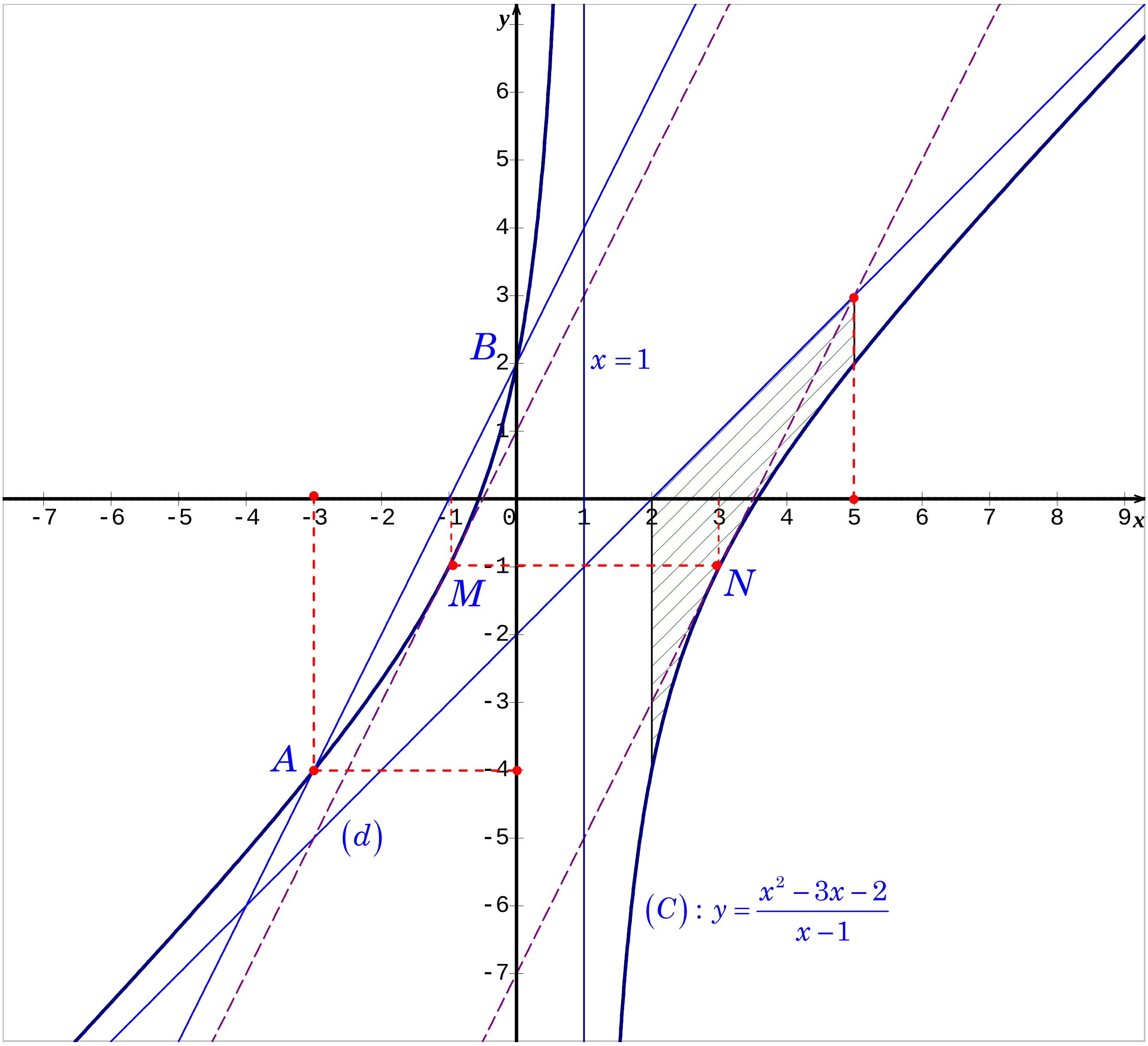
តាង S ជាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (d) និងបន្ទាត់ឈរ

$x=2$ និង $x=5$ ។

យើងបាន $S=\displaystyle\int_2^5\left[(x-2)-(x-2-\frac{4}{x-1})\right]dx$

$S=\displaystyle\int_2^5\frac{4}{x-1}dx=\left[4\ln|x-1|\right]_2^5=8\ln 2$ ។

ដូចនេះ $S=8\ln 2\approx 5.5452$ (ឯកតាផ្ទៃ) ។



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី១១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-5x+4}{x-2}$ ដែល $x\neq 2$ ។

តាង (C)ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\neq 2$ ចូរស្រាយថា $f(x)=x-3-\dfrac{2}{x-2}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d): y=x-3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា$x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 2$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(x-2)^2+2}{(x-2)^2}$ ។

បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចរួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍f ។

៤.ខ្សែកោង(C)កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីស (ox) ត្រង់ពីរចំណុច A និង B។

ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A និង B (គេដឹងថា $x_A<x_B$)។

ខ)សរសេរសមីការបន្ទាត់(T_1)និង(T_2)ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C)រៀងគ្នាត្រង់ចំណុច A និង Bរួចគណនាកូអរដោនេនៃចំណុច S ជាប្រសព្វរវាង(T_1)និង(T_2)

៥.ចូរស្រាយថាចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C) ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d) , (T_1),(T_2)រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(T_1)និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=-2$ និង $x=1$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.ចំពោះគ្រប់ $x \neq 2$ ស្រាយថា $f(x) = x - 3 - \dfrac{2}{x-2}$

យើងមាន $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 4}{x-2}$ គ្រប់ $x \neq 2$

យើងបាន $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 3x + 6 - 2}{x-2} = \dfrac{x(x-2) - 3(x-2) - 2}{x-2}$

$$= \frac{(x-2)(x-3) - 2}{x-2} = x - 3 - \frac{2}{x-2}$$

ដូចនេះ $f(x) = x - 3 - \dfrac{2}{x-2}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ ៖

គេមាន $f(x) = x - 3 - \dfrac{2}{x-2}$ គ្រប់ $x \neq 2$ ។

យើងបាន $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty}\left(x - 3 - \dfrac{2}{x-2}\right)$

.បើ $x \to -\infty$ នោះ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(x - 3 - \dfrac{2}{x-2}\right) = -\infty$

.បើ $x \to +\infty$ នោះ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(x - 3 - \dfrac{2}{x-2}\right) = +\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \pm\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \lim\limits_{x\to 2}\left(x - 3 - \dfrac{2}{x-2}\right)$

.បើ $x \to 2^-$ នោះ $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-}\left(x - 3 - \dfrac{2}{x-2}\right) = +\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{2}{x-2} = -\infty$

.បើ $x \to 2^+$ នោះ $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+}\left(x - 3 - \dfrac{2}{x-2}\right) = -\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{2}{x-2} = +\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \pm\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ៖

តាមសម្រាយខាងលើគេមាន $\lim_{x\to 2} f(x)=\pm\infty$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ $x=2$ ជាអាស៊ីមតូតឈររបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d) ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to\infty$

គេមាន $(C): f(x)=x-3-\dfrac{2}{x-2}$ និង $(d): y=x-3$

គេបាន $f(x)-y=\left(x-3-\dfrac{2}{x-2}\right)-(x-3)=-\dfrac{2}{x-2}$

ដោយ $\lim_{x\to\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim_{x\to\infty}\dfrac{-2}{x-2}=0$ នោះបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y=x-3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x)-y=-\dfrac{2}{x-2}$ មានសញ្ញាដូច $-x+2$ ។

.បើ $-x+2>0$ សមមូល $x<2$ ឬ $x\in(-\infty,2)$ គេបាន $f(x)-y=-\dfrac{2}{x-2}>0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d) ចំពោះ $x\in(-\infty,2)$ ។

.បើ $-x+2<0$ សមមូល $x>2$ ឬ $x\in(2,+\infty)$ គេបាន $f(x)-y=-\dfrac{2}{x-2}<0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d) ចំពោះ $x\in(2,+\infty)$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 2$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(x-2)^2+2}{(x-2)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x)=x-3-\dfrac{2}{x-2}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}-\{2\}$ ។

យើងបាន $f'(x)=(x-3)'+\dfrac{2(x-2)'}{(x-2)^2}=1+\dfrac{2}{(x-2)^2}=\dfrac{(x-2)^2+2}{(x-2)^2}$

ដូចនេះ $f'(x)=\dfrac{(x-2)^2+2}{(x-2)^2}$ គ្រប់ $x\neq 2$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ៖

គេមាន $f'(x)=\dfrac{(x-2)^2+2}{(x-2)^2}$ គ្រប់ $x\neq 2$ ។

ដោយ $(x-2)^2>0$ គ្រប់ $x\neq 2$ និង $(x-2)^2+2>0$ នោះគេទាញបាន

$f'(x)=\dfrac{(x-2)^2+2}{(x-2)^2}>0$ នោះ f ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចគ្រប់ $x\neq 2$ ។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow +\infty$

៤.ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A និង B ៖

សមីការអាប់ស៊ីសចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីស (ox) គឺ៖

$f(x)=\dfrac{x^2-5x+4}{x-2}=0$ សមមូល $x^2-5x+4=0$

ដោយ $a+b+c=0$ នោះគេទាញឫស $x_1=1$, $x_2=4$ ។

ដូចនេះ $A(1,0)$ និង $B(4,0)$ ។

ខ)សរសេរសមីការបន្ទាត់(T_1)និង(T_2)ប៉ះ(C)រៀងគ្នាត្រង់ចំណុច A និង B ៖

.សមីការបន្ទាត់(T_1)ប៉ះ(C)ត្រង់ចំណុច A គឺ $(T_1): y = f'(x_A)(x - x_A) + f(x_A)$

ឬ $(T_1): y = f'(1)(x-1) + f(1)$ ដោយ $f'(1) = \dfrac{(1-2)^2 + 2}{(1-2)^2} = 3$ និង $f(1) = 0$

ដូចនេះ $(T_1): y = 3(x-1) = 3x - 3$ ។

.សមីការបន្ទាត់(T_2)ប៉ះ(C)ត្រង់ចំណុច B គឺ $(T_2): y = f'(x_B)(x - x_B) + f(x_B)$

ឬ $(T_2): y = f'(4)(x-4) + f(4)$ ដោយ $f'(4) = \dfrac{(4-2)^2 + 2}{(4-2)^2} = \dfrac{3}{2}$ និង $f(4) = 0$

ដូចនេះ $(T_2): y = \dfrac{3}{2}(x-4) = \dfrac{3}{2}x - 6$ ។

គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច S ជាប្រសព្វរវាង(T_1)និង(T_2)៖

កូអរដោនេនៃចំណុច S ជាប្រសព្វរវាង(T_1)និង(T_2)គឺជាគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ

$\begin{cases} y = 3x - 3 \\ y = \dfrac{3x}{2} - 6 \end{cases}$ បន្ទាប់ពីដោះស្រាយគេបាន $x = -2$, $y = -9$ ។

ដូចនេះ $S(-2, -9)$ ។

ង.ស្រាយថាចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C) ៖

តាមរូបមន្ត $f(2a - x_0) + f(x_0) = 2b$ ចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃ (C)

លុះត្រាតែ $\forall x_0 \in \mathbb{R} - \{2\} : f(4 - x_0) + f(x_0) = -2$ ព្រោះ $a = 2, b = -1$ ។

គេមាន $f(x) = x - 3 - \dfrac{2}{x-2}$ នោះគេបាន $f(x_0) = x_0 - 3 - \dfrac{2}{x_0 - 2}$

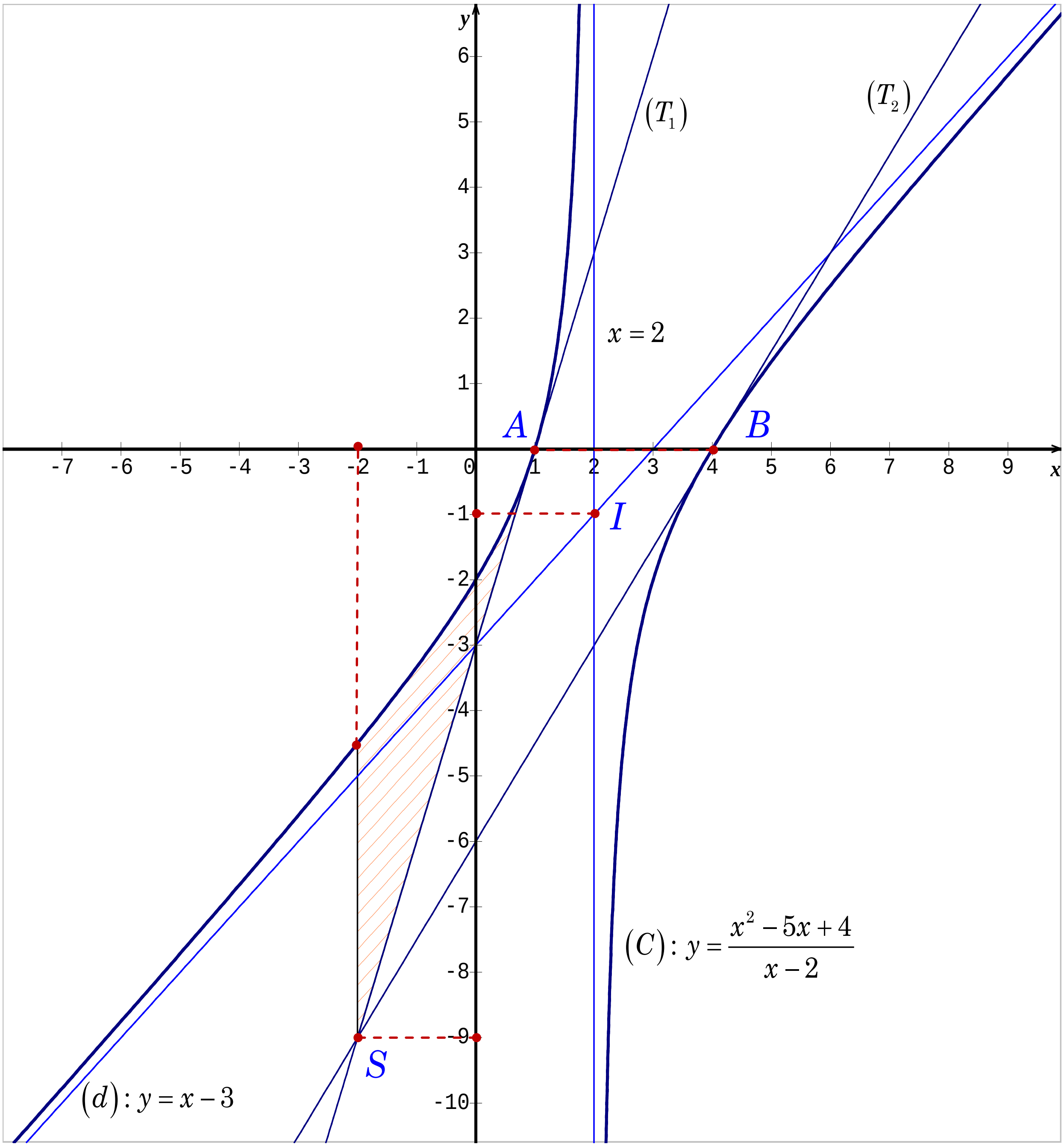
និង $f(4 - x_0) = 4 - x_0 - 3 - \dfrac{2}{4 - x_0 - 2} = -x_0 + 1 + \dfrac{2}{x_0 - 2}$ ។

គេបាន $f(4-x_0)+f\left(x_0\right)=-x_0+1+\dfrac{2}{x_0-2}+x_0-3-\dfrac{2}{x_0-2}=-2$ ពិត

ដូចនេះយើងសន្និដ្ឋានថាចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៦.សង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង (C)

និងបន្ទាត់ (T_1) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=-2$ និង $x=1$ ៖



តាង S ជាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង $(C): y = x - 3 - \dfrac{2}{x-2}$

និងបន្ទាត់ប៉ះ $(T_1): y = 3x - 3$ និងបន្ទាត់ឈរ $x = -2$, $x = 1$ ។

ដោយលើចន្លោះ $[-2,1]$ ខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅពីលើបន្ទាត់ប៉ះ (T_1) នោះគេបាន

$$S = \int_{-2}^{1} \left[(x - 3 - \frac{2}{x-2}) - (3x - 3) \right] dx = \int_{-2}^{1} \left(-2x - \frac{2}{x-2} \right) dx$$

$$= \left[-x^2 - 2\ln|x-2| \right]_{-2}^{1} = (-1 - 2\ln 1) - (-4 - 2\ln 4)$$

$$= -1 - 0 + 4 + 4\ln 2 = 3 + 4\ln 2 \approx 5.77$$

ដូចនេះ $S = 5.77$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា) ។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី១២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\frac{3+2x-x^2}{x-2}$ ដែល $x\neq 2$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\neq 2$ ចូរស្រាយថា $f(x)=-x+\frac{3}{x-2}$ ។

គណនា $\lim_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=-x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 2$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=-\frac{(x-2)^2+3}{(x-2)^2}$ ។

បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចរួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយថាចំណុច $I(2,-2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) រួចសង់ខ្សែកោង (C) ។

៥.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y=mx+m+4$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក)ចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់ (Δ_m) កាត់តាមចំណុចនឹង M មួយគ្រប់តម្លៃ m ។

ខ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) រួចកំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះនិងសង់វាក្នុងតម្រុយរួមគ្នាជាមួយខ្សែកោង (C) ។

គ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) កាត់ខ្សែកោង (C) តែមួយចំណុចគត់រួចសង់បន្ទាត់ (Δ_m) ចំពោះតម្លៃ m ដែលទើបរកឃើញ។

ឃ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) កាត់ខ្សែកោង (C) បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា A និង B រួចសរសេរទំនាក់ទំនងមិនអាស្រ័យនឹង m រវាងអាប់ស៊ីស x' និង x'' នៃចំណុច A និង B ។

ដំណោះស្រាយ

១.ចំពោះគ្រប់ $x \neq 2$ ស្រាយថា $f(x) = -x + \dfrac{3}{x-2}$

យើងមាន $f(x) = \dfrac{3+2x-x^2}{x-2}$ គ្រប់ $x \neq 2$

យើងបាន $f(x) = \dfrac{-x(x-2)+3}{x-2} = -x + \dfrac{3}{x-2}$ ។

ដូចនេះ $f(x) = -x + \dfrac{3}{x-2}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$ ៖

គេមាន $f(x) = -x + \dfrac{3}{x-2}$ គ្រប់ $x \neq 2$ ។

យើងបាន $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \lim\limits_{x \to \infty}\left(-x + \dfrac{3}{x-2}\right)$

.បើ $x \to -\infty$ នោះ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty}\left(-x + \dfrac{3}{x-2}\right) = +\infty$

.បើ $x \to +\infty$ នោះ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty}\left(-x + \dfrac{3}{x-2}\right) = -\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \pm\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = \lim\limits_{x \to 2}\left(-x + \dfrac{3}{x-2}\right)$

.បើ $x \to 2^-$ នោះ $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^-}\left(-x + \dfrac{3}{x-2}\right) = -\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{3}{x-2} = -\infty$

.បើ $x \to 2^+$ នោះ $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^+}\left(-x + \dfrac{3}{x-2}\right) = +\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{3}{x-2} = +\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = \pm\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ៖

តាមសម្រាយខាងលើគេមាន $\lim_{x\to 2} f(x) = \pm\infty$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ $x=2$ ជាអាសុីមតូតឈររបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d) ជាអាសុីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to\infty$

គេមាន $(C): f(x) = -x + \dfrac{3}{x-2}$ និង $(d): y=-x$

គេបាន $f(x)-y = \left(-x+\dfrac{3}{x-2}\right) - (-x) = \dfrac{3}{x-2}$

ដោយ $\lim_{x\to\infty}\left[f(x)-y\right] = \lim_{x\to\infty}\dfrac{3}{x-2} = 0$ នោះបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y=-x$ ជាអាសុីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x)-y = \dfrac{3}{x-2}$ មានសញ្ញាដូច $x-2$ ។

.បើ $x-2>0$ សមមូល $x>2$ ឬ $x\in(2,+\infty)$ គេបាន $f(x)-y=\dfrac{3}{x-2}>0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d) ចំពោះ $x\in(2,+\infty)$ ។

.បើ $x-2<0$ សមមូល $x<2$ ឬ $x\in(-\infty,2)$ គេបាន $f(x)-y=\dfrac{3}{x-2}<0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d) ចំពោះ $x\in(-\infty,2)$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 2$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = -\dfrac{(x-2)^2+3}{(x-2)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x) = -x+\dfrac{3}{x-2}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}-\{2\}$ ។

យើងបាន $f'(x) = (-x)' - \dfrac{3(x-2)'}{(x-2)^2} = -1-\dfrac{3}{(x-2)^2} = -\dfrac{(x-2)^2+3}{(x-2)^2}$

ដូចនេះ $f'(x)=-\dfrac{(x-2)^2+3}{(x-2)^2}$ គ្រប់ $x\neq 2$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ៖

គេមាន $f'(x)=-\dfrac{(x-2)^2+3}{(x-2)^2}$ គ្រប់ $x\neq 2$ ។

ដោយ $(x-2)^2>0$ គ្រប់ $x\neq 2$ និង $(x-2)^2+3>0$ នោះគេទាញបាន

$f'(x)=-\dfrac{(x-2)^2+3}{(x-2)^2}<0$ នោះ f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចគ្រប់ $x\neq 2$ ។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$
$f(x)$	$+\infty \searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow -\infty$

៤.ស្រាយថាចំណុច $I(2,-2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C)និងសង់(C) ៖

តាមរូបមន្ត $f(2a-x_0)+f(x_0)=2b$ ចំណុច $I(2,-2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃ (C)

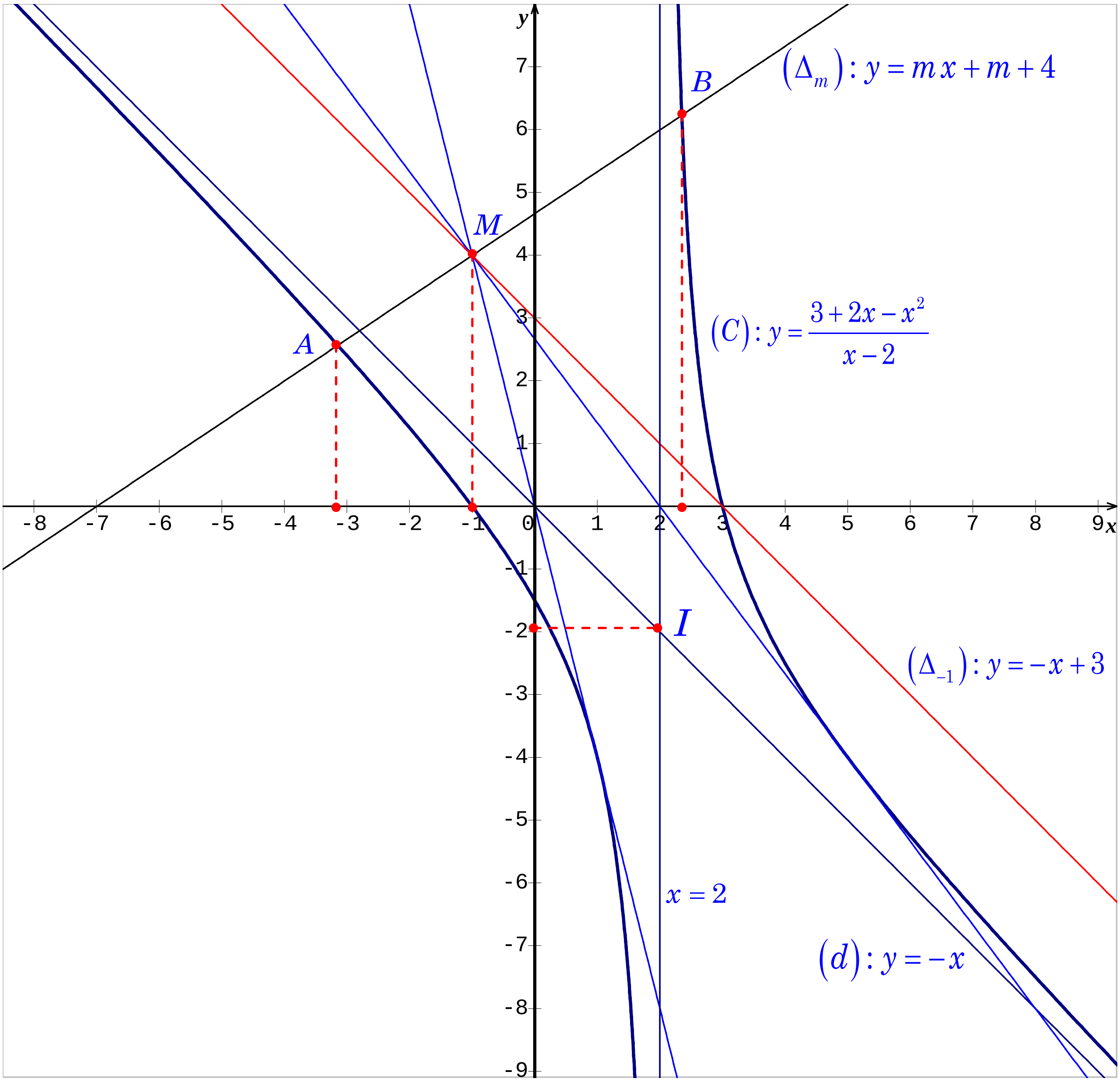
លុះត្រាតែ $\forall x_0\in\mathbb{R}-\{2\}:f(4-x_0)+f(x_0)=-4$ ព្រោះ $a=2,b=-2$ ។

គេមាន $f(x)=-x+\dfrac{3}{x-2}$ នោះគេបាន $f(x_0)=-x_0+\dfrac{3}{x_0-2}$

និង $f(4-x_0)=-4+x_0+\dfrac{3}{4-x_0-2}=x_0-4-\dfrac{3}{x_0-2}$ ។

គេបាន $f(4-x_0)+f(x_0)=x_0-4-\dfrac{3}{x_0-2}-x_0+\dfrac{3}{x_0-2}=-4$ ពិត

ដូចនេះយើងសន្និដ្ឋានថាចំណុច $I(2,-2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C)។



៨.ក)បង្ហាញថាបន្ទាត់(Δ_m)កាត់តាមចំណុចនឹងMមួយគ្រប់តម្លៃm៖

គេមាន $(\Delta_m): y = mx + m + 4$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

គេអាចសរសេរ $(y-4) = m(x+1)$

សមីការចុងក្រោយនេះផ្ទៀងផ្ទាត់ជានិច្ចគ្រប់តម្លៃ m លុះត្រាតែ $\begin{cases} x+1=0 \\ y-4=0 \end{cases}$

គេទាញបាន $x=-1$, $y=4$ ។ ដូចនេះចំណុចនឹងដែលត្រូវរកគឺ $M(-1,4)$ ។

ខ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) រួចកំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះនិងសង់វាក្នុងតម្រុយរួមគ្នាជាមួយខ្សែកោង (C) ៖

គេមាន $(\Delta_m): y=mx+m+4$ និង $(C): y=\dfrac{3+2x-x^2}{x-2}$

សមីការអាប់ស៊ីសចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (Δ_m) និងខ្សែកោង (C) សរសេរ ៖

$$mx+m+4=\frac{3+2x-x^2}{x-2}$$

សមមូល $(x-2)(mx+m+4)=3+2x-x^2$

សមមូល $mx^2+(m+4)x-2mx-2m-8+x^2-2x-3=0$

សមមូល $(m+1)x^2-(m-2)x-(2m+11)=0 \quad (E)$

ឌីសគ្រីមីណង់សមីការ (E) គឺ $\Delta=(m-2)^2+4(m+1)(2m+11)$

$$=m^2-4m+4+8m^2+44m+8m+44$$

$$=9m^2+48m+48=(3m+8)^2-16$$

$$=(3m+8+4)(3m+8-4)$$

$$=(3m+12)(3m+4)$$

ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) លុះត្រាតែសមីការ (E) មានឫសឌុបពេលគឺគេត្រូវឲ្យ $\Delta=(3m+12)(3m+4)=0$ សមមូល $m_1=-4, m_2=-\dfrac{4}{3}$ ។

ដូចនេះ៖ $m_1=-4, m_2=-\dfrac{4}{3}$ ។

ចំពោះ៖ $m=-4$ គេបាន $(\Delta_{-4}): y=-4x$ ។

ចំពោះ៖ $m=-\dfrac{4}{3}$ គេបាន $\left(\Delta_{-\frac{4}{3}}\right): y=-\dfrac{4}{3}x+\dfrac{8}{3}$

ដូចនេះ $(\Delta_{-4}): y=-4x$ និង $\left(\Delta_{-\frac{4}{3}}\right): y=-\frac{4}{3}x+\frac{8}{3}$ ជាសមីការបន្ទាត់ប៉ះ។

គ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) កាត់ខ្សែកោង (C) តែមួយចំណុចគត់៖

ដើម្បីយបន្ទាត់ (Δ_m) កាត់ខ្សែកោង (C) តែមួយចំណុចគត់លុះត្រាតែសមីការ (E) មានឫសតែមួយគត់ពេលគឺវាក្លាយទៅជាសមីការដឺក្រេទីមួយនៃ x នោះគេត្រូវឲ្យមេគុណនៃ x^2 គឺ $m+1=0$ នោះ $m=-1$ ។

ដូចនេះ $m=-1$ និងសមីការបន្ទាត់ $(\Delta_{-1}): y=-x+3$ ។

ឃ)កំណត់តម្លៃ m ៖

ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) កាត់ខ្សែកោង (C) បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា A និង B លុះត្រាតែសមីការ (E) មានឫសពីរផ្សេងគ្នាពោះគឺគេត្រូវឲ្យ $\Delta=(3m+12)(3m+4)>0$

សមមូល $m\in(-\infty,-4)\cup\left(-\frac{4}{3},+\infty\right)$ ។

សរសេរទំនាក់ទំនងមិនអាស្រ័យនឹង m រវាងអាប់ស៊ីស x' និង x'' ៖

ដោយ x' និង x'' ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុច A និង B នោះវាត្រូវតែជាឫសនៃសមីការ (E) ខាងលើ។ តាមទ្រឹស្តីបទវ្យែតគេបាន $\begin{cases} S=x'+x''=\dfrac{m-2}{m+1} & (1) \\ P=x'x''=-\dfrac{2m+11}{m+1} & (2) \end{cases}$

តាម (1) គេបាន $(m+1)S=m-2$ សមមូល $m=-\frac{S+2}{S-1}$ (3) ដែល $m\neq-1$

តាម (2) គេបាន $(m+1)P=-2m-11$ សមមូល $m=-\frac{p+11}{P+2}$ (4)

ផ្ទឹមសមីការ $(3)\&(4)$ គេបាន $-\frac{S+2}{S-1}=-\frac{P+11}{P+2}$

សមមូល $(S+2)(P+2)=(S-1)(P+11)$

សសមូល $SP+2S+2P+4=SP+11S-P-11$

សមមូល $3P-9S+15=0$ ឬ $P-3S+5=0$

ដូចនេះ $x'x''-3(x'+x'')+5=0$ ជាទំនាក់ទំនងដែលត្រូវរក ។

លំហាត់ទី១៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-3}$ ដែល $x\neq 3$ ហើយ $a,b,c\in\mathbb{R}$ និង $c\neq 0$ ។

១.កំណត់លេខមេគុណ a,b,c ដោយដឹងថាខ្សែកោង(C)តាងf ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ កាត់តាមបីចំណុច$A(0,-2),B(4,-2),C(6,2)$។

២.ចំពោះតម្លៃលេខមេគុណa,b,c ទើបរកឃើញខាងលើចូរសិក្សាអថេរភាពនិងសង់ក្រាប(C) ។

៣.គេពិនិត្យគ្រួសារបន្ទាត់ $(\Delta_m): y=mx-6$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក)ចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់(Δ_m)នីមួយៗកាត់តាមចំណុចនឹងMដែលគេនិងបញ្ជាក់កូអរដោនេរបស់វា។

ខ)តើគេត្រូវឲ្យm មានតម្លៃប៉ុន្មានទើបបន្ទាត់(Δ_m)ប្រសព្វខ្សែកោង(C)ខាងលើតែមួយចំណុចគត់រួចសង់បន្ទាត់(Δ_m)ចំពោះតម្លៃmទើបរកឃើញ។

គ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យ(Δ_m)ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)រួចរកនិងសង់នូវបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះក្នុងតម្រុយរួមគ្នាជាមួយខ្សែកោង(C)។

ឃ)ចូររកលក្ខខណ្ឌសម្រាប់mដើម្បីឲ្យបន្ទាត់(Δ_m)ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង(C)បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា P និង Q ។

ង)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យអាប់ស៊ីសx_1និង x_2 នៃចំណុចPនិងQ ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $x_1^2+x_2^2=12$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.កំណត់លេខមេគុណ a,b,c

គេមាន $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-3}$

ដោយខ្សែកោង (C) តាង f កាត់តាមបួនចំណុច $A(0,-2),B(4,-2),C(6,2)$ នោះកូអរដោនេនៃចំណុចបីនេះផ្ទៀងផ្ទាត់នឹងសមីការនៃក្រាប (C) ។

គេបាន $\begin{cases} f(0)=-2 \\ f(4)=-2 \\ f(6)=2 \end{cases}$ សមមូល $\begin{cases} b-\dfrac{c}{3}=-2 & (1) \\ 4a+b+c=-2 & (2) \\ 6a+b+\dfrac{c}{3}=2 & (3) \end{cases}$

បន្ទាប់ពីដោះស្រាយគេទទួលបាន $a=1\,,\,b=-3\,,\,c=-3$ ។

២.សិក្សាអថេរភាពនិងសង់ក្រាប (C) ៖

ចំពោះ $a=1\,,\,b=-3\,,\,c=-3$ គេបាន $f(x)=x-3-\dfrac{3}{x-3}$

.ដែនកំណត់ $D_f=\mathbb{R}-\{3\}$ ។

.ទិសដៅអថេរភាព

ដេរីវេ $f'(x)=1+\dfrac{3}{(x-3)^2}=\dfrac{(x-3)^2+3}{(x-3)^2}>0$ គ្រប់ $x\in D_f$ នោះអនុគមន៍ f ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចនៅលើដែនកំណត់របស់វា។

.លីមីត

គេបាន $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(x-3-\dfrac{3}{x-3}\right)=\pm\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3}{x-3}=0$ ។

ហើយ $\lim_{x\to 3} f(x)=\lim_{x\to 3}\left(x-3-\dfrac{3}{x-3}\right)=\pm\infty$ ។

.សមីការអាស៊ីមតូត ៖

ដោយ $\lim_{x\to 3} f(x)=\pm\infty$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ $x=3$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C)។

ម្យ៉ាងទៀតគេមាន $f(x)=x-3-\dfrac{3}{x-3}$ ដោយ $\lim_{x\to\infty}\dfrac{3}{x-3}=0$

ដូចនេះបន្ទាត់មានសមីការ $(d): y=x-3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗ $+\infty$

.សំណង់ក្រាប ៖

អាស៊ីមតូតឈរ $x=3$ ប្រសព្វនិងអាស៊ីមតូតទ្រេត $y=x-3$ ត្រង់ចំណុច $I(3,0)$

ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C)។

តាមរូបមន្ត $f(2a-x_0)+f(x_0)=2b$ ចំណុច $I(3,0)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C)

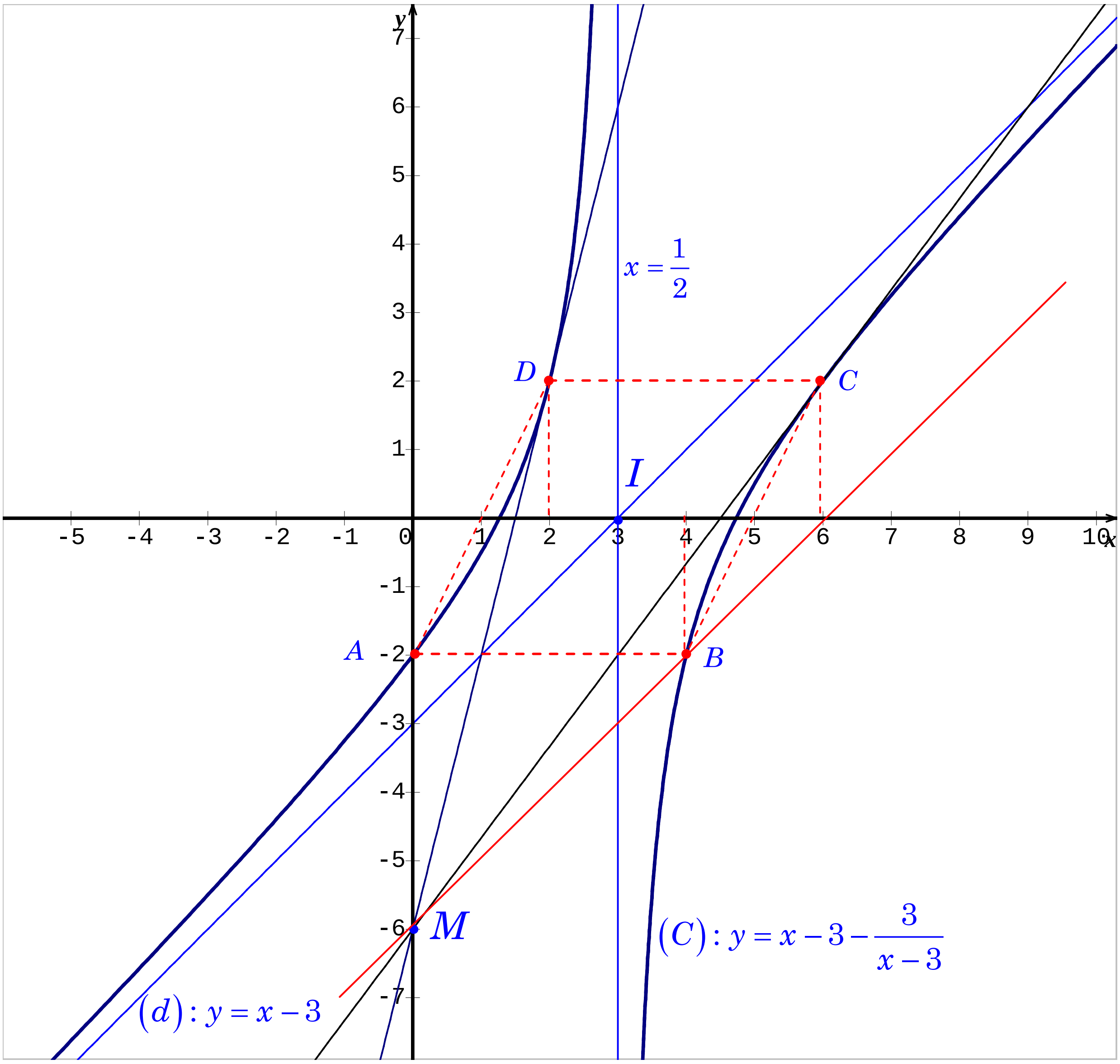
លុះត្រាតែគ្រប់ $x_0\in D_f$: $f(6-x_0)+f(x_0)=0$ ។

គេមាន $f(x)=x-3-\dfrac{3}{x-3}$ នោះ $f(x_0)=x_0-3-\dfrac{3}{x_0-3}$

ហើយ $f(6-x_0)=6-x_0-3-\dfrac{3}{6-x_0-3}=-x_0+3+\dfrac{3}{x_0-3}$

គេបាន $f(6-x_0)+f(x_0)=-x_0+3+\dfrac{3}{x_0-3}+x_0-3-\dfrac{3}{x_0-3}=0$ ពិត

ដូចនេះចំណុច $I(3,0)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។



៣.ក)បង្ហាញថាបន្ទាត់ (Δ_m) នីមួយៗកាត់តាមចំណុចនឹង M ៖

គេមាន $(\Delta_m): y=mx-6$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ

គេអាចសរសេរ $y+6=mx$ សមីការនេះផ្ទៀងផ្ទាត់ជានិច្ចគ្រប់តម្លៃ m លុះត្រាតែ

$x=0$ និង $y=-6$ ។ ដូចនេះបន្ទាត់ (Δ_m) នីមួយៗកាត់តាមចំណុចនឹង $M(0,-6)$ ។

ខ)កំណត់តម្លៃ m ៖

សមីការអាប់ស៊ីសចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (Δ_m) និងខ្សែកោង (C) សរសេរ ៖

$mx-6=x-3-\frac{3}{x-3}$ សមមូល $(m-1)x-3=-\frac{3}{x-3}$

សមមូល $(m-1)x^2-3(m-1)x-3x+9=-3$

សមមូល $(m-1)x^2-3mx+12=0$ (E)

ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វខ្សែកោង (C) តែមួយចំណុចគត់លុះត្រាតែសមីការ (E) មានឫសតែមួយគត់ពេលគឺគេត្រូវឲ្យ (E) ក្លាយទៅជាសមីការដឺក្រេទីមួយនៃ x នោះគេត្រូវឲ្យ $m-1=0$ ឬ $m=1$ ។

ដូចនេះ $m=1$ ហើយ $(\Delta_1): y=x-6$ ។

គ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យ (Δ_m) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) រួចរកនិងសង់នូវបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះ

ឌីសគ្រីមីណង់សមីការ (E) គឺ $\Delta=9m^2-48(m-1)$

$$=3(3m^2-16m+16)=3(m-4)(3m-4)$$

ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) លុះត្រាតែសមីការ (E) មានឫសឌុប ពេលគឺគេត្រូវឲ្យ $\Delta=3(m-4)(3m-4)=0$ សមមូល $m_1=4, m_2=\frac{4}{3}$ ។

ដូចនេះ $m_1=4, m_2=\frac{4}{3}$ ។

ចំពោះ $m=4$ គេបាន $(\Delta_4): y=4x-6$ ជាសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ។

ចំពោះ $m=\frac{4}{3}$ គេបាន $\left(\Delta_{\frac{4}{3}}\right): y=\frac{4}{3}x-6$ ជាសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ។

ឃ)រកលក្ខខណ្ឌសម្រាប់ m ៖

ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង (C) បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា P និង Q លុះត្រាតែសមីការ (E) មានឫសពីរផ្សេងគ្នាពោលគឺគេត្រូវឲ្យ $\Delta>0$ ។

គេបាន $\Delta=3(m-4)(3m-4)>0$ សមមូល $m\in\left(-\infty,\frac{4}{3}\right)\cup(4,+\infty)$ ។

ង)កំណត់តម្លៃ m ៖

ដោយ x_1 និង x_2 នៃចំណុច P និង Q នោះវាជាឫសនៃសមីការ (E) ។

តាមទ្រឹស្តីបទវៀត $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{3m}{m-1} & (i) \\ x_1x_2=\dfrac{12}{m-1} & (ii)\end{cases}$ ដែល $m\in\left(-\infty,\frac{4}{3}\right)\cup(4,+\infty)$ ។

តាមលក្ខខណ្ឌសម្មតិកម្មគេមាន $x_1{}^2+x_2{}^2=12$ ឬ $(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=12\ (iii)$

យក $(i)\&(ii)$ ជំនួសក្នុង (iii) គេបាន ៖

$\frac{9m^2}{(m-1)^2}-\frac{24}{m-1}=12$ សមមូល $9m^2-24(m-1)=12(m-1)^2$

សមមូល $9m^2-24m+24=12m^2-24m+12$

សមមូល $3m^2-12=0$

សមមូល $3(m-2)(m+2)=0$ នោះគេទាញឫស $m_1=2$, $m_2=-2$ ។

ដោយចំណុច P និង Q កើតឡើងលុះត្រាតែ $m\in\left(-\infty,\frac{4}{3}\right)\cup(4,+\infty)$ នោះតម្លៃនៃ m ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌនៃចំណោទមានតែមួយគត់គឺ $m=-2$ ។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី១៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-4x-1}{x-1}$ ដែល $x\neq 1$ ។

១.ចូរសិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចគូសក្រាប (C) តាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

២.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y=mx-5m$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។

ចូរបង្ហាញថាទោះបី m ប្រែប្រួលតម្លៃយ៉ាងណាក៏ដោយបន្ទាត់ (Δ_m) នីមួយៗ សុទ្ធតែកាត់តាមចំណុចនឹង K មួយជានិច្ចដែលគេនឹងបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។

៣.ចូរកំណត់តម្លៃ m តាងដោយ m_0 ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង (C) តែមួយចំណុចគត់ រួចសង់បន្ទាត់ (Δ_m) ចំពោះ $m=m_0$ ។

៤.ចំពោះ $m\neq m_0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង (C) បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា M និង N ជានិច្ច។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ដែលភ្ជាប់ពីចំណុច M និង N ទៅចំណុច $A(0,1)$ ជាបន្ទាត់ពីរកែងនឹងគ្នាជានិច្ចគ្រប់តម្លៃ $m\neq m_0$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និងគូសក្រាប (C) ៖

គេមាន $f(x)=\dfrac{x^2-4x-1}{x-1}$

.ដែនកំណត់ $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$ ។

.ទិសដៅអថេរភាព

ដេរីវេ $f'(x)=\dfrac{(2x-4)(x-1)-(x^2-4x-1)}{(x-1)^2}$

$$=\frac{2x^2-2x-4x+4-x^2+4x+1}{(x-1)^2}$$

$$=\frac{x^2-2x+5}{(x-1)^2}=\frac{(x-1)^2+4}{(x-1)^2}$$

ដោយ $f'(x)=\dfrac{(x-1)^2+4}{(x-1)^2}>0$ គ្រប់ $x\in D_f$ នោះអនុគមន៍ f ជាអនុគមន៍កើន

ជានិច្ចនៅលើដែនកំណត់របស់វា។

.លីមីត

គេមាន $f(x)=\dfrac{x^2-4x-1}{x-1}=\dfrac{(x-1)(x-3)-4}{(x-1)}=x-3-\dfrac{4}{x-1}$

គេបាន $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(x-3-\dfrac{4}{x-1}\right)=\pm\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{4}{x-1}=0$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to1}f(x)=\lim\limits_{x\to1}\left(x-3-\dfrac{4}{x-1}\right)=\pm\infty$ ។

.សមីការអាស៊ីមតូត ៖

ដោយ $\lim\limits_{x\to1}f(x)=\pm\infty$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ $x=1$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C)។

ម្យ៉ាងទៀតគេមាន $f(x)=x-3-\dfrac{4}{x-1}$ ដោយ $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4}{x-1}=0$

ដូចនេះបន្ទាត់មានសមីការ $(d): y = x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow +\infty$

.សំណង់ក្រាប ៖

អាស៊ីមតូតឈរ $x = 1$ ប្រសព្វនិងអាស៊ីមតូតទ្រេត $y = x - 3$ ត្រង់ចំណុច $I(1,-2)$

ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C)។

តាមរូបមន្ត $f(2a - x_0) + f(x_0) = 2b$ ចំណុច $I(1,-2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C)

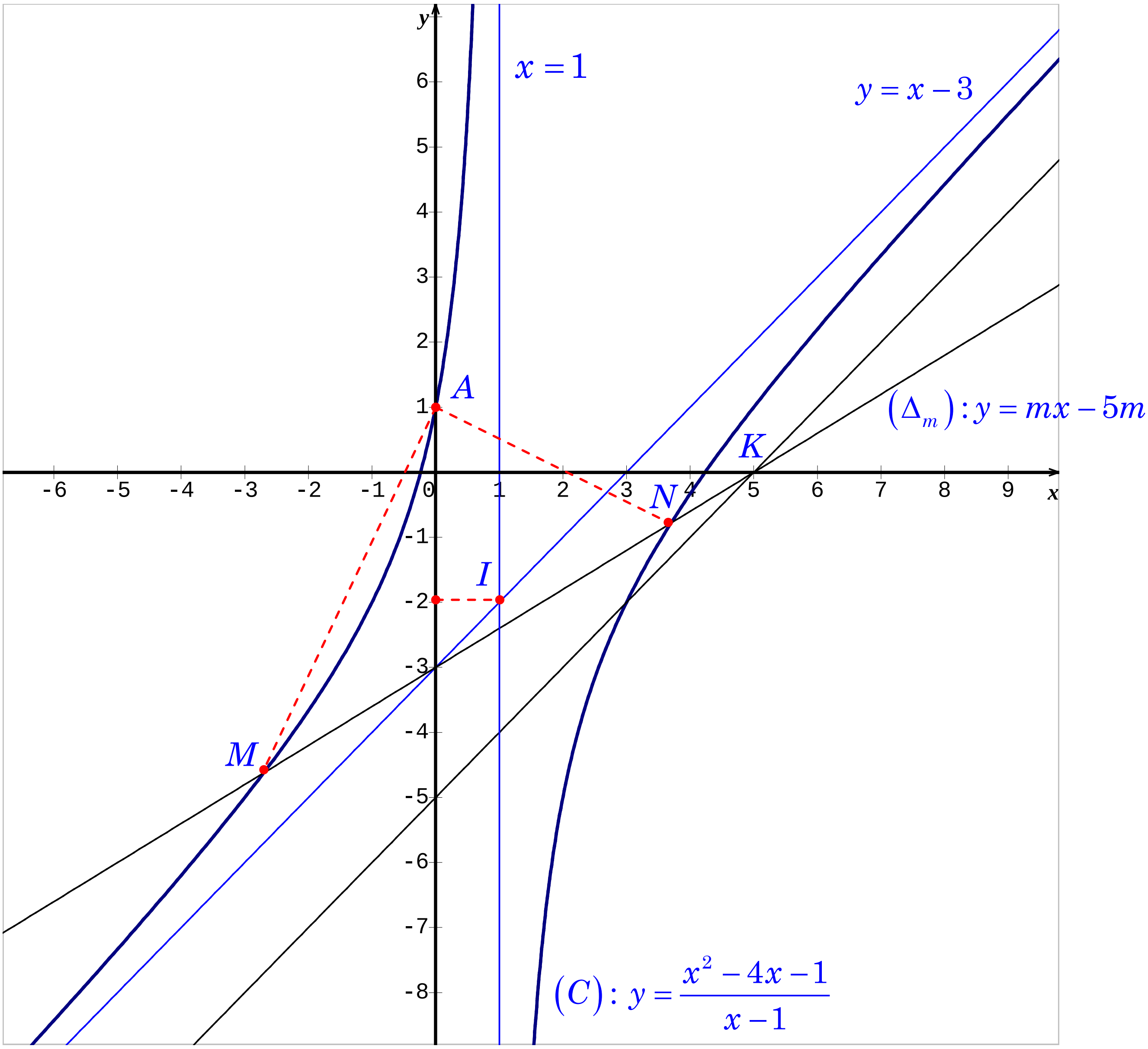
លុះត្រាតែគ្រប់ $x_0 \in D_f$: $f(2 - x_0) + f(x_0) = -4$ ។

គេមាន $f(x) = x - 3 - \dfrac{4}{x-1}$ នោះ $f(x_0) = x_0 - 3 - \dfrac{4}{x_0 - 1}$

ហើយ $f(2 - x_0) = 2 - x_0 - 3 - \dfrac{4}{2 - x_0 - 1} = -x_0 - 1 + \dfrac{4}{x_0 - 1}$

គេបាន $f(2 - x_0) + f(x_0) = -x_0 - 1 + \dfrac{4}{x_0 - 1} + x_0 - 3 - \dfrac{4}{x_0 - 1} = -4$ ពិត

ដូចនេះចំណុច $I(1,-2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C)។



២.រកកូអរដោនេនៃចំណុចនឹង K

គេមាន $(\Delta_m): y = mx-5m$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ

គេអាចសរសេរ $y=m(x-5)$ សមីការនេះផ្ទៀងផ្ទាត់ជានិច្ចចំពោះគ្រប់តម្លៃ m លុះត្រាតែ $x=5$ និង $y=0$ ។ដូចនេះគេបាន $K(5,0)$ ជាចំណុចនឹងត្រូវរក។

៣.កំណត់តម្លៃ m តាងដោយ m_0 ៖

គេមាន $(\Delta_m): y = mx - 5m$ និង $(C): y = \dfrac{x^2 - 4x - 1}{x - 1}$

សមីការអាប់ស៊ីសនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (Δ_m) មួយខ្សែកោង (C) សរសេរ៖

$mx - 5m = \dfrac{x^2 - 4x - 1}{x - 1}$ សមមូល $mx^2 - mx - 5mx + 5m = x^2 - 4x - 1$

សមមូល $(m-1)x^2 - 2(3m-2)x + 5m + 1 = 0 \quad (E)$

ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វជាមួយក្រាប (C) តែមួយចំណុចគត់លុះត្រាតែសមីការ (E) មានឫសតែមួយគត់ពេលគឺសមីការ (E) ត្រូវក្លាយទៅជាសមីការដឺក្រេទីមួយ នោះគេត្រូវឲ្យ $m - 1 = 0$ ឬ $m = 1$ ។ដូចនេះ $m_0 = 1$ និង $(\Delta_1): y = x - 5$ ។

៤.ស្រាយថាបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង (C) បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា M និង N

ចំពោះ $m \neq 1$ សមីការ (E) ជាសមីការដឺក្រេទីពីរដែលមានឌីសគ្រីមីណង់បង្រួម

$$\Delta' = (3m-2)^2 - (m-1)(5m+1)$$
$$= 9m^2 - 12m + 4 - 5m^2 - m + 5m + 1$$
$$= 4m^2 - 8m + 5 = 4(m-1)^2 + 1$$

ដោយ $\Delta' = 4(m-1)^2 + 1 > 0$ គ្រប់ $m \neq 1$ នោះសមីការ (E) មានឫសពីរផ្សេងគ្នា ជានិច្ច។ដូចនេះបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វខ្សែកោង (C) បានពីរចំណុច M និង N ជានិច្ច។

៥.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ដែលឆ្លាប់ពីចំណុច M និង N ទៅចំណុច $A(0,1)$

ជាបន្ទាត់ពីរកែងនឹងគ្នាជានិច្ចគ្រប់តម្លៃ $m \neq m_0$ ៖

តាង x_1 និង x_2 ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុច M និង N ។

គេមាន $\overrightarrow{AM}=\left(x_1\,,y_1-1\right)$ និង $\overrightarrow{AN}=\left(x_2\,,y_2-1\right)$

ដោយ $y_1-1=f\left(x_1\right)-1=\dfrac{{x_1}^2-4x_1-1}{x_1-1}-1=\dfrac{x_1\left(x_1-5\right)}{x_1-1}$

ហើយ $y_2-1=f\left(x_2\right)-1=\dfrac{{x_2}^2-4x_2-1}{x_2-1}-1=\dfrac{x_2\left(x_2-5\right)}{x_2-1}$

គេបាន $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN}=x_1x_2+(y_1-1)(y_2-1)$

$$=x_1x_2+\frac{x_1(x_1-5)}{x_1-1}\cdot\frac{x_2(x_2-5)}{x_2-1}$$

$$=2x_1x_2\,\frac{x_1x_2-3\left(x_1+x_2\right)+13}{x_1x_2-\left(x_1+x_2\right)+1}$$

ដោយ x_1 និង x_2 ជាឫសនៃសមីការ (E) នោះតាមទ្រឹស្តីបទវ្យែតគេមាន ៖

$x_1+x_1=\dfrac{2\left(3m-2\right)}{m-1}$ និង $x_1x_2=\dfrac{5m+1}{m-1}$

គេបាន $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN}=\dfrac{2(5m+1)}{m-1}\cdot\dfrac{\dfrac{5m+1}{m-1}-\dfrac{6(3m-2)}{m-1}+13}{\dfrac{5m+1}{m-1}-\dfrac{2\left(3m-2\right)}{m-1}+1}$

$$=\frac{2\left(5m+1\right)}{m-1}\cdot\frac{5m+1-18m+12+13m-13}{5m+1-6m+4+m-1}=0$$

សមមូល $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{AN}$ គ្រប់តម្លៃ $m\neq 1$ ។

ដូចនេះបន្ទាត់ដែលភ្ជាប់ពីចំណុច M និង N ទៅចំណុច $A\left(0,1\right)$ ជាបន្ទាត់ពីរកែងនឹងគ្នាជានិច្ចគ្រប់តម្លៃ $m\neq 1$ ។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី១៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-5x+4}{x-3}$ ដែល $x\neq 3$ ។

១.ចូរសិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចគូសក្រាប (C) តាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

២.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y=mx-5m+1$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។
ចូរបង្ហាញថាទោះបី m ប្រែប្រួលតម្លៃយ៉ាងណាក៏ដោយបន្ទាត់ (Δ_m) នីមួយៗ សុទ្ធតែកាត់តាមចំណុចនឹង K មួយជានិច្ចដែលគេនឹងបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។

៣.ចូរកំណត់តម្លៃ m តាងដោយ m_0 ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង (C) តែមួយចំណុចគត់ រួចសង់បន្ទាត់ (Δ_m) ចំពោះ $m=m_0$ ។

៤.ចំពោះ $m\neq m_0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង (C) បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា M និង N ជានិច្ច។

៥.សរសេរទំនាក់ទំនងគ្មាន m រវាង x_1 និង x_2 ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុច M និង N ។

៦.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ដែលភ្ជាប់ពីចំណុច M និង N ទៅចំណុច $A(2,2)$ ជាបន្ទាត់ពីរកែងនឹងគ្នាជានិច្ចគ្រប់តម្លៃ $m\neq m_0$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និងគូសក្រាប (C) ៖

គេមាន $f(x)=\dfrac{x^2-5x+4}{x-3}$

.ដែនកំណត់ $D_f=\mathbb{R}-\{3\}$ ។

.ទិសដៅអថេរភាព

ដេរីវេ $f'(x)=\dfrac{(2x-5)(x-3)-\left(x^2-5x+4\right)}{(x-3)^2}$

$$=\frac{2x^2-6x-5x+15-x^2+5x-4}{(x-3)^2}$$

$$=\frac{x^2-6x+11}{(x-3)^2}=\frac{(x-3)^2+2}{(x-3)^2}$$

ដោយ $f'(x)=\dfrac{(x-3)^2+2}{(x-3)^2}>0$ គ្រប់ $x\in D_f$ នោះអនុគមន៍ f ជាអនុគមន៍កើន

ជានិច្ចនៅលើដែនកំណត់របស់វា។

.លីមីត

គេមាន $f(x)=\dfrac{x^2-5x+4}{x-3}=\dfrac{(x-2)(x-3)-2}{x-3}=x-2-\dfrac{2}{x-3}$

គេបាន $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(x-2-\dfrac{2}{x-3}\right)=\pm\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2}{x-3}=0$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to3}f(x)=\lim\limits_{x\to3}\left(x-2-\dfrac{2}{x-3}\right)=\pm\infty$ ។

.សមីការអាស៊ីមតូត ៖

ដោយ $\lim\limits_{x\to3}f(x)=\pm\infty$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ $x=3$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C)។

ម្យ៉ាងទៀតគេមាន $f(x)=x-2-\dfrac{2}{x-3}$ ដោយ $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2}{x-3}=0$

ដូចនេះបន្ទាត់មានសមីការ $(d): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow +\infty$

.សំណង់ក្រាប ៖

អាស៊ីមតូតឈរ $x=3$ ប្រសព្វនិងអាស៊ីមតូតទ្រេត $y=x-2$ ត្រង់ចំណុច $I(3,1)$

ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C)។

តាមរូបមន្ត $f(2a-x_0)+f(x_0)=2b$ ចំណុច $I(3,1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C)

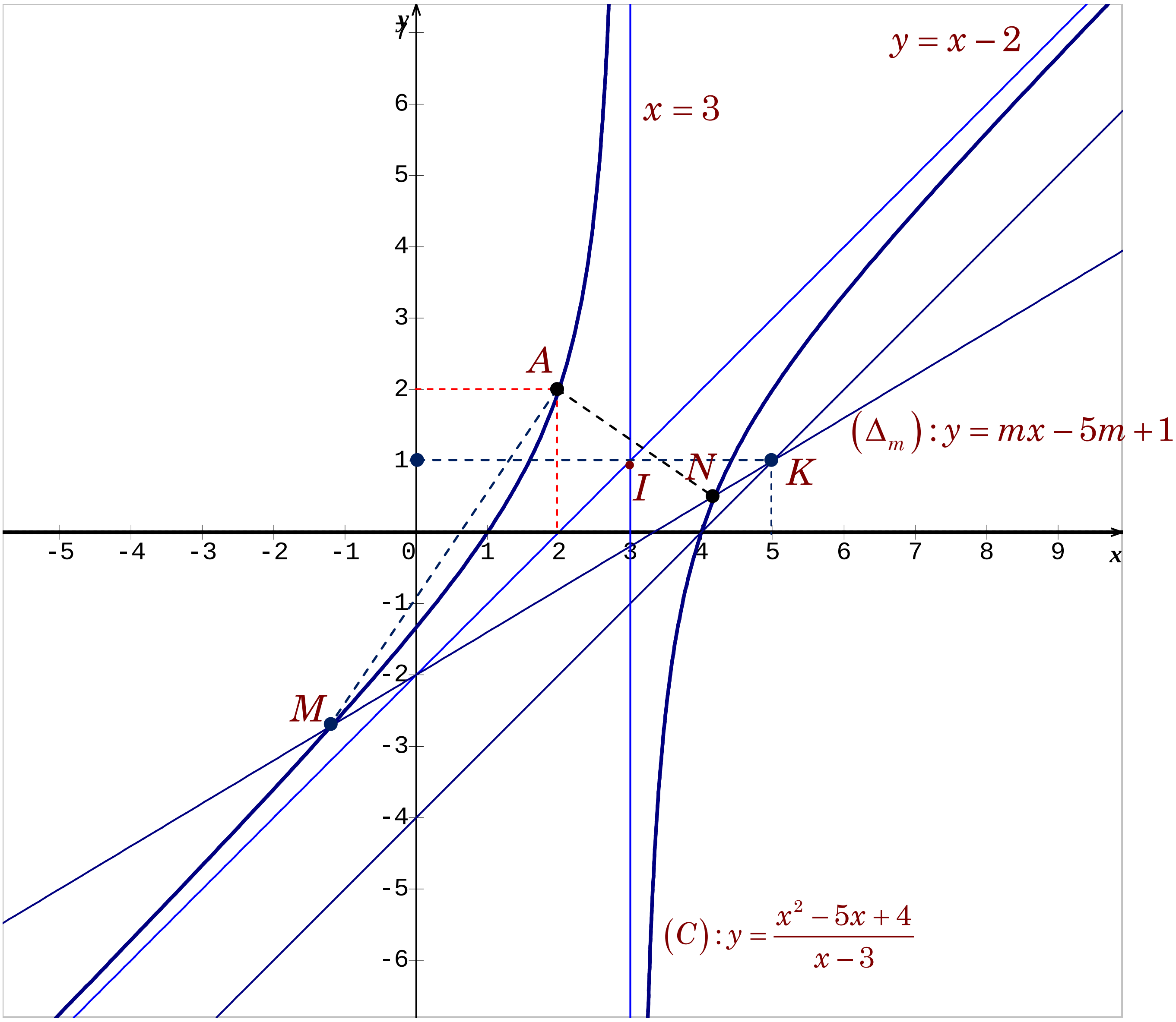
លុះត្រាតែគ្រប់ $x_0\in D_f$: $f(6-x_0)+f(x_0)=2$ ។

គេមាន $f(x)=x-2-\dfrac{2}{x-3}$ នោះ $f(x_0)=x_0-2-\dfrac{2}{x_0-3}$

ហើយ $f(6-x_0)=6-x_0-2-\dfrac{2}{6-x_0-3}=-x_0+4+\dfrac{2}{x_0-3}$

គេបាន $f(6-x_0)+f(x_0)=-x_0+4+\dfrac{2}{x_0-3}+x_0-2-\dfrac{2}{x_0-3}=2$ ពិត

ដូចនេះចំណុច $I(3,1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។



២.រកកូអរដោនេនៃចំណុចនឹង K

គេមាន $(\Delta_m): y=mx-5m+1$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ

គេអាចសរសេរ $y-1=m(x-5)$ សមីការនេះផ្ទៀងផ្ទាត់ជានិច្ចចំពោះគ្រប់តម្លៃ m លុះត្រាតែ $x=5$ និង $y=1$ ។ដូចនេះគេបាន $K(5,1)$ ជាចំណុចនឹងត្រូវរក។

៣.កំណត់តម្លៃ m តាងដោយ m_0 ៖

គេមាន $(\Delta_m): y = mx - 5m + 1$ និង $(C): y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 3}$

សមីការអាប់ស៊ីសនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់(Δ_m)មួយខ្សែកោង(C)សរសេរ៖

$$mx - 5m + 1 = \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 3}$$

សមមូល $mx^2 - 3mx - 5mx + 15m + x - 3 = x^2 - 5x + 4$

សមមូល $(m-1)x^2 - 2(4m-3)x + 15m - 7 \quad (E)$

ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់(Δ_m)ប្រសព្វជាមួយក្រាប(C)តែមួយចំណុចគត់លុះត្រាតែសមីការ (E) មានឫសតែមួយគត់ពោលគឺសមីការ(E) ត្រូវក្លាយទៅជាសមីការដឺក្រេទីមួយ នោះគេត្រូវឲ្យ $m - 1 = 0$ ឬ $m = 1$ ។ដូចនេះ $m_0 = 1$ និង $(\Delta_1): y = x - 4$ ។

៨.ស្រាយថាបន្ទាត់(Δ_m)ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង(C)បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា M និង N

ចំពោះ$m \neq 1$ សមីការ(E) ជាសមីការដឺក្រេទីពីរដែលមានឌីសគ្រីមីណង់បង្រួម

$$\Delta' = (4m-3)^2 - (m-1)(15m-7)$$
$$= 16m^2 - 24m + 9 - 15m^2 + 7m + 15m - 7$$
$$= m^2 - 2m + 2 = (m-1)^2 + 1$$

ដោយ$\Delta' = (m-1)^2 + 1 > 0$ គ្រប់ $m \neq 1$នោះសមីការ(E) មានឫសពីរផ្សេងគ្នា ជានិច្ច។ដូចនេះបន្ទាត់(Δ_m)ប្រសព្វខ្សែកោង(C)បានពីរចំណុចMនិងNជានិច្ច។

៩.សរសេរទំនាក់ទំនងមិនអាស្រ័យនឹងmរវាងអាប់ស៊ីសx_1និងx_2នៃចំណុចM & N :

ដោយ x_1 និង x_2 ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុច M និង N នោះវាជាឫសនៃ (E)

តាមទ្រឹស្តីបទវ្យែត $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \dfrac{2(4m-3)}{m-1} & (1) \\ P = x_1x_2 = \dfrac{15m-7}{m-1} & (2) \end{cases}$

ចំពោះគ្រប់ $m \neq 1$ ទំនាក់ទំនង (1) និង (2) អាចសរសេរជាបន្តបន្ទាប់ដូចតទៅៈ

(1) ទៅជា $(m-1)S = 2(4m-3)$ ឬ $(S-8)m = S-6$ (3)

(2) ទៅជា $(m-1)P = 15m-7$ ឬ $(P-15)m = P-7$ (4)

ចែកសមីការ $(3)\&(4)$ អង្គនិងអង្គគេបាន $\dfrac{S-8}{P-15} = \dfrac{S-6}{P-7}$

សមមូល $SP - 7S - 8P + 56 = SP - 15S - 6P + 90$

សមមូល $2P - 8S + 34 = 0$ ឬ $P - 4S + 17 = 0$

ដូចនេះ $x_1x_2 - 4(x_1 + x_2) + 17$ ជាទំនាក់ទំនងដែលត្រូវរក។

៦.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ដែលឆ្លាប់ពីចំណុច M និង N ទៅចំណុច $A(2,2)$

ជាបន្ទាត់ពីរកែងនឹងគ្នាជានិច្ចគ្រប់តម្លៃ $m \neq m_0$ ៖

គេមាន $\overrightarrow{AM} = (x_1 - 2, y_1 - 2)$ និង $\overrightarrow{AN} = (x_2 - 2, y_2 - 2)$

ដោយ $y_1 - 2 = f(x_1) - 2 = \dfrac{x_1^{\,2} - 5x_1 + 4}{x_1 - 3} - 2 = \dfrac{(x_1-2)(x_1-5)}{x_1-3}$

ហើយ $y_2 - 2 = f(x_2) - 2 = \dfrac{x_2^{\,2} - 5x_2 + 4}{x_2 - 3} - 2 = \dfrac{(x_2-2)(x_2-5)}{x_2-3}$

គេបាន $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN} = (x_1-2)(x_2-2) + (y_1-2)(y_2-2)$

$$= (x_1 - 2)(x_2 - 2) + \frac{(x_1 - 2)(x_1 - 5)}{x_1 - 3} \cdot \frac{(x_2 - 2)(x_2 - 5)}{x_2 - 3}$$

$$= \frac{2\left[x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4\right]\left[x_1x_2 - 4\left(x_1 + x_2\right) + 17\right]}{x_1x_2 - 3\left(x_1 + x_2\right) + 9}$$

តាមសម្រាយខាងលើគេមាន $x_1x_2 - 4\left(x_1 + x_2\right) + 17 = 0$

នោះគេបាន ៖

$$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN} = \frac{2\left[x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4\right]\left[x_1x_2 - 4\left(x_1 + x_2\right) + 17\right]}{x_1x_2 - 3\left(x_1 + x_2\right) + 9} = 0$$

សមមូល $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{AN}$ គ្រប់តម្លៃ $m \neq 1$ ។

ដូចនេះបន្ទាត់ដែលភ្ជាប់ពីចំណុច M និង N ទៅចំណុច $A(0,1)$ ជាបន្ទាត់ពីរកែងនឹងគ្នាជានិច្ចគ្រប់តម្លៃ $m \neq 1$ ។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី១៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{4x-2}{x^2-x-6}$ ។ គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-2} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ $x\in D_f$: $f'(x)=-\dfrac{2(2x^2-2x+13)}{(x^2-x-6)^2}$ ។

ខ)បង្ហាញថា $2x^2-2x+13=\dfrac{1}{2}\left[(2x-1)^2+25\right]$ រួចទាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើដែនកំណត់របស់វា។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គេគូសបន្ទាត់ $(d): y=-x+\dfrac{1}{2}$ កាត់ខ្សែកោង (C) ត្រង់បីចំណុច A , B និង I ។

ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A , B និង I ដែល I នៅចន្លោះ A និង B ។

ខ)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

គ)ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A និង B ជាបន្ទាត់ស្របគ្នា។

៥.សង់ខ្សែកោង (C) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=-1$ និង $x=2$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ៖

គេមាន $f(x)=\dfrac{4x-2}{x^2-x-6}=\dfrac{2(2x-1)}{(x+2)(x-3)}$

អនុគមន៍ f មានន័យលុះត្រាតែ $(x+2)(x-3)\neq 0$ សមមូល $x_1\neq -2$, $x_2\neq 3$ ។

ដូចនេះ $D_f=\mathbb{R}-\{-2,3\}$ ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ ៖

យើងមាន $f(x)=\dfrac{2(2x-1)}{(x+2)(x-3)}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2(2x-1)}{(x+2)(x-3)}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{4x}{x^2}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{4}{x}=0$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to -2} f(x)=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2(2x-1)}{(x+2)(x-3)}=\pm\infty$ ។

និង $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2(2x-1)}{(x+2)(x-3)}=\pm\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ៖

ដោយ $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$ នោះបន្ទាត់ $y=0$ ឬអ័ក្ស (ox) ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to -2} f(x)=\pm\infty$ និង $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=\pm\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=-2$ និង $x=3$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃខ្សែកោង (C) ។

៣.ក)ស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ $x\in D_f$: $f'(x)=-\dfrac{2(2x^2-2x+13)}{(x^2-x-6)^2}$

យើងមាន $f(x)=\dfrac{4x-2}{x^2-x-6}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ D_f ។

យើងបាន $f'(x)=\dfrac{4\left(x^2-x-6\right)-(2x-1)(4x-2)}{\left(x^2-x-6\right)^2}$

$$=\frac{4x^2-4x-24-8x^2+4x+4x-2}{\left(x^2-x-6\right)^2}$$

$$=\frac{-4x^2+4x-26}{\left(x^2-x-6\right)^2}=-\frac{2\left(2x^2-2x+13\right)}{\left(x^2-x-6\right)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x)=-\dfrac{2\left(2x^2-2x+13\right)}{\left(x^2-x-6\right)^2}$ ។

ខ)បង្ហាញថា $2x^2-2x+13=\dfrac{1}{2}\left[(2x-1)^2+25\right]$

គេមាន $(2x-1)^2+25=4x^2-4x+1+25=4x^2-4x+26$

គេទាញបាន $\dfrac{1}{2}\left[(2x-1)^2+25\right]=\dfrac{1}{2}\left(4x^2-4x+26\right)=2x^2-2x+13$ ពិត

ដូចនេះ $2x^2-2x+13=\dfrac{1}{2}\left[(2x-1)^2+25\right]$

ទាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើដែនកំណត់របស់វា៖

គេមាន $f'(x)=-\dfrac{2\left(2x^2-2x+13\right)}{\left(x^2-x-6\right)^2}$

ដោយ $2x^2-2x+13=\dfrac{1}{2}\left[(2x-1)^2+25\right]$ នោះគេអាចសរសេរ ៖

$f'(x)=-\dfrac{(2x-1)^2+25}{(x^2-x-6)^2}<0$ ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f$ ។

ដូចនេះ f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើដែនកំណត់របស់វា។

គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ៖

x	$-\infty$	-2		3		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	$0 \searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow 0$	

៤.ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A , B និង I ៖

គេមាន $(d): y=-x+\dfrac{1}{2}$ និង $(C): y=\dfrac{4x-2}{x^2-x-6}$

សមីការអាប់ស៊ីសចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C)សរសេរ៖

$-x+\dfrac{1}{2}=\dfrac{4x-2}{x^2-x-6}$ សមមូល $-\dfrac{2x-1}{2}=\dfrac{2(2x-1)}{x^2-x-6}$

សមមូល $-(2x-1)(x^2-x-6)=4(2x-1)$

សមមូល $4(2x-1)+(2x-1)(x^2-x-6)=0$

សមមូល $(2x-1)(x^2-x-2)=0$

សមមូល $(2x-1)(x+1)(x-2)=0$ មានឫស $x_1=-1, x_2=\dfrac{1}{2}$, $x_3=2$ ។

ចំពោះ $x=-1$ នោះ $y=1+\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$ គេបាន $A\left(-1,\dfrac{3}{2}\right)$ ។

ចំពោះ $x=\frac{1}{2}$ នោះ $y=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=0$ គេបាន $I\left(\frac{1}{2},0\right)$ ។

ចំពោះ $x=2$ គេបាន $y=-2+\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}$ គេបាន $B\left(2,-\frac{3}{2}\right)$ ។

ខ)ស្រាយថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ៖

តាមរូបមន្ត $f(2a-x_0)+f(x_0)=2b$ ចំណុច $I\left(\frac{1}{2},0\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C)

លុះត្រាតែគ្រប់ $x_0\in D_f$ គេបាន $f(1-x_0)+f(x_0)=0$ ព្រោះ $a=\frac{1}{2}\,,b=0$ ។

គេមាន $f(x)=\frac{4x-2}{x^2-x-6}$ នោះ $f(x_0)=\frac{4x_0-2}{{x_0}^2-x_0-6}$

ហើយ $f(1-x_0)=\frac{4(1-x_0)-2}{(1-x_0)^2-(1-x_0)-6}=\frac{-4x_0+2}{{x_0}^2-x_0-6}$

គេបាន $f(1-x_0)+f(x_0)=\frac{-4x_0+2}{{x_0}^2-x_0-6}+\frac{4x_0-2}{{x_0}^2-x_0-6}=0$ ពិត

ដូចនេះចំណុច $I\left(\frac{1}{2},0\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

គ)ស្រាយថាបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង (C)ត្រង់ចំណុច A និង B ជាបន្ទាត់ស្របគ្នា៖

គេមាន $A\left(-1\,,\frac{3}{2}\right)$ និង $B\left(2,-\frac{3}{2}\right)$ ។

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A គឺ ៖

$$a_A=f'(-1)=-\frac{2(2+2+13)}{(1+1-6)^2}=-\frac{17}{8}$$

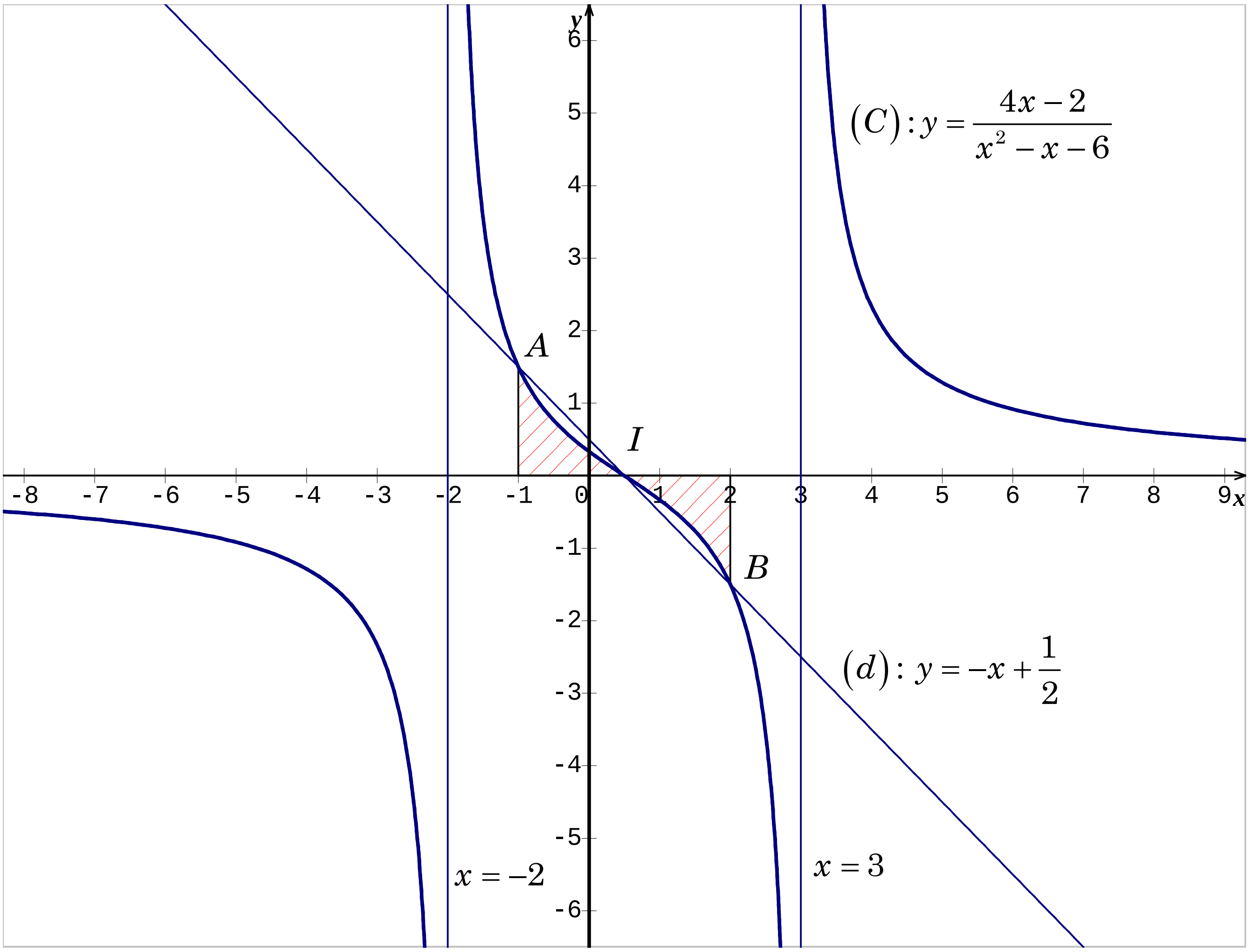
មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច B គឺ ៖

$$a_B = f'(2) = -\frac{2(8-4+13)}{(4-2-6)^2} = -\frac{17}{8}$$

ដោយ $a_A = a_B = -\frac{17}{8}$ នោះបន្ទាត់ប៉ះ (C) ត្រង់ A និង B ស្របគ្នា។

៥.សង់ខ្សែកោង (C) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស (ox)

និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=-1$ និង $x=2$ ៖



តាង S ជាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=-1$ និង $x=2$ ។តាមក្រាបយើងសង្កេតឃើញថាលើចន្លោះ $[-1,2]$ ខ្សែកោង

(C) កាត់អ័ក្ស(ox)ត្រង់ចំណុច I មានអាប់ស៊ីស $x=\frac{1}{2}$ នោះគេបាន ៖

$$S=\int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(x)dx+(-\int_{\frac{1}{2}}^{2} f(x)dx)=2\int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(x)dx$$

ដោយ $f(x)=\frac{4x-2}{x^2-x-6}=2\left(\frac{2x-1}{x^2-x-6}\right)$

គេបាន $S=4\int_{-1}^{\frac{1}{2}}\frac{2x-1}{x^2-x-6}\,dx=4\int_{-1}^{\frac{1}{2}}\frac{(x^2-x-6)'}{x^2-x-6}\,dx$

$$=4\left[\ln\left|x^2-x-6\right|\right]_{-1}^{\frac{1}{2}}=4\ln\left|\frac{1}{4}-\frac{1}{2}-6\right|-4\ln\left|1+1-6\right|$$

$$=4\ln\frac{25}{4}-4\ln 4=4\ln\frac{25}{16}=8\ln\left(\frac{5}{4}\right)$$

ដូចនេះ $S=8\ln\frac{5}{4}\approx 1.7852$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា) ។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី១៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\frac{3x-9}{x^2-6x+5}$ ។ គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 5} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ $x\in D_f$: $f'(x)=-\frac{3\left[(x-3)^2+4\right]}{\left(x^2-6x+5\right)^2}$ ។

ខ)បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ D_f គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គេពិនិត្យបន្ទាត់ (d_m): $y=mx-3m$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក)កាលណា m ផ្លាស់ប្ដូរតម្លៃចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់ (d_m) នីមួយៗកាត់តាមចំណុចនឹង I មួយដែលគេត្រូវបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។ ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $I\in(C)$ ។

ខ)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

គ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (d_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ។

ឃ)ក្រៅពីចំណុច I ចូរកំណត់ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (d_m) ប្រសព្វនឹងខ្សែកោង (C) បានពីរចំណុចផ្សេងទៀតតាងដោយ A និង B ។

ង)កំណត់ m ដើម្បីឲ្យអាប់ស៊ីស x_1 និង x_2 នៃចំណុច A និង B ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់

ទំនង $x_1^{\,2} - x_1x_2 + x_2^{\,2} = 12$ ។

៥.ក)សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 2$ ។

ខ)ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ប៉ះ (T) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌ

ដោយខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (T) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x = 2$ និង $x = 4$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ៖

គេមាន $f(x) = \dfrac{3x-9}{x^2-6x+5} = \dfrac{3x-9}{(x-1)(x-5)}$

អនុគមន៍ f មានន័យលុះត្រាតែ $(x-1)(x-5) \neq 0$ សមមូល $x_1 \neq 1$, $x_2 \neq 5$ ។

ដូចនេះ $D_f = \mathbb{R} - \{1,5\}$ ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 5} f(x)$ ៖

យើងមាន $f(x) = \dfrac{3x-9}{(x-1)(x-5)}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{3x-9}{(x-1)(x-5)} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{3x}{x^2} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{3}{x} = 0$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3x-9}{(x-1)(x-5)} = \pm\infty$ ។

និង $\lim\limits_{x\to 5} f(x) = \lim\limits_{x\to 5} \dfrac{3x-9}{(x-1)(x-5)} = \pm\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C)៖

ដោយ $\lim_{x\to\infty} f(x)=0$ នោះបន្ទាត់ $y=0$ ឬអ័ក្ស (ox) ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C)។

ហើយ $\lim_{x\to 1} f(x)=\pm\infty$ និង $\lim_{x\to 5} f(x)=\pm\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=1$ និង $x=5$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C)។

៣.ក)ស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ $x\in D_f$: $f'(x)=-\dfrac{3\left[(x-3)^2+4\right]}{\left(x^2-6x+5\right)^2}$

យើងមាន $f(x)=\dfrac{3x-9}{x^2-6x+5}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ D_f ។

យើងបាន $f'(x)=\dfrac{3\left(x^2-6x+5\right)-(2x-6)(3x-9)}{\left(x^2-6x+5\right)^2}$

$$=\frac{3x^2-18x+15-6x^2+18x+18x-54}{\left(x^2-6x+5\right)^2}$$

$$=\frac{-3x^2+18x-39}{\left(x^2-6x+5\right)^2}=-\frac{3\left(x^2-6x+13\right)}{\left(x^2-6x+5\right)^2}$$

$$=-\frac{3\left[(x-3)^2+4\right]}{\left(x^2-6x+5\right)^2}$$

ដូចនេះ $x\in D_f$: $f'(x)=-\dfrac{3\left[(x-3)^2+4\right]}{\left(x^2-6x+5\right)^2}$ ។

ខ)បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើដែនកំណត់របស់វា៖

គេមាន $x \in D_f : f'(x) = -\dfrac{3\left[(x-3)^2+4\right]}{\left(x^2-6x+5\right)^2} < 0$

ដូចនេះ f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើដែនកំណត់របស់វា។

គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ៖

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖ $-$	‖ $-$	
$f(x)$	$0 \searrow -\infty$	‖ $+\infty \searrow -\infty$	‖ $+\infty \searrow 0$	

៨.ក)រកកូអរដោនេនៃចំណុចនឹង I ៖

សមីការ $(d_m): y = mx - 3m$ អាចសរសេរ $y = m(x-3)$ ។

សមីការខាងលើនេះផ្ទៀងផ្ទាត់ជានិច្ចចំពោះគ្រប់តម្លៃ m លុះត្រាតែ $x = 3$ និង $y = 0$

ដូចនេះ $I(3,0)$ ជាចំណុចនឹងដែលត្រូវរក ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $I \in (C)$ ៖

គេមាន $(C): y = \dfrac{3x-9}{x^2-6x+5}$ និង $I(3,0)$ ។

យកកូអរដោនេនៃចំណុច I ទៅផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការនៃខ្សែកោង(C) គេបាន

$0 = \dfrac{3(3)-9}{(3)^2-6(3)+5}$ ឬ $0 = 0$ ផ្ទៀងផ្ទាត់។

ដូចនេះចំណុច $I \in (C)$ ។

ខ)ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C)៖

តាមរូបមន្ត $f(2a-x_0)+f(x_0)=2b$ ចំណុច $I(3,0)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C)

លុះត្រាតែគ្រប់ $x_0 \in D_f$ គេបាន $f(6-x_0)+f(x_0)=0$ ព្រោះ $a=3$, $b=0$ ។

គេមាន $f(x)=\dfrac{3x-9}{x^2-6x+5}$ នោះ $f(x_0)=\dfrac{3x_0-9}{{x_0}^2-6x_0+5}$

ហើយ $f(6-x_0)=\dfrac{3(6-x_0)-9}{(6-x_0)^2-6(6-x_0)+5}=\dfrac{-3x_0+9}{{x_0}^2-6x_0+5}$

គេបាន $f(6-x_0)+f(x_0)=\dfrac{-3x_0+9}{{x_0}^2-6x_0+5}+\dfrac{3x_0-9}{{x_0}^2-6x_0+5}=0$ ពិត

ដូចនេះចំណុច $I(3,0)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

គ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (d_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C)៖

គេមាន $(d_m): y=mx-3m$ និង $(C): y=\dfrac{3x-9}{x^2-6x+5}$

សមីការអាប់ស៊ីសចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (d_m) និងខ្សែកោង (C) សរសេរ៖

$mx-3m=\dfrac{3x-9}{x^2-6x+5}$ សមមូល $m(x-3)(x^2-6x+5)=3x-9$

សមមូល $m(x-3)(x^2-6x+5)-3(x-3)=0$

សមមូល $(x-3)(mx^2-6mx+5m-3)=0$

សមមូល $\left[\begin{array}{l} x=3 \\ mx^2-6mx+5m-3=0 \quad (E) \end{array}\right.$

ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (d_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) លុះត្រាតែសមីការអាប់ស៊ីសខាងលើមាន

ឫសឌុបពោលគឺគេត្រូវឲ្យ $x=3$ ជាឫសនៃ (E) ឬសមីការ (E) មានឫសឌុប។

.ករណី $x=3$ ជាឫសរបស់(E) នោះគេបាន $m(3)^2-6m(3)+5m-3=0$

សមមូល $-4m-3=0$ នោះគេទាញបាន $m=-\dfrac{3}{4}$ ។

.ករណីសមីការ(E) មានឫសឌុបនោះគេត្រូវឲ្យ$\begin{cases}a=m\neq 0\\ \Delta'=(-3m)^2-m(5m-3)=0\end{cases}$

សមមូល $\begin{cases}m\neq 0\\ 4m^2+3m=0\end{cases}$ សមមូល$\begin{cases}m\neq 0\\ m(4m+3)=0\end{cases}$ គេទាញបាន$m=-\dfrac{3}{4}$ ។

សរុបមកគេបាន $m=-\dfrac{3}{4}$ ។

ឃ)កំណត់m ៖

ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់(d_m)ប្រសព្វនឹងខ្សែកោង(C)បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា A និង B

លុះត្រាតែសមីការ (E) មានឫសពីរផ្សេងគ្នាពេលគឺ ៖

$\begin{cases}a=m\neq 0\\ \Delta'=(-3m)^2-m(5m-3)>0\end{cases}$ សមមូល $\begin{cases}m\neq 0\\ m(4m+3)>0\end{cases}$

សមមូល $m\in\left(-\infty,-\dfrac{3}{4}\right)\cup(0,+\infty)$ ។

ង)កំណត់m ដើម្បីឲ្យអាប់ស៊ីសx_1 និងx_2 នៃចំណុចA និងB ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង

$x_1{}^2-x_1x_2+x_2{}^2=12$ ៖

ដោយ x_1 និង x_2 ជាឫសនៃសមីការ(E) នោះតាមទ្រឹស្តីបទវ្យែតគេមាន ៖

$$\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}\\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}\end{cases} \text{ ឬ } \begin{cases}x_1+x_2=6 & (1)\\ x_1x_2=\dfrac{5m-3}{m} & (2)\end{cases}$$

តាមសម្មតិកម្ម $x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 = 12$ សមមូល $(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 12$ (3)

យកទំនាក់ទំនង (1) និង (2) ជំនួសក្នុង (3) គេបាន ៖

$(6)^2 - 3\left(\frac{5m-3}{m}\right) = 12$ សមមូល $36m - 15m + 9 = 12m$

សមមូល $9m = -9$ នោះគេទាញបាន $m = -1$ ដោយ $m \in \left(-\infty, -\frac{3}{4}\right) \cup (0, +\infty)$

ដូចនេះ $m = -1$ ជាតម្លៃដែលត្រូវកំណត់។

៨.ក)សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 2$ ៖

តាមរូបមន្តសមីការបន្ទាត់ប៉ះ $(T): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

ដោយ $x_0 = 2$ នោះ $(T): y = f'(2)(x-2) + f(2)$ ។

គេមាន $f'(2) = \frac{-3\left[(2-3)^2 + 4\right]}{(4-12+5)^2} = -\frac{5}{3}$ និង $f(2) = \frac{3(2)-9}{(2)^2 - 6(2) + 5} = 1$

គេបាន $(T): y = -\frac{5}{3}(x-2) + 1 = -\frac{5x}{3} + \frac{10}{3} + 1 = -\frac{5x}{3} + \frac{13}{3}$ ។

ដូចនេះ $(T): y = -\frac{5x}{3} + \frac{13}{3}$ ។

ខ)សង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ប៉ះ (T) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌ

ដោយខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (T) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x = 2$ និង $x = 4$ ៖

តាង S ជាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ប៉ះ (T) និង បន្ទាត់ឈរ $x = 2$ & $x = 4$ នោះយើងបាន ៖

$$S = \int_2^4 \left[f(x) - \left(-\frac{5x}{3} + \frac{13}{3} \right) \right] dx$$ ដោយ $f(x) = \frac{3x-9}{x^2 - 6x + 5}$

$$S = \int_2^4 \left(\frac{3x-9}{x^2-6x+5} + \frac{5x}{3} - \frac{13}{3} \right) dx$$

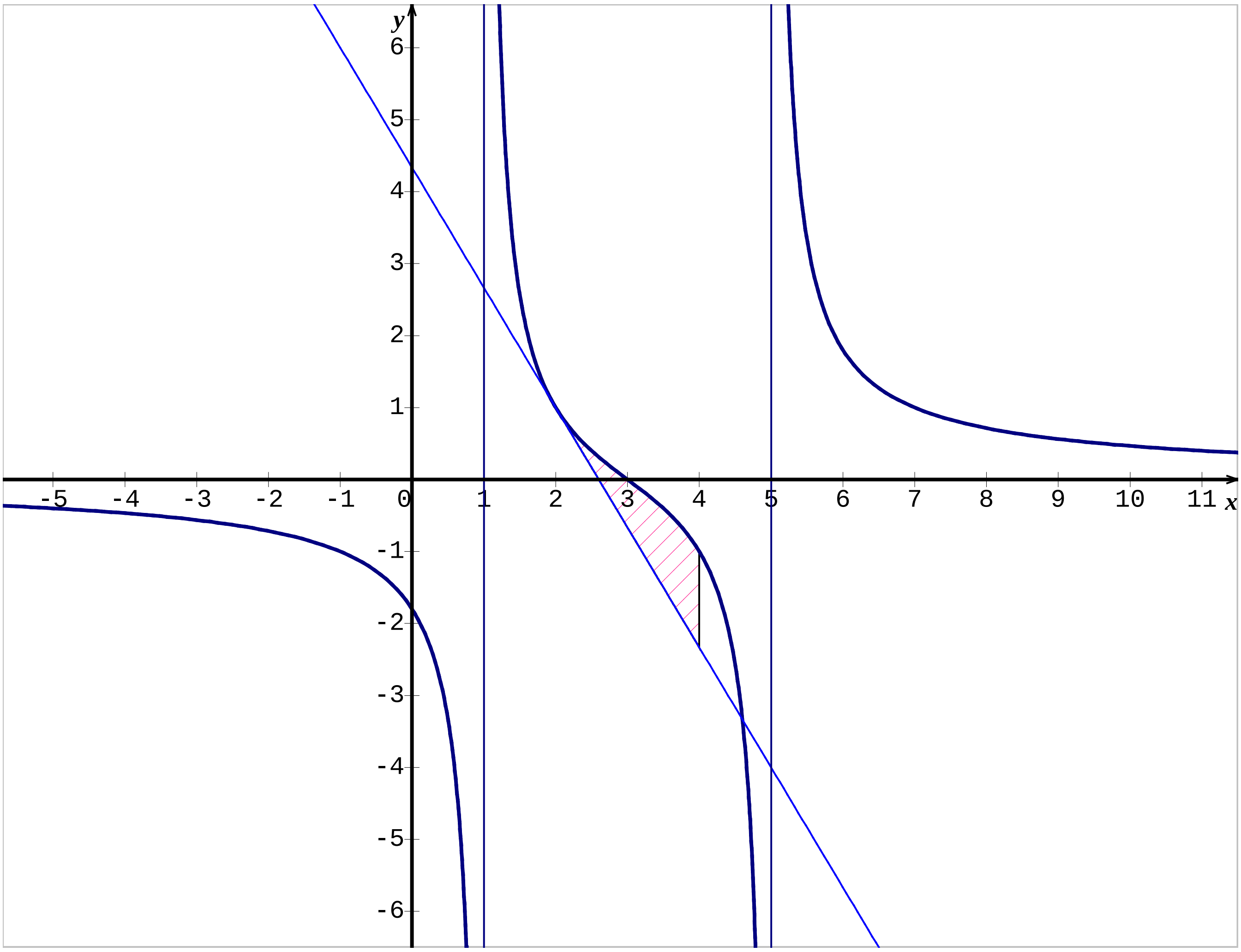
$$=\frac{3}{2}\int_{2}^{4}\frac{(x^2-6x+5)'}{\left(x^2-6x+5\right)}\,dx+\frac{1}{3}\int_{2}^{4}(5x-13)\,dx$$

$$=\frac{3}{2}\left[\ln\left|x^2-6x+5\right|\right]_2^4+\frac{1}{3}\left[\frac{5x^2}{2}-13x\right]_2^4$$

$$=\frac{3}{2}\left[\ln\left|(16-24+5)\right|-\ln\left|(4-12+5)\right|\right]+\frac{1}{3}\left[(40-52)-(10-26)\right]$$

$$=\frac{3}{2}(\ln 3-\ln 3)+\frac{1}{3}(-12+16)=\frac{4}{3}$$

ដូចនេះ $S=\frac{4}{3}$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា) ។



លំហាត់ទី១៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\frac{3x-3}{x^2-2x-3}$ ។ គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក.ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f$ បង្ហាញថា $f'(x)=-\frac{3\left[(x-1)^2+4\right]}{(x^2-2x-3)^2}$ ។

ខ.បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ D_f រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គេឲ្យពីរចំណុច $A(-3,-1)$ និង $B(5,1)$ ។

ក)ចូរបង្ហាញថា $A\in(C)$ និង $B\in(C)$ ។

ខ)យក I ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AB]$ ។ចូរស្រាយថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

គ)ចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A និង B ជាបន្ទាត់ស្របគ្នារួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះ។

៥.តាង M ជាចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយអ័ក្ស (oy) និង N ជាចំណុចឆ្លុះគ្នានៃចំណុច M ធៀបនឹងចំណុច I ។ ចូរស្រាយថាចតុកោណ $AMBN$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

៦.ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ប៉ះ (C) ត្រង់ចំណុច A និង B ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ៖

គេមាន $f(x)=\dfrac{3x-3}{x^2-2x-3}=\dfrac{3x-3}{(x+1)(x-3)}$

អនុគមន៍ f មានន័យលុះត្រាតែ $(x+1)(x-3)\neq 0$ សមមូល $x_1\neq -1$, $x_2\neq 3$ ។

ដូចនេះ $D_f=\mathbb{R}-\{-1,3\}$ ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ ៖

យើងមាន $f(x)=\dfrac{3x-3}{(x+1)(x-3)}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x-3}{(x+1)(x-3)}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x}{x^2}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3}{x}=0$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to -1} f(x)=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x-3}{(x+1)(x-3)}=\pm\infty$ ។

និង $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3x-3}{(x+1)(x-3)}=\pm\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ៖

ដោយ $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$ នោះបន្ទាត់ $y=0$ ឬអ័ក្ស (ox) ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to -1} f(x)=\pm\infty$ និង $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=\pm\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=-1$ និង $x=5$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C) ។

៣.ក)ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=-\frac{3\left[(x-1)^2+4\right]}{(x^2-2x-3)^2}$

យើងមាន $f(x)=\frac{3x-3}{x^2-2x-3}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ D_f ។

យើងបាន $f'(x)=\frac{3(x^2-2x-3)-(2x-2)(3x-3)}{(x^2-2x-3)^2}$

$$=\frac{3x^2-6x-9-6x^2+6x+6x-6}{(x^2-2x-3)^2}$$

$$=\frac{-3x^2+6x-15}{(x^2-2x-3)^2}=-\frac{3(x^2-2x+5)}{(x^2-2x-3)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x)=-\frac{3\left[(x-1)^2+4\right]}{(x^2-2x-3)^2}$ ។

ខ)បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើដែនកំណត់របស់វា៖

គេមាន $f'(x)=-\frac{3\left[(x-1)^2+4\right]}{(x^2-2x-3)^2}<0$ ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f$ ។

ដូចនេះ f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើដែនកំណត់របស់វា។

គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ៖

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	0	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

៤.ក)បង្ហាញថា $A\in(C)$ នឹង $B\in(C)$

គេមានចំណុច $A(-3,-1)$ និង $B(5,1)$ និង $(C):f(x)=\dfrac{3x-3}{x^2-2x-3}$

ចំពោះ $x=-3$ គេបាន $f(-3)=\dfrac{-9-3}{9+6-3}=-1$ ។

ចំពោះ $x=5$ គេបាន $f(5)=\dfrac{15-3}{25-10-3}=\dfrac{12}{12}=1$ ។

ដោយកូអរដោនេនៃចំណុច A និង B ផ្ទៀងផ្ទាត់នឹងសមីការខ្សែកោង (C)

ដូចនេះ $A\in(C)$ និង $B\in(C)$ ។

ខ)ស្រាយថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ៖

ដោយ I ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AB]$ នោះគេបាន $I\left(\dfrac{x_a+x_b}{2},\dfrac{y_a+y_b}{2}\right)$

ដោយ $A(-3,-1)$ និង $B(5,1)$ នោះ $I(1,0)$ ។

តាមរូបមន្ត $f(2a-x_0)+f(x_0)=2b$ ចំណុច $I(1,0)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C)

លុះត្រាតែគ្រប់ $x_0\in D_f$ គេបាន $f(2-x_0)+f(x_0)=0$ ព្រោះ $a=1$, $b=0$ ។

គេមាន $f(x)=\dfrac{3x-3}{x^2-2x-3}$ នោះ $f(x_0)=\dfrac{3x_0-3}{{x_0}^2-2x_0-3}$

ហើយ $f(2-x_0)=\dfrac{3(2-x_0)-3}{(2-x_0)^2-2(2-x_0)-3}=\dfrac{-3x_0+3}{{x_0}^2-2x_0-3}$

គេបាន $f(2-x_0)+f(x_0)=\dfrac{-3x_0+3}{x_0^{\ 2}-2x_0-3}+\dfrac{3x_0-3}{x_0^{\ 2}-2x_0-3}=0$ ពិត

ដូចនេះចំណុច $I(1,0)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

គ)បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A និង B ជាបន្ទាត់

ស្របគ្នារួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះ ៖

យើងមាន $A(-3,-1)$, $B(5,1)$ និង $f'(x)=-\dfrac{3\left[(x-1)^2+4\right]}{(x^2-2x-3)^2}$

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A និង B គឺ ៖

$f'(-3)=-\dfrac{3(16+4)}{(9+6-3)^2}=-\dfrac{5}{12}$ និង $f'(5)=-\dfrac{3(16+4)}{(25-10-3)^2}=-\dfrac{5}{12}$

ដោយ $f'(-3)=f'(5)=-\dfrac{5}{12}$ ដូចនេះបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A និង B ជាបន្ទាត់ស្របគ្នា។

សមីការបន្ទាត់ប៉ះ (C) ត្រង់ចំណុច A សរសេរ ៖

$$(T_A): y=-\frac{5}{12}(x+3)-1=-\frac{5}{12}x-\frac{9}{4}$$

សមីការបន្ទាត់ប៉ះ (C) ត្រង់ចំណុច B សរសេរ ៖

$$(T_B): y=-\frac{5}{12}(x-5)+1=-\frac{5}{12}x+\frac{37}{12}$$

ឃ.ស្រាយថាចតុកោណ $AMBN$ ជាប្រលេឡូក្រាម ៖

ដោយ M ជាចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយអ័ក្ស (oy) នោះ $x_M=0$

ហើយ $y_M = f(0) = \dfrac{3(0)-3}{(0)^2-2(0)-3} = 1$ ។ គេបាន $M(0,1)$ ។

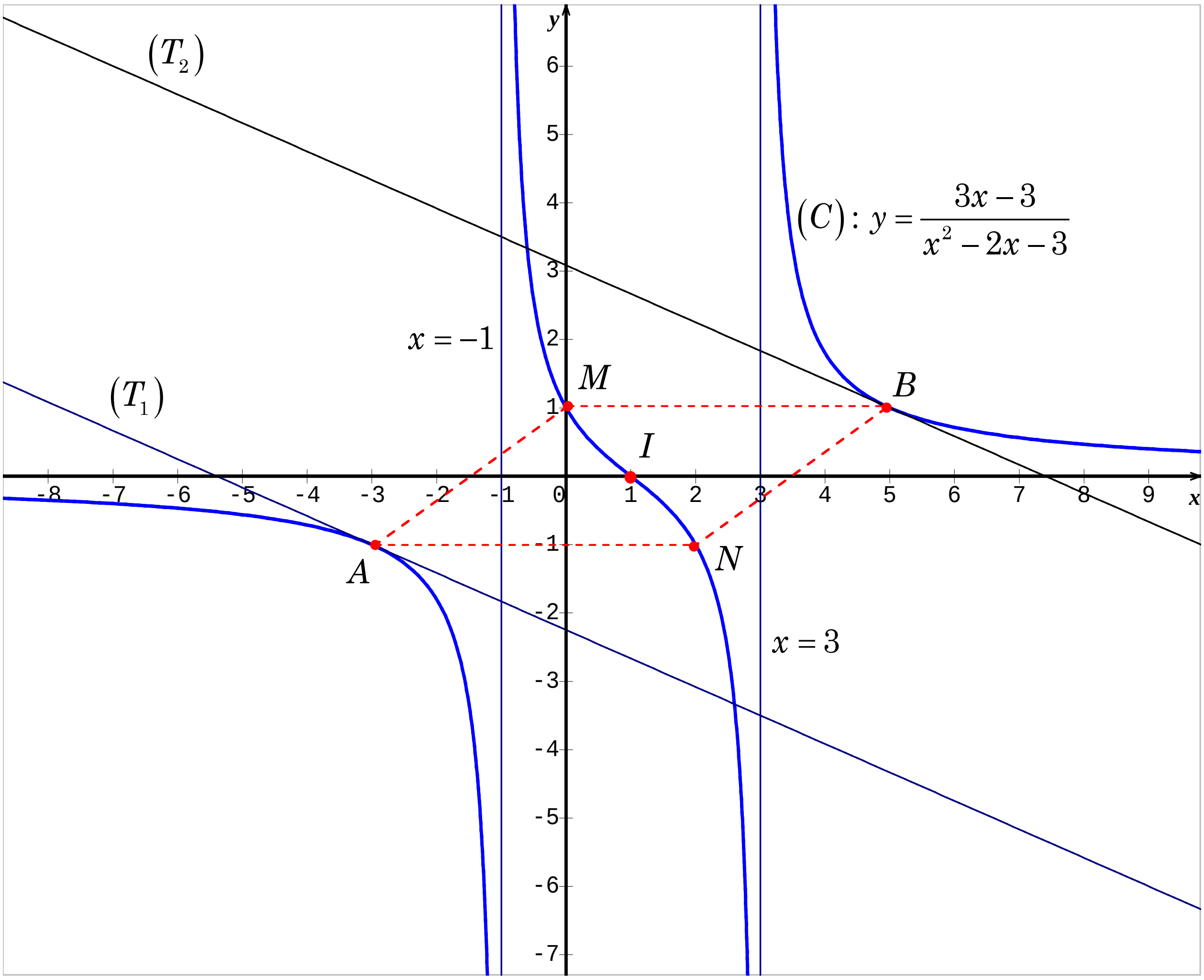
ម្យ៉ាងទៀតដោយ N ជាចំណុចឆ្លុះគ្នានៃចំណុច M ធៀបនឹងចំណុច I នោះ I ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[MN]$ ។

គេបាន $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_M + x_N}{2} \\ y_I = \dfrac{y_M + y_N}{2} \end{cases}$ នោះគេទាញ $\begin{cases} x_N = 2x_I - x_M = 2(1) - 0 = 2 \\ y_N = 2y_I - y_M = 2(0) - 1 = -1 \end{cases}$

គេបាន $N(2,-1)$ ។ គេមាន $\overrightarrow{AM} = (3\ ,2)$ និង $\overrightarrow{NB} = (3,2)$

ដោយ $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NB}$ ដូចនេះចតុកោណ $AMNB$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

៦.សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ប៉ះ (C) ត្រង់ចំណុច A និង B ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ៖



លំហាត់ទី១៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-2x-9}{x^2-4x-5}$ ។ គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to5} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក.ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f$ បង្ហាញថា $f'(x)=-\dfrac{2\left[(x-2)^2+9\right]}{(x^2-4x-5)^2}$ ។

ខ.បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ D_f រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(2,1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៥.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច I រួចសង់បន្ទាត់ (T) និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

៦.ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ចូរពិភាក្សាតាមតម្លៃ m នូវអត្ថិភាពនិងទីតាំងនៃឫសធៀបនិងចំនួនពិតពីរ $\alpha=-1$ និង $\beta=5$ នៃសមីការ ៖

$(m-1)x^2-2(2m-1)x-5m+9=0$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ដំណោះស្រាយ

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ៖

គេមាន $f(x)=\dfrac{x^2-2x-9}{x^2-4x-5}=\dfrac{x^2-2x-9}{(x+1)(x-5)}$

អនុគមន៍ f មានន័យលុះត្រាតែ $(x+1)(x-5)\neq0$ សមមូល $x_1\neq-1$, $x_2\neq5$ ។

ដូចនេះ $D_f=\mathbb{R}-\{-1,5\}$ ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to5} f(x)$ ៖

យើងមាន $f(x)=\dfrac{x^2-2x-9}{(x+1)(x-5)}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2-2x-9}{(x+1)(x-5)}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2}{x^2}=1$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to-1} f(x)=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-2x-9}{(x+1)(x-5)}=\pm\infty$ ។

និង $\lim\limits_{x\to5} f(x)=\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x^2-2x-9}{(x+1)(x-5)}=\pm\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ៖

ដោយ $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=1$ នោះបន្ទាត់ $y=1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to-1} f(x)=\pm\infty$ និង $\lim\limits_{x\to5} f(x)=\pm\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=-1$ និង $x=5$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C) ។

៣.ក)ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=-\dfrac{2\left[(x-2)^2+9\right]}{(x^2-4x-5)^2}$

យើងមាន $f(x)=\dfrac{x^2-2x-9}{x^2-4x-5}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ D_f ។

យើងបាន $f'(x)=\dfrac{(2x-2)(x^2-4x-5)-(2x-4)(x^2-2x-9)}{(x^2-4x-5)^2}$

$$=\frac{2x^3-10x^2-2x+10-2x^3+8x^2+10x-36}{(x^2-4x-5)^2}$$

$$=\frac{-2x^2+8x-26}{(x^2-4x-5)^2}=-\frac{2\left[(x-2)^2+9\right]}{(x^2-4x-5)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x)=-\dfrac{2\left[(x-2)^2+9\right]}{(x^2-4x-5)^2}$ ។

ខ)បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើដែនកំណត់របស់វា៖

គេមាន $f'(x)=-\dfrac{2\left[(x-2)^2+9\right]}{(x^2-4x-5)^2}<0$ ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f$ ។

ដូចនេះ f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើដែនកំណត់របស់វា។

គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ៖

x	$-\infty$	-1		5		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	||	$-$	||	$-$	
$f(x)$	$0 \searrow -\infty$	||	$+\infty \searrow -\infty$	||	$+\infty \searrow 0$	

៤.ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(2,1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ៖

តាមរូបមន្ត $f(2a-x_0)+f(x_0)=2b$ ចំណុច $I(2,1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C)

លុះត្រាតែគ្រប់ $x_0\in D_f$ គេបាន $f(4-x_0)+f(x_0)=2$ ព្រោះ $a=2\,,\,b=1$ ។

គេមាន $f(x)=\dfrac{x^2-2x-9}{x^2-4x-5}$ នោះ $f(x_0)=\dfrac{{x_0}^2-2x_0-9}{{x_0}^2-4x_0-5}$

ហើយ $f(4-x_0)=\dfrac{(4-x_0)^2-2(4-x_0)-9}{(4-x_0)^2-4(4-x_0)-5}=\dfrac{{x_0}^2-6x_0-1}{{x_0}^2-4x_0-5}$

គេបាន $f(4-x_0)+f(x_0)=\dfrac{{x_0}^2-2x_0-9}{{x_0}^2-4x_0-5}+\dfrac{{x_0}^2-6x_0-1}{{x_0}^2-4x_0-5}=2$ ពិត

ដូចនេះចំណុច $I(2,1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៥.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច I រួចសង់បន្ទាត់ (T)

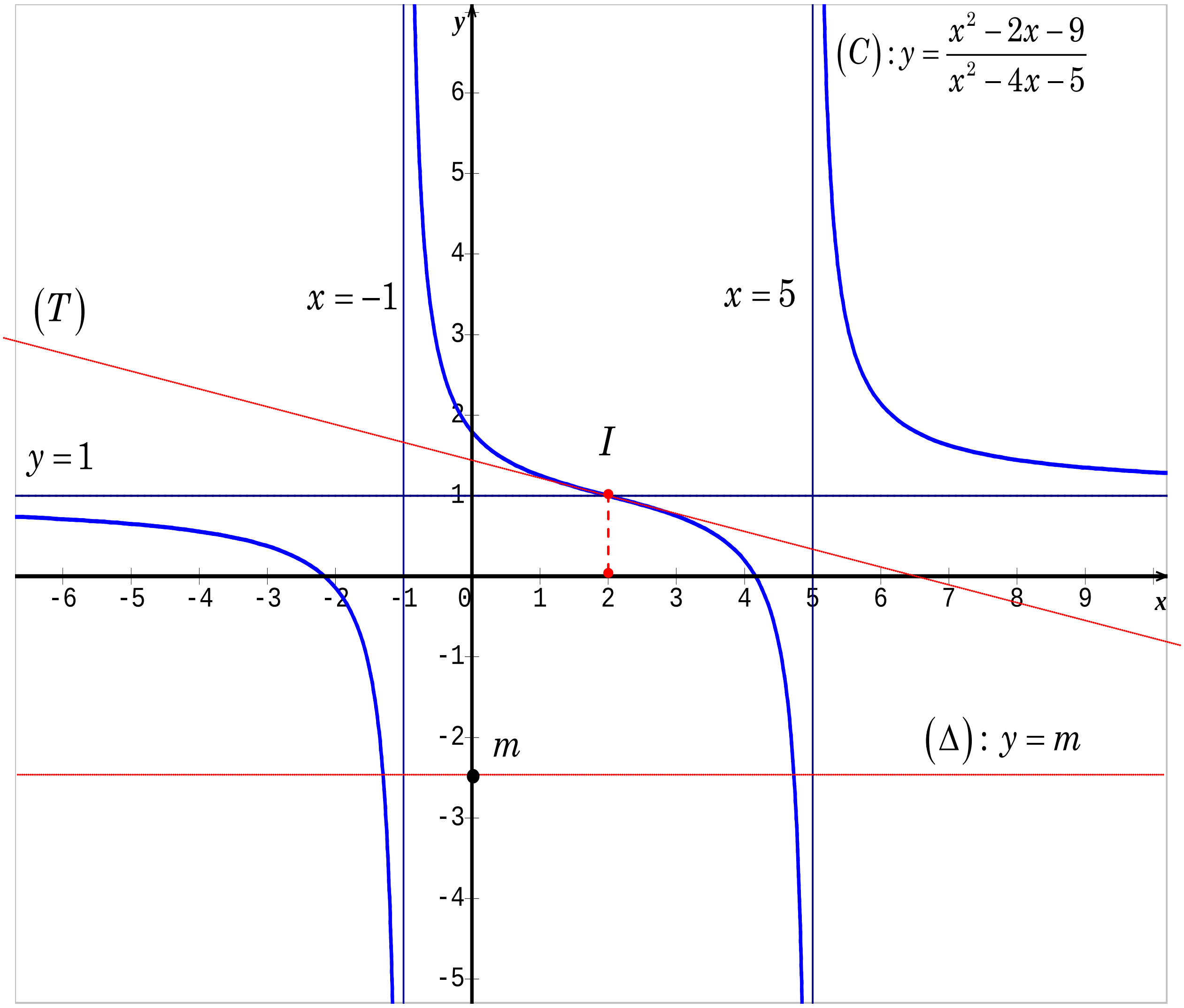
និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖

តាមរូបមន្ត $(T): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

ដោយ $x_0 = 2$ នោះ $(T): y = f'(2)(x-2) + f(2)$

គេមាន $I(2,1)$ និង $f'(2) = -\dfrac{2(0+9)}{(4-8-5)^2} = -\dfrac{2}{9}$

ដូចនេះ $(T): y = -\dfrac{2}{9}(x-2)+1 = -\dfrac{2x}{9}+\dfrac{13}{9}$ ។



៦.ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ពិភាក្សាតាមតម្លៃ m នូវអត្ថិភាពនិងទីតាំងនៃឫសនៃសមីការ ៖

$(m-1)x^2-2(2m-1)x-5m+9=0$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

សមីការនេះអាចសរសេរទៅជា $mx^2-x^2-4mx+2x-5m+9=0$

$$m\left(x^2-4x-5\right)=x^2-2x-9$$

$$m=\frac{x^2-2x-9}{x^2-4x-5}$$

ជាសមីការអាប់ស៊ីសចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង $(C): y=\dfrac{x^2-2x-9}{x^2-4x-5}$ ជាមួយ

និងបន្ទាត់ $(\Delta): y=m$ ។ តាមក្រាហ្វិកយើងអាចសន្និដ្ឋានដូចតទៅ ៖

.ចំពោះ $m\in(-\infty,1)$ សមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាគឺ $x_1<-1<x_2<5$ ។

.ចំពោះ $m=1$ សមីការមានឫសតែមួយគត់គឺ $-1<x=2<5$ ។

.ចំពោះ $m\in(1,+\infty)$ សមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាគឺ $-1<x_1<5<x_2$ ។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី២០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{2x^2-5x+5}{x^2-4x+3}$ ។ គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក.ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f$ បង្ហាញថា $f'(x)=-\dfrac{3x^2-2x-5}{(x^2-4x+3)^2}$ ។

ខ.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គេឲ្យចំណុច $A(2,-3)$ ។ចូរស្រាយថា $A\in(C)$ រួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A ។

៥.ក្រៅពីចំណុច A បន្ទាត់ (T) ប្រសព្វខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច B ផ្សេងទៀត។

ក.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច B ។

ខ.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T') ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច B ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ប៉ះ (T) និង (T') ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f

គេមាន $f(x)=\dfrac{2x^2-5x+5}{x^2-4x+3}=\dfrac{2x^2-5x+5}{(x-1)(x-3)}$

អនុគមន៍មានន័យលុះត្រាតែ $(x-1)(x-3)\neq 0$ សមមូល $x\neq 1$, $x\neq 3$ ។

ដូចនេះ $D_f=\mathbb{R}-\{1,3\}$ ។

២.គណនាលីមីត $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim_{x\to 1} f(x)$ និង $\lim_{x\to 3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការ

អាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ៖

យើងមាន $f(x)=\dfrac{2x^2-5x+5}{(x-1)(x-3)}$

យើងបាន $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x^2-5x+5}{(x-1)(x-3)}=\lim_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x^2}{x^2}=2$ ។

$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{2x^2-5x+5}{(x-1)(x-3)}=\pm\infty$$

$$\lim_{x\to 3} f(x)=\lim_{x\to 3}\frac{2x^2-5x+5}{(x-1)(x-3)}=\pm\infty$$

ដោយ $\lim_{x\to\infty} f(x)=2$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ $y=2$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C)

ហើយ $\lim_{x\to 1} f(x)=\pm\infty$ និង $\lim_{x\to 3} f(x)=\pm\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=1$ និង $x=3$ ជា សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក.ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f$ បង្ហាញថា $f'(x)=-\dfrac{3x^2-2x-5}{(x^2-4x+3)^2}$

យើងមាន $f(x)=\dfrac{2x^2-5x+5}{x^2-4x+3}=\dfrac{2\left(x^2-4x+3\right)+3x-1}{x^2-4x+3}$

$f(x)=2+\dfrac{3x-1}{x^2-4x+3}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ D_f ។

យើងបាន $f'(x)=\dfrac{3\left(x^2-4x+3\right)-(2x-4)(3x-1)}{\left(x^2-4x+3\right)^2}$

$$=\frac{3x^2-12x+9-6x^2+2x+12x-4}{\left(x^2-4x+3\right)^2}$$

$$=\frac{-3x^2+2x+5}{\left(x^2-4x+3\right)^2}=-\frac{3x^2-2x-5}{\left(x^2-4x+3\right)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x)=-\dfrac{3x^2-2x-5}{(x^2-4x+3)^2}$ ។

ខ.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x)=-\dfrac{3x^2-2x-5}{(x^2-4x+3)^2}=\dfrac{-3x^2+2x+5}{\left(x^2-4x+3\right)^2}$

ដោយគ្រប់ $x\in D_f:\left(x^2-4x+3\right)^2>0$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូចភាគយក។

បើ $f'(x)=0$ សមមូល $-3x^2+2x+5=0$ មានឫស $x_1=-1$, $x_2=\dfrac{5}{3}$ ។

តារាងអថេរភាព៖

x	$-\infty$		-1		1		$\frac{5}{3}$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	
$f(x)$	2	$\searrow$	$\frac{3}{2}$	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	$-\frac{5}{2}$	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	2

.ចំពោះ $x=-1$ នោះ $f(-1)=\dfrac{2+5+5}{1+4+3}=\dfrac{12}{8}=\dfrac{3}{2}$ ។

.ចំពោះ $x=\dfrac{5}{3}$ នោះ $f\left(\dfrac{5}{3}\right)=\dfrac{\dfrac{50}{9}-\dfrac{25}{3}+5}{\dfrac{25}{9}-\dfrac{20}{3}+3}=\dfrac{50-75+45}{25-60+27}=-\dfrac{20}{8}=-\dfrac{5}{2}$ ។

៨.ស្រាយថា $A\in(C)$ រួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A

គេមាន $A(2,-3)$ និង $(C): y=\dfrac{2x^2-5x+5}{x^2-4x+3}$

យកកូអរដោនេនៃចំណុច A ទៅផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ (C) គេបាន ៖

$-3=\dfrac{2(2)^2-5(2)+5}{(2)^2-4(2)+3}$ ឬ $-3=\dfrac{3}{-1}$ ផ្ទៀងផ្ទាត់។

ដូចនេះចំណុច $A\in(C)$ ។

សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A មានមេគុណប្រាប់ទិស

$y'=f'(2)=-\dfrac{3(2)^2-2(2)-5}{(4-8+3)^2}=-3$ ។

សមីការបន្ទាត់ (T) សរសេរ $(T): y=-3(x-2)-3=-3x+3$ ។

ដូចនេះ $(T): y=-3x+3$ ។

៩. ក.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច B ៖

គេមាន $(C): y=\dfrac{2x^2-5x+5}{x^2-4x+3}$ និង $(T): y=-3x+3$

សមីការអាប់ស៊ីសចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (T) និងខ្សែកោង (C) សរសេរ ៖

$\dfrac{2x^2-5x+5}{x^2-4x+3}=-3x+3$ សមមូល $2x^2-5x+5=(-3x+3)(x^2-4x+3)$

សមមូល $2x^2-5x+5=-3x^3+12x^2-9x+3x^2-12x+9$

សមមូល $3x^3-13x^2+16x-4=0$

សមមូល $(x-2)^2(3x-1)=0$ មានឫស $x_1=\frac{1}{3}$ និង $x_2=x_3=2$ (ឫសឌុប)

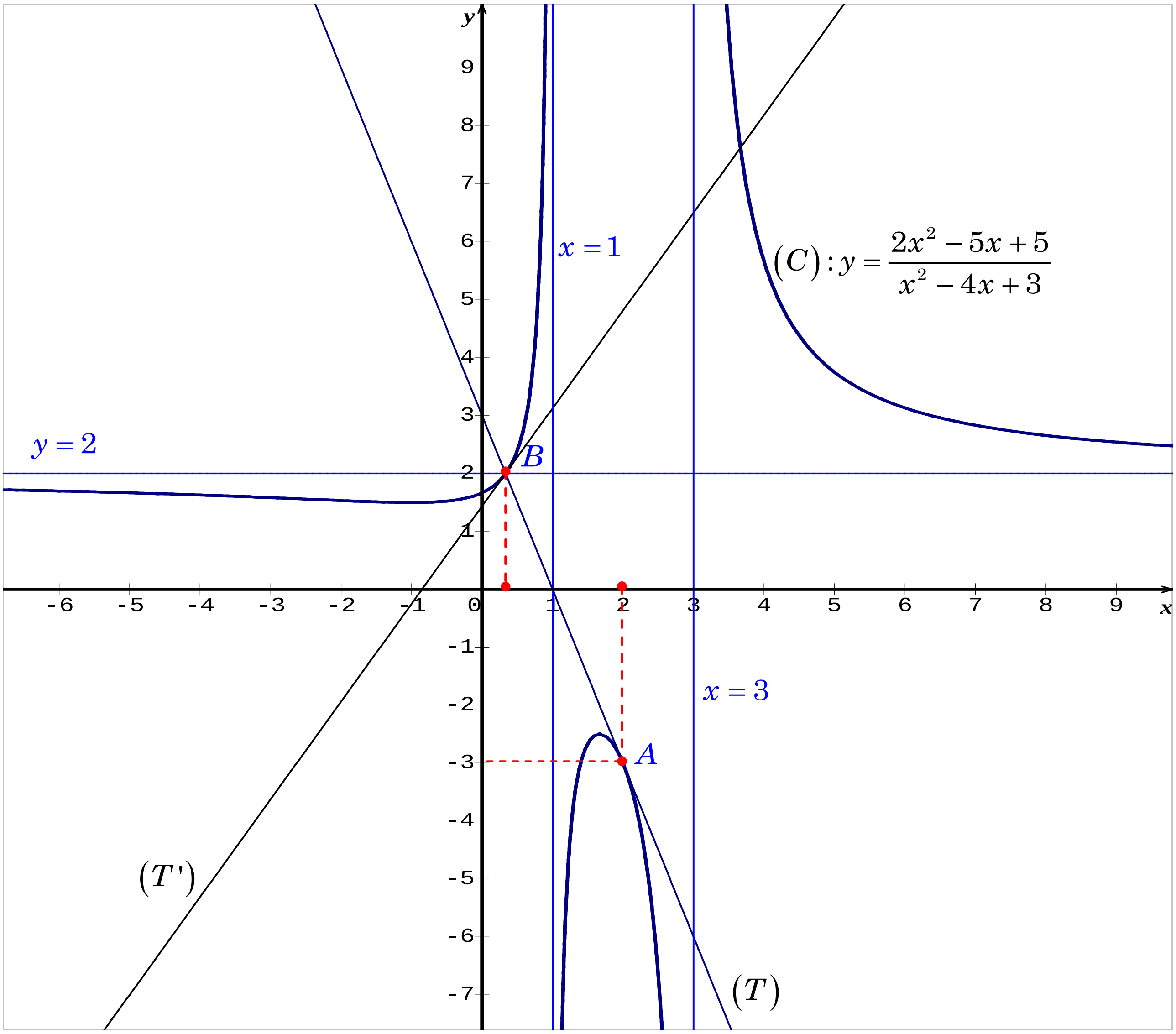
.ចំពោះ $x=2$ នោះ $y=-3(2)+3=-3$ គេបាន $A(2,-3)$ ។

.ចំពោះ $x=\frac{1}{3}$ នោះ $y=-3\left(\frac{1}{3}\right)+3=2$ គេបាន $B\left(\frac{1}{3},2\right)$ ។

ខ.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T') ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច B ៖

$$(T'): y=-\frac{27}{16}\left(x-\frac{1}{3}\right)+2=-\frac{27}{16}x+\frac{41}{16}$$ ។

៦.សង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ប៉ះ (T) និង (T') ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



ជំពូកទី០៤

កម្រងលំហាត់សម្រាប់សិស្សហ្វឹកហាត់ដោះស្រាយ

លំហាត់ទី០១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\frac{x}{2}-2+\frac{2}{x-2}$ ដែល $x\neq 2$ ។

គេតាង (C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.ចូរគណនា $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការអាសុីមតូតឈរ នៃខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=\frac{x}{2}-2$ ជាអាសុីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ $x\neq 2$ គេបាន $f'(x)=\frac{x^2-4x}{2(x-2)^2}$ ។

ខ)គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៥.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុចមានអាប់សុីរៀងគ្នា $x=1$ និង $x=3$ រួចគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ប៉ះទាំងពីរនេះ ។

៦.គណនា $f(-2)$ និង $f(6)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d),(T_1) និង (T_2) ។

លំហាត់ទី០២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=x-3-\dfrac{4}{x-2}$ ដែល $x\neq 2$ ។

គេតាង(C)ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.ចូរគណនា $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ នៃខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=x-3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C) រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)ជាមួយខ្សែកោង(C) ។

៣.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ $x\neq 2$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{x^2-4x+8}{(x-2)^2}$ ។

ខ)គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៥.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់(T_1) និង (T_2) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C) ត្រង់ចំណុច មានអាប់ស៊ីរៀងគ្នា $x=1$ និង $x=4$ រួចគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ រវាងបន្ទាត់ប៉ះទាំងពីរនេះ ។

៦.គណនា $f(-2)$ និង $f(3)$ រួចសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d),(T_1)និង(T_2)។

លំហាត់ទី០៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-3x-1}{x-1}$ ដែល $x\neq 1$ ។

គេតាង(C)ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.ក)កំណត់បីចំនួនពិតa,b និង c ដើម្បីឲ្យ $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$ គ្រប់$x\neq 1$។

ខ)គណនា $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ

នៃខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C)

រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)ជាមួយខ្សែកោង(C) ។

៣.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ $x\neq 1$ គេបាន $f'(x)=\frac{x^2-2x+4}{(x-1)^2}$ ។

ខ)គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(1,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៥.គេសង់បន្ទាត់$(\Delta): y=\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}$ កាត់ខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុចAនិងB។

ក)ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចAនិងB។

ខ)សរសេរសមីការបន្ទាត់(T_1) និង (T_2) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C) ត្រង់ចំណុច

A និង B រៀងគ្នា។ បង្ហាញថាបន្ទាត់(T_1) និង (T_2)ស្របគ្នា។

៦.គណនា$f(0)$និង$f(2)$រួចសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់$(d),(\Delta),(T_1)$និង(T_2)។

លំហាត់ទី០៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\frac{x^2-3x+6}{x+2}$ ដែល $x\neq 1$ ។

គេតាង(C)ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.ក)កំណត់បីចំនួនពិតa,bនិងcដើម្បីឲ្យ $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+2}$ គ្រប់$x\neq -2$។

ខ)គណនា $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to-2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=x+1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C) រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)ជាមួយខ្សែកោង(C) ។

៣.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ $x\neq -2$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{x^2+4x}{(x+2)^2}$ ។

ខ)គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(-2,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៥.គេឲ្យចំណុច $A\left(-\dfrac{2}{3},-1\right)$ ។ ពីចំណុច A គេសង់បន្ទាត់ពីរ(T_1)និង(T_2)ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C) ត្រង់ពីរចំណុចB និង C ។

ក)សរសេរសមីការបន្ទាត់(T_1)និង(T_2) ។

ខ)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច B និង C ។

គ)គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

៦.គណនា $f(-3)$ និង $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់$(d),(T_1)$និង(T_2)។

លំហាត់ទី០៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{3x^2-10x+6}{3x-1}$ ដែល $x\neq\dfrac{1}{3}$ ។

គេតាង(C)ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.ក)កំណត់បីចំនួនពិតa,bនិងcដើម្បីឲ្យ $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{3x-1}$ គ្រប់$x\neq\dfrac{1}{3}$។

ខ)គណនា $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to\frac{1}{3}} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ

នៃខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C)

រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)ជាមួយខ្សែកោង(C) ។

៣.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ $x \neq -2$ គេបាន $f'(x) = \dfrac{9x^2 - 6x - 8}{(3x-1)^2}$ ។

ខ)គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I\left(\dfrac{1}{3}, -\dfrac{8}{3}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

ខ)ចូរសង់ខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់(d)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

៥.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(d_m): y = mx + m + 2$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចនឹង I របស់បន្ទាត់(d_m) ។

ខ)កំណត់តម្លៃmដើម្បីឲ្យបន្ទាត់(d_m)ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C)រួចរកសមីការនិងសង់

បន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះចំពោះតម្លៃm ទើបរកឃើញខាងលើ។

គ)កំណត់ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់(d_m)មានចំណុចរួមពីរផ្សេងគ្នា A និង B ជាមួយ

នឹងខ្សែកោង (C) ។

ឃ)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច J កណ្តាលពីរចំណុច A និង B ជាអនុគមន៍

នៃ m រួចរកសំណុំចំណុច J កាលណា m ប្រែប្រួលតម្លៃ។

ង)សរសេរទំនាក់ទំនងមិនអាស្រ័យនឹងm រវាង x_1 និង x_2 ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុច

A និង B ។

លំហាត់ទី០៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-6x+9}{2x-3}$ ដែល $x\neq\dfrac{3}{2}$ ។

គេតាង (C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.ក)កំណត់បីចំនួនពិត a,b និង c ដើម្បីឲ្យ $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{2x-3}$ គ្រប់ $x\neq\dfrac{3}{2}$ ។

ខ)គណនា $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to\frac{3}{2}} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃខ្សែកោង (C) ។

២.កំណត់សមីការបន្ទាត់ (d) ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ $x\neq\dfrac{3}{2}$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{2x^2-6x}{(2x-3)^2}$ ។

ខ)គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I\left(\dfrac{3}{2},-\dfrac{3}{2}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

ខ)ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

៥.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(d_m): y=m$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក)កំណត់ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (d_m) មានចំណុចរួមពីរផ្សេងគ្នា A និង B ជាមួយនឹងខ្សែកោង (C) ។

ខ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យ $AB=4$ ។

លំហាត់ទី៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-9x+14}{x-5}$ ដែល $x\neq 5$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\neq 5$ ចូរស្រាយថា $f(x)=x-4-\dfrac{6}{x-5}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2}f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=x-4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x\neq 5$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(x-5)^2+6}{(x-5)^2}$ ។

បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចរួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(5,1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

ខ)ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) ។

៥.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(d_m): y=mx-m-7$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចនឹង K របស់បន្ទាត់ (d_m) ។

ខ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (d_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) រួចរកសមីការនិងសង់បន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះចំពោះតម្លៃ m ទើបរកឃើញខាងលើ។

គ)កំណត់ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (d_m) មានចំណុចរួមពីរផ្សេងគ្នា A និង B ជាមួយនឹងខ្សែកោង (C) ។

ឃ)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច J កណ្តាលពីរចំណុច A និង B ជាអនុគមន៍នៃ m រួចរកសំណុំចំណុច J កាលណា m ប្រែប្រួលតម្លៃ។

ង)សរសេរទំនាក់ទំនងមិនអាស្រ័យនឹង m រវាង x_1 និង x_2 ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុច A និង B ។

លំហាត់ទី៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-7x+6}{x-2}$ ដែល $x\neq 2$ ។

១.ចូរសិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចគូសក្រាប (C) តាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

២.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y=mx-6m-1$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។

ចូរបង្ហាញថាទោះបី m ប្រែប្រួលតម្លៃយ៉ាងណាក៏ដោយបន្ទាត់ (Δ_m) នីមួយៗសុទ្ធតែកាត់តាមចំណុចនឹង K មួយជានិច្ចដែលគេនឹងបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។

៣.ចូរកំណត់តម្លៃ m តាងដោយ m_0 ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង (C) តែមួយចំណុចគត់ រួចសង់បន្ទាត់ (Δ_m) ចំពោះ $m=m_0$ ។

៤.ចំពោះ $m\neq m_0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង (C) បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា M និង N ជានិច្ច។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ដែលភ្ជាប់ពីចំណុច M និង N ទៅចំណុច $A(1,0)$ ជាបន្ទាត់ពីរកែងនឹងគ្នាជានិច្ចគ្រប់តម្លៃ $m\neq m_0$ ។

លំហាត់ទី៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\frac{x^2-3x}{x-1}$ ដែល $x\neq 1$ ។

១.ចូរសិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចគូសក្រាប (C) តាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

២.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y=mx-3m-1$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។ ចូរបង្ហាញថាទោះបី m ប្រែប្រួលតម្លៃយ៉ាងណាក៏ដោយបន្ទាត់ (Δ_m) នីមួយៗ សុទ្ធតែកាត់តាមចំណុចនឹង K មួយជានិច្ចដែលគេនឹងបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។

៣.ចូរកំណត់តម្លៃ m តាងដោយ m_0 ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង (C) តែមួយចំណុចគត់ រួចសង់បន្ទាត់ (Δ_m) ចំពោះ $m=m_0$ ។

៤.ចំពោះ $m\neq m_0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (Δ_m) ប្រសព្វជាមួយខ្សែកោង (C) បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា M និង N ជានិច្ច។

៥.សរសេរទំនាក់ទំនងគ្មាន m រវាង x_1 និង x_2 ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុច M និង N ។

៦.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (OM) និង (ON) ជាបន្ទាត់ពីរកែងនឹងគ្នាជានិច្ច គ្រប់តម្លៃ $m\neq m_0$ ។

លំហាត់ទី១០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\frac{x^2-4x}{x-3}$ ដែល $x\neq 3$ ។

តាង (C) ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\neq 3$ ចូរស្រាយថា $f(x)=x-1-\frac{3}{x-3}$ ។

គណនា $\lim_{x\to\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to 3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \to \infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq 2$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(x-3)^2 + 3}{(x-3)^2}$ ។ បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចរួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.ចូរស្រាយថាចំណុច $I(3,2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) រួចសង់ខ្សែកោង (C) ។

៥.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y = mx - 4$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ក)ចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់ (Δ_m) កាត់តាមចំណុចនឹង M មួយគ្រប់តម្លៃ m ។

ខ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) រួចកំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះទាំងនោះនិងសង់វាក្នុងតម្រុយរួមគ្នាជាមួយខ្សែកោង (C) ។

គ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) កាត់ខ្សែកោង (C) តែមួយចំណុចគត់រួចសង់បន្ទាត់ (Δ_m) ចំពោះតម្លៃ m ដែលទើបរកឃើញ។

ឃ)កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (Δ_m) កាត់ខ្សែកោង (C) បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា A និង B រួចសរសេរទំនាក់ទំនងមិនអាស្រ័យនឹង m រវាងអាប់ស៊ីស x' និង x'' នៃចំណុច A និង B ។

លំហាត់ទី១១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-3x-8}{x^2+x-6}$ ។ គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-3} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការ

អាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ $x\in D_f$: $f'(x)=\dfrac{(2x+1)^2+25}{(x^2+x-6)^2}$ ។

ខ)បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើដែនកំណត់របស់វា។

គ)គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គេគូសបន្ទាត់ $(d): y=x+\dfrac{3}{2}$ កាត់ខ្សែកោង (C) ត្រង់បីចំណុច A , B និង I ។

ក)គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A , B និង I ដែល I នៅចន្លោះ A និង B ។

ខ)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

គ)ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A និង B ជាបន្ទាត់ស្របគ្នា។

៥.សង់ខ្សែកោង (C) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃកប្លង់ខណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស (ox)

និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=-2$ និង $x=1$ ។

លំហាត់ទី១២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x^2+4x+3}$ ។ គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to-3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការ

អាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក.ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f$ បង្ហាញថា $f'(x)=\dfrac{3x^2+2x-5}{(x^2+4x+3)^2}$ ។

ខ.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គេឲ្យចំណុច $A(-2,-4)$ ។ស្រាយថា $A\in(C)$ រួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T)

ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A ។

៥.ក្រៅពីចំណុច A បន្ទាត់ (T) ប្រសព្វខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច B ផ្សេងទៀត។

ក.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច B ។

ខ.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T') ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច B ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ប៉ះ (T) និង (T') ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី១៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{2x^2-6x-9}{x^2-2x-3}$ ។

គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការ

អាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក.ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f$ បង្ហាញថា $f'(x)=\dfrac{2x^2+6x}{(x^2-2x-3)^2}$ ។

ខ.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គេតាង A ជាចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយអាស៊ីមតូតដេករបស់វា។

សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច A ។

៥. ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ប៉ះ (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

៦.ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ចូរពិភាក្សាទៅតាមតម្លៃ m នូវអត្ថិភាពនិងទីតាំងនៃឫស

នៃសមីការខាងក្រោមធៀបនឹងពីរចំនួនពិត $\alpha=-1$ និង $\beta=3$ ។

$(m-2)x^2-2(m-3)x-3m+9=0$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

<u>លំហាត់ទី១៤</u>

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-8x+11}{x^2-6x+9}$ ។ គេតាង (C)

ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.រកលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតដេក

និងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក.ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f$ បង្ហាញថា $f'(x)=\dfrac{2(x+1)}{(x-3)^3}$ ។

ខ.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.ខ្សែកោង(C)កាត់អ័ក្ស(ox)ត្រង់ពីរចំណុចAនិងB និងកាត់អ័ក្ស(oy)ត្រង់C។

ក.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A,B និង C

ខ.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់$(T_1),(T_2)$និង (T_3) ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C)រៀងគ្នាត្រង់ចំណុចA,BនិងC ។

៥.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ប៉ះ (T_1) , (T_2) និង (T_3) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី១៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-3x+3}{x-2}$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយ$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចូររកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍f រួចគណនា $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរមួយរបស់ក្រាប(C) ។

២.ចូរកំណត់បីចំនួនពិត A,B និង C ដោយដឹងថា $f(x)=Ax+B+\dfrac{C}{x-2}$

ចំពោះគ្រប់$x\neq 2$

រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតទ្រេតមួយរបស់ក្រាប(C) ។

៣.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}=\dfrac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$ គ្រប់ $x\neq 2$ ។

៤.ចូរគូសតារាងសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់តម្លៃបរមាធៀបនៃអនុគមន៍f ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.ស្រាយថាចំណុចប្រសព្វរវាងអាស៊ីមតូតឈរនិងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C)

ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាបរបស់វា។

៦.គណនាតម្លៃ $f(0)$ និង $f(4)$ រួចគូសខ្សែកោង (C) និងអាស៊ីមតូតរបស់វា។

៧.ដោយប្រើក្រាប (C) ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនិងសញ្ញានៃឬសរបស់សមីការដឺក្រេទីពីរ ៖

$(E): x^2-(m+3)x+2m+3=0$ ដែល $m\in\mathbb{R}$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

លំហាត់ទី១៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2-5x+7}{x-3}$ ដែល $x\neq 3$ មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.ចូររកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនា $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ ។ ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរមួយរបស់ក្រាប (C) ។

២.ចូរកំណត់បីចំនួនពិត A,B និង C ដោយដឹងថា $f(x)=Ax+B+\dfrac{C}{x-3}$ ចំពោះគ្រប់ $x\neq 3$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតទ្រេតមួយរបស់ក្រាប (C) ។

៣.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{x^2-6x+8}{(x-3)^2}=\dfrac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$ គ្រប់ $x\neq 2$ ។

៤.ចូរគូសតារាងសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់តម្លៃបរមាធៀបនៃអនុគមន៍ f ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.ស្រាយថាចំណុចប្រសព្វរវាងអាស៊ីមតូតឈរនិងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាបរបស់វា។

៦.គណនាតម្លៃ $f(0)$ និង $f(4)$ រួចគូសខ្សែកោង (C) និងអាស៊ីមតូតរបស់វា។

៧.ដោយប្រើក្រាប (C) ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនិងសញ្ញានៃឬសរបស់សមីការដឺក្រេទីពីរ ៖

$(E): x^2-(m+5)x+3m+7=0$ ដែល $m\in\mathbb{R}$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

លំហាត់ទី១៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ ៖

$f(x)=\dfrac{3x^2-2x+2}{x^2-2x+2}$ មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយ $(o,\vec{i},\vec{j})$

១.ចូររកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនា $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតដេកមួយរបស់ក្រាប (C) ។

២.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងគូសតារាងសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចទាញរកតម្លៃអតិបរមាធៀប

និងតម្លៃអប្បបរមាធៀបនៃអនុគមន៍ f ។គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច I ជាប្រសព្វរវាងអាស៊ីមតូតដេកនិងខ្សែកោង (C) ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៥.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច I ។

៦.គណនាតម្លៃ $f(-1)$ និង $f(3)$ រួចគូសខ្សែកោង (C) និងអាស៊ីមតូតដេក។

៧.ដោយប្រើក្រាប (C) ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនិងសញ្ញានៃឫសរបស់សមីការដឺក្រេទីពីរ ៖

$(E):(m-3)x^2-2(m-1)x+2m-2=0$ ដែល $m\in\mathbb{R}$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

លំហាត់ទី១៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ៖

$f(x)=\dfrac{4x^2-12x+12}{x^2-4x+5}$ មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយ $(o,\vec{i},\vec{j})$

១.ចូររកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនា $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតដេកមួយរបស់ក្រាប (C) ។

២.រកដេរីវេ $f'(x)$ និងគូសតារាងសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់តម្លៃអតិបរមាធៀប

និងតម្លៃអប្បបរមាធៀបនៃអនុគមន៍ f ។គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច I ជាប្រសព្វរវាងអាស៊ីមតូតដេកនិងខ្សែកោង (C) ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៥.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច I ។

៦.គណនាតម្លៃ $f(-1)$ និង $f(4)$ រួចគូសខ្សែកោង (C) និងអាស៊ីមតូតដេក។

៧.ដោយប្រើក្រាប (C) ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនិងសញ្ញានៃឫសរបស់សមីការដឺក្រេទីពីរ ៖

$(E): (m-3)x^2-2(m-1)x+2m-2=0$ ដែល $m\in\mathbb{R}$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

លំហាត់ទី១៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ ៖

$f(x)=\dfrac{2x^2-8x+10}{x^2-2x+1}$ មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយ $(o,\vec{i},\vec{j})$

១.ចូររកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនា $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈររបស់ក្រាប (C) ។

២.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងគូស តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចរបត់ I របស់ខ្សែកោង (C) ។

៤.រកកូអរដោនេនៃចំណុច J ជាប្រសព្វរវាងអាស៊ីមតូតដេកនិងខ្សែកោង (C) ។

៥.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច J ។

៦.ចូរគូសខ្សែកោង (C) និងអាស៊ីមតូតដេករបស់វា។

៧.ដោយប្រើក្រាប (C) ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនិងសញ្ញានៃឫសរបស់សមីការដឺក្រេទីពីរ ៖

$(E): (m-2)x^2-2(m-4)x+m-10=0$ ដែល $m\in\mathbb{R}$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

លំហាត់ទី២០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ៖

$f(x)=\dfrac{x^2-8x+8}{x^2-4x+4}$ មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយ $(o,\vec{i},\vec{j})$

១.ចូររកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនា $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈររបស់ក្រាប (C) ។

២.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងគូស តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចរបត់ I របស់ខ្សែកោង (C) ។

៤.រកកូអរដោនេនៃចំណុច J ជាប្រសព្វរវាងអាស៊ីមតូតដេកនិងខ្សែកោង (C) ។

៥.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច J ។

៦.ចូរគូសខ្សែកោង (C) និងអាស៊ីមតូតដេករបស់វា។

៧.ដោយប្រើក្រាប (C) ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនិងសញ្ញានៃឫសរបស់សមីការដឺក្រេទីពីរ ៖

$(E):(m-1)x^2-4(m-2)x+4m-8=0$ ដែល $m\in\mathbb{R}$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

លំហាត់ទី២១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ៖

$f(x)=\dfrac{2x+2}{x^2+2x-3}$ មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយ $(o,\vec{i},\vec{j})$

១.ចូររកដែនកំណត់នៃ f រួចគណនា $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to -3} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈររបស់ក្រាប (C) ។

២.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ទាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះលើដែនកំណត់។

គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច I ជាប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) និងអ័ក្ស $(x'ox)$

រួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច I ។ ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C) ។

៥.ចូរគូសខ្សែកោង(C)និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់វា។

៦.ដោយប្រើក្រាប(C) ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនិងទីតាំងនៃឫសរបស់សមីការដឺក្រេទីពីរ ៖

$(E):\ mx^2+2(m-1)x-3m-2=0$ ធៀបនឹងពីចំនួន-3 និង 1 ។

លំហាត់ទី២២

គេឲ្យអនុគមន៍fកំណត់ដោយ៖

$f(x)=\dfrac{2x-4}{x^2-4x+3}$ មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយ$(o,\vec{i},\vec{j})$

១.ចូររកដែនកំណត់នៃf រួចគណនា $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$និង$\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈររបស់ក្រាប(C) ។

២.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ទាញថាf ជាអនុគមន៍ចុះលើដែនកំណត់។

គូស តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច I ជាប្រសព្វរវាងខ្សែកោង(C)និងអ័ក្ស$(x'ox)$

រួចសរសេរសមីការបន្ទាត់(T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង(C) ត្រង់ចំណុច I ។

៤.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(C) ។

៥.ចូរគូសខ្សែកោង(C)និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់វា។

៦.ដោយប្រើក្រាប(C) ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនិងទីតាំងនៃឫសរបស់សមីការដឺក្រេទីពីរ ៖

$(E):\ mx^2-2(2m+1)x+3m+4=0$ ធៀបនឹងពីចំនួន1 និង 3 ។

លំហាត់ទី២៣

គេឲ្យអនុគមន៍fកំណត់ដោយ ៖

$f(x)=\dfrac{2x^2-x-7}{x^2-x-2}$ មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយ$(o,\vec{i},\vec{j})$

១.ចូររកដែនកំណត់នៃf រួចគណនា $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$និង$\lim\limits_{x\to -1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈររបស់ក្រាប (C) ។

២.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូស តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣.សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយនឹងអាស៊ីមតូតដេករបស់វា។

៤.រកសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច I ដែលជាប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយនឹងអាស៊ីមតូតដេករបស់វា។

៥.រកកូអរដោនេនៃចំណុច J មួយទៀតដែលជាប្រសព្វរវាង (T) និង (C) ។

៦.ចូរគូសខ្សែកោង (C) និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់វា។

៧.ដោយប្រើក្រាប (C) ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនិងទីតាំងនៃឫសរបស់សមីការដឺក្រេទីពីរ ៖

(E): $(m-2)x^2-(m-1)x-2m+7=0$ ធៀបនឹងពីចំនួន -1 និង 2 ។

លំហាត់ទី២៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ ៖

$f(x)=\dfrac{x^2-2x-11}{x^2-5x+4}$ មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយ $(o,\vec{i},\vec{j})$

១.ចូររកដែនកំណត់នៃ f រួចគណនា $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈររបស់ក្រាប (C) ។

២.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូស តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣.សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយនឹងអាស៊ីមតូតដេករបស់វា។

៤.រកសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច I ដែលជាប្រសព្វ

វាងខ្សែកោង (C) ជាមួយនឹងអាស៊ីមតូតដេករបស់វា។

៥.រកកូអរដោនេនៃចំណុច J មួយទៀតដែលជាប្រសព្វវាង (T) និងខ្សែកោង (C) ។

៦.ចូរគូសខ្សែកោង (C) និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់វា។

៧.ដោយប្រើក្រាប (C) ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនិងទីតាំងនៃឫសរបស់សមីការដឺក្រេទីពីរ ៖

$(m-1)x^2-(5m-2)x+4m+11=0$ ធៀបនឹងពីចំនួន 1 និង 4 ។

លំហាត់ទី២៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ ៖

$f(x)=\dfrac{x^2+2x-11}{x^2-x-2}$ មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយ $(o,\vec{i},\vec{j})$

១.ចូររកដែនកំណត់នៃ f រួចគណនា $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈររបស់ក្រាប (C) ។

២.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូស តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣.សិក្សាទីតាំងធៀបវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយនឹងអាស៊ីមតូតដេករបស់វា។

៤.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច I ដែលជាប្រសព្វវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយនឹងអាស៊ីមតូតដេករបស់វា។

៥.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច J មួយទៀតដែលជាប្រសព្វវាង (T) និង (C) ។

៦.ចូរគូសខ្សែកោង (C) និងអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់វា។

៧.ដោយប្រើក្រាប (C) ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនិងទីតាំងនៃឫសរបស់សមីការដឺក្រេទីពីរ ៖

(E): $(m-1)x^2-(m+2)x-2m+11=0$ ធៀបនឹងពីចំនួន -1 និង 2 ។

លំហាត់ទី២៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=x+1-\dfrac{4}{(x-2)^2}$ ។ គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.រក $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C) ។

៣.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=x+1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

រួចបញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៤.ក.ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f$ បង្ហាញថា $f'(x)=\dfrac{x(x^2-6x+12)}{(x-2)^3}$ ។

ខ.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x=4$ ។

៦.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ពីរ (d) និង (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។

៧.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ នៃផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (d) និង

បន្ទាត់ឈរពីរ $x=\dfrac{5}{2}$, $x=\lambda$ ដែល $\lambda>\dfrac{5}{2}$ ។ ទាញរក $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} S(\lambda)$ ។

លំហាត់ទី២៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=x-3+\dfrac{3x-10}{x^2-6x+9}$ ។

គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.រកលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to3} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតឈរ

នៃក្រាប (C) ។

៣.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x \to \pm\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

ក.ចំពោះគ្រប់ $x \in D_f$ បង្ហាញថា $f'(x) = \dfrac{(x-1)(x-4)^2}{(x-3)^3}$ ។

ខ.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.តាង A ជាចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយអ័ក្សអរដោនេ (oy) ។

ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ A ។

៥.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (d) និងបន្ទាត់ប៉ះ (T) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

៦.ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ចូរកំណត់តម្លៃរបស់ m ដើម្បីឲ្យសមីការខាងក្រោម ៖

$$x - 3 + \frac{3x-10}{x^2-6x+9} = -4x + m \quad (\ m \text{ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ})$$

ក)មានឫសតែមួយគត់ជាចំនួនពិត ។

ខ)មានឫសបីផ្សេងគ្នាជាចំនួនពិត ។

លំហាត់ទី២៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \dfrac{3x^3 - 7x^2 - 8x + 16}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$ ។ គេតាង (C)

ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

២.រកលីមីត $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-2} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការ

អាស៊ីមតូតដេកនិងសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

៣.ក.ចំពោះគ្រប់ $x \in D_f$ បង្ហាញថា $f'(x) = \dfrac{x(x^2 - 6x + 24)}{(x-2)^3(x+2)^2}$ ។

ខ.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។ ចូរសង់ក្រាប (C) ។

៤.ក)កំណត់បីចំនួនពិត a , b និង c ដើម្បីឲ្យអនុគមន៍ f អាចសរសេរទៅជា

$f(x) = 3 + \dfrac{a}{x+2} + \dfrac{b}{x-2} + \dfrac{c}{(x-2)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq -2$ និង $x \neq 2$ ។

ខ)គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) អាស៊ីមតូតដេករបស់វា និងបន្ទាត់ឈរ $x = 3$ និង $x = 6$ ។

៥.គេឲ្យសមីការ $(E) : (m-2)x^3 + (2m-5)x^2 - 4(m-1)x - 8m + 8 = 0$

ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។

ក)ដោយប្រើខ្សែកោង (C) កំណត់ m ដើម្បីឲ្យសមីការ (E) មានឫសបីផ្សេងគ្នា។

ខ)កំណត់ $S(m) = {x_1}^3 + {x_2}^3 + {x_3}^3$ ដែល x_1, x_2, x_3 ជាឫសនៃសមីការ (E)

លំហាត់ទី២៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \dfrac{x^3 - 6x^2 + 9x}{x^2 - 2x + 1}$ ដែល $x \neq 1$ ។

គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\forall x \neq 1$ គេបាន $f(x) = x - 4 + \dfrac{4}{(x-1)^2}$ ។

រក $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d) : y = x - 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) រួចបញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ។

៣.ក.ចំពោះគ្រប់ $x \neq 1$ បង្ហាញថា $f'(x) = \dfrac{(x-3)(x^2+3)}{(x-1)^3}$ ។

ខ.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

គ.ចូរសង់ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់(d) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។

៤.គេពិនិត្យបន្ទាត់ $(\Delta_m): y = mx - 2m + 2$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។

ក.ចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់(Δ_m)នីមួយៗសុទ្ធតែកាត់តាមចំណុចនឹងI មួយដែលគេ

និងបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។ ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $I \in (C)$ ។

ខ.ចូរកំណត់ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់(Δ_m)ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C)រួចសង់បន្ទាត់ប៉ះទាំង

នោះដែលត្រូវនឹងតម្លៃm ទើបរកឃើញ។

គ.កំណត់តម្លៃmដើម្បីឲ្យបន្ទាត់(Δ_m)កាត់ខ្សែកោង(C)បានពីរចំណុចAនិងB

ផ្សេងពីចំណុច I ។

ឃ.តើមានតម្លៃmដែលធ្វើឲ្យអាប់ស៊ីសនៃបីចំណុច A, I, B បង្កើតបានជាស្វ៊ីត

នព្វន្តមួយឬទេ ?

ង.តើមានតម្លៃmដែលធ្វើឲ្យអាប់ស៊ីសនៃបីចំណុច A, I, B បង្កើតបានជាស្វ៊ីត

ធរណីមាត្រមួយឬទេ ?

លំហាត់ទី៣០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \dfrac{x^3 - 6x^2 + 9x}{x^3 - 6x^2 + 9x - 4}$ ។

គេតាង (C) ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍fក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១.ក)រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

ខ)គ្រប់ $x \in D_f$ ចូរស្រាយថា $f(x) = 1 + \dfrac{4}{(x-1)^2(x-4)}$

គ)រក $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$,$\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ

និងសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង (C)។

២.ក.ចំពោះគ្រប់ $x \in D_f$ បង្ហាញថា $f'(x) = -\dfrac{12(x-3)}{(x-1)^3(x-4)^2}$ ។

ខ.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

គ.ចូរសង់ខ្សែកោង (C)។

៣.ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ចូរសង់ខ្សែកោង (C') តាងអនុគមន៍ g កំណត់ដោយ

$$g(x) = \left| \frac{x^3 + 6x^2 + 9x}{x^3 + 6x^2 + 9x + 4} \right| \text{ ។}$$

៤.ដោយប្រើក្រាប (C') ចូរដោះស្រាយនិងពិភាក្សានូវអត្ថិភាពនៃឬសសមីការ

$$\left| \frac{x^3 + 6x^2 + 9x}{x^3 + 6x^2 + 9x + 4} \right| = k$$ ដែល k ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។

www.mathtoday.wordpress.com