គណិតវិទ្យាថ្ងៃនេះ

MathToday

សៀវភៅគណិតវិទ្យាកម្រិតវិទ្យាល័យ

ខ្សែកោងអនុគមន៍លោការីតនេពែ

លំហាត់ធ្លាប់ចេញប្រឡងបាក់ឌុបពីឆ្នាំ២០០២ដល់២០១៩

* សង្ខេបមេរៀននិងគន្លឹះដោះស្រាយសំខាន់ៗ
* លំហាត់ជ្រើសរើសអមដោយដំណោះស្រាយក្បោះក្បាយ
* លំហាត់ជ្រើសរើសសម្រាប់កិច្ចការផ្ទះ

សម្រាប់ថ្នាក់ទី១២ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រពិត

អ្នករៀបរៀង **លឹម ផល្គុន**

2020

ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សាគោលរបស់ក្រសួងអប់រំយុវជននិងកីឡា

ជំពូកទី០១

រូបមន្តសំខាន់ៗគួរកត់សម្គាល់

១.លីមីតនៃអនុគមន៍លោការីតនេពែ

ក.រូបមន្តសំខាន់ៗ

$a)\ \lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$

$b)\ \lim\limits_{x\to+\infty}x^n\ln x=+\infty\ ,\ n>0$

$c)\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^n}=0\ ,n>0$

$d)\ \lim\limits_{x\to0^+}\ln x=-\infty$

$e)\ \lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\ln x}{x^n}=-\infty,n>0$

$f)\ \lim\limits_{x\to0^+}x^n\ln x=0\ ,n>0$ ។

ខ.រូបមន្តផ្សេងៗទៀត

$a)\ \lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+x)}{x}=1$

$b)\ \lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+ax)}{ax}=1\ ,a\neq0$

២.ដេរីវេនៃអនុគមន៍លោការីតនេពែ

រូបមន្តសំខាន់ៗ

$a)\ y=\ln x$ នោះ $y'=\dfrac{1}{x}$

$b)\ y=\ln^n x$ នោះ $y'=\dfrac{n}{x}(\ln x)^{n-1}$

$c)\ y=\ln(ax+b)$ នោះ $y'=\dfrac{a}{ax+b}$

$d)\ y=\ln u(x)$ នោះ $y'=\dfrac{u'(x)}{u(x)}$ ។

៣.ចសមីការនិងសមីការ ៖

$a)\ \ln x = k$ សមមូល $x = e^k$, $k \in \mathbb{R}$ ។

$b) \ln x > k$ សមមូល $x > e^k$ ឬ $x \in \left(e^k , +\infty\right)$ ដែល $k \in \mathbb{R}$ ។

$c)\ \ln x < k$ សមមូល $0 < x < e^k$ ឬ $x \in \left(0 , e^k\right)$ ដែល $k \in \mathbb{R}$ ។

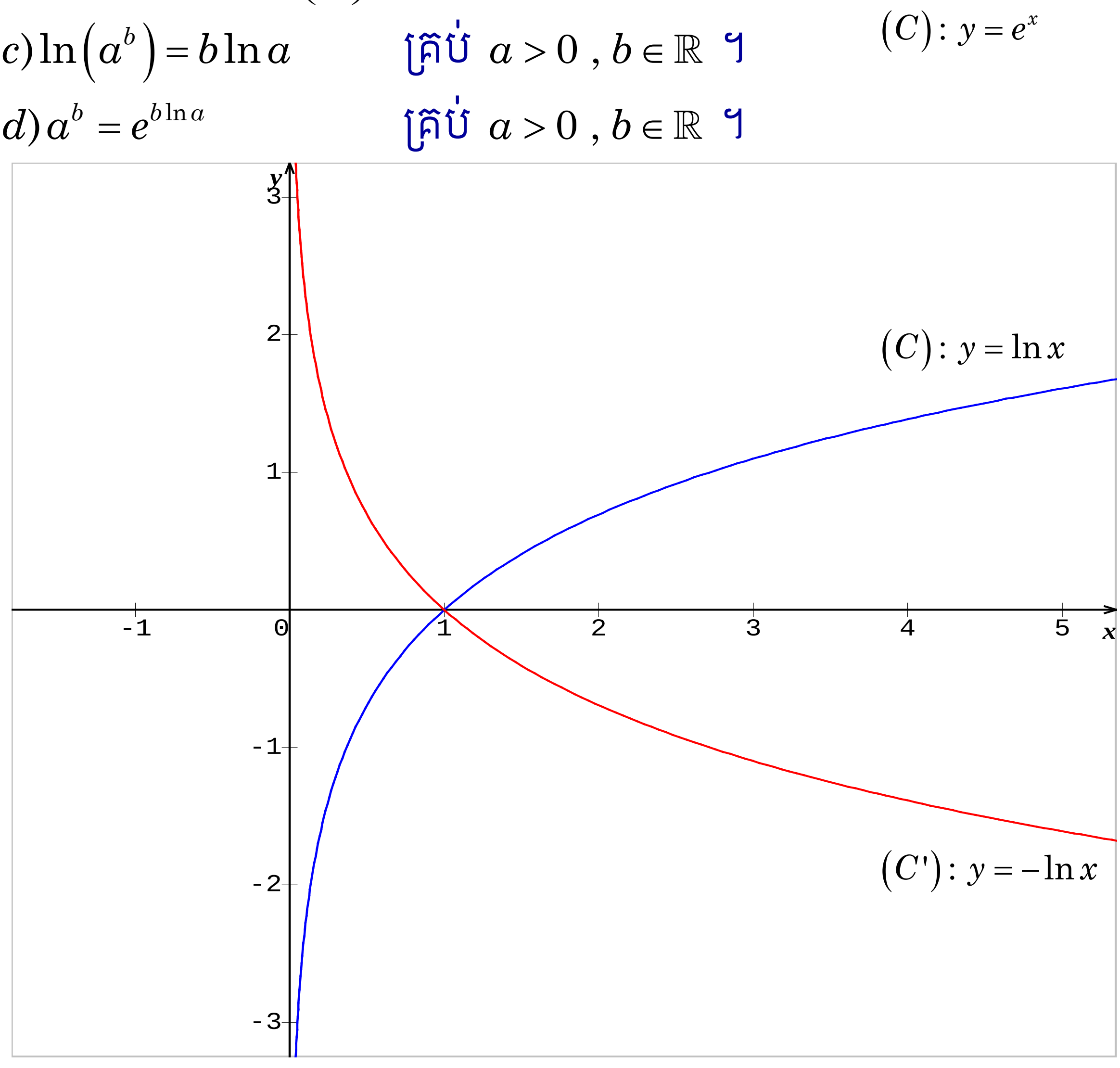
៣.លក្ខណៈនិងរូបមន្តលោការីតនេពៃ ៖

$a) \ln a + \ln b = \ln(ab)$ គ្រប់ $a > 0$, $b > 0$ ។

$b) \ln a - \ln b = \ln\left(\dfrac{a}{b}\right)$ គ្រប់ $a > 0$, $b > 0$ ។

$c) \ln\left(a^b\right) = b \ln a$ គ្រប់ $a > 0$, $b \in \mathbb{R}$ ។

$d) a^b = e^{b \ln a}$ គ្រប់ $a > 0$, $b \in \mathbb{R}$ ។



ជំពូកទី០២

កម្រងលំហាត់អនុគមន៍លោការីតនេពែ

លំហាត់ទី០១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=-x+2+x\ln x$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\ln x$ ។

៣.សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹង (C) ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស $x=e$ ។

៥.ចូរគណនា $f(\frac{1}{2})$ និង $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (T) ។

៦.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(a)$ នៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយ (C) និង (T) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=a$ និង $x=e$ ដែល $0<a<e$ ។ ទាញរកលីមីត $\lim_{a\to 0^+} S(a)$ ។

លំហាត់ទី០២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=1+\dfrac{3\ln x}{x}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{3(1-\ln x)}{x^2}$ ។

៣.សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់(T)ប៉ះនឹង(C)ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស$x=1$ ។

៥.ចូរគណនា $f(\frac{1}{2})$ និង $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់(T) ។

៦.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(b)$ នៃផ្ទៃកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង(C) និង $(d): y=1$ និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=1$ និង $x=b$ ដែល $b>1$ ។

កំណត់តម្លៃ b ដើម្បីឲ្យ $S(b)=6$ ។

លំហាត់ទី០៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=2\left(1-\frac{4\ln x}{x^2}\right)$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim_{x\to+\infty} f(x)$និង $\lim_{x\to0^+} f(x)$រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{8(2\ln x-1)}{x^3}$ ។

៣.សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់(T)ប៉ះនឹង(C)ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស$x=1$ ។

៥.ចូរគណនា $f(2)$ និង $f(4)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់(T) ។

៦.គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយ (C) និង $(d): y=2$ និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=1$ និង $x=e$ ។

លំហាត់ទី០៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=1+\frac{10\ln x}{x^3}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim_{x\to+\infty} f(x)$និង $\lim_{x\to0^+} f(x)$រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតឈរ

និងសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{10(1-3\ln x)}{x^4}$ ។

៣.សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.ចូរគណនា $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) ។

៥.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(b)$ នៃផ្ទៃកប្លង់ខណ្ឌដោយ (C) និង $(d): y=1$

និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=1$ និង $x=b$ ដែល $b>1$ ។ រក $\lim\limits_{b\to+\infty} S(b)$ ។

លំហាត់ទី០៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $y=f(x)=\dfrac{3}{2}x-2+\dfrac{1-2\ln x}{2x}$

មានក្រាបតំណាង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.ចូរគណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២.$a)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=\dfrac{3}{2}x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C)

កាលណា $x\to+\infty$ ។

$b)$ ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d) ធៀបទៅនឹងខ្សែកោង(C) ។

៣.$a)$ ចំពោះគ្រប់$x>0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{3(x^2-1)+2\ln x}{2x^2}$ ។

$b)$ ចំពោះគ្រប់$x>0$ គេយក $g(x)=3(x^2-1)+2\ln x$ ។ គណនា $g'(x)$

រួចបង្ហាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើចន្លោះ $(0,+\infty)$ ។

$c)$ គណនា $g(1)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(0,1)$ និង $(1,+\infty)$

$d)$ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គេយក $\frac{1}{e}\approx 0.4$ ។គណនាតម្លៃនៃ $f'(\sqrt{e})$ រួចទាញរកសមីការបន្ទាត់(T)ប៉ះ
នឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ $x=\sqrt{e}$ ។

៥.គណនា $f(\frac{1}{e})$,$f(2)$ និង $f(e)$ រួចសង់ខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់ (d) និង (T)
ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។ (គេយក $\ln 2=0.7$, $\sqrt{e}=1.6$ និង $e=2.72$)

លំហាត់ទី០៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=x+2\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ មានក្រាបតំណាង(C)
ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៅចុងដែនកំណត់របស់វា។
ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរពីររបស់ខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់(d)មានសមីការ $y=x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ(C)។
សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប(C)និងបន្ទាត់(d)លើចន្លោះ$(-\infty,0)$និង$(1,+\infty)$

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតx នៃចន្លោះ$(-\infty,0)$និង$(1,+\infty)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖
$f'(x)=\frac{(x+1)(x-2)}{x(x-1)}$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងឡាយស្ថិតនៅលើខ្សែកោង(C)ដោយដឹងថាបន្ទាត់
ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង$\frac{2}{3}$។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(1,\frac{1}{2})$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប(C) ។

៦.គណនា $f(-2)$ និង $f(3)$ រួចសង់បន្ទាត់(d)និងក្រាប(C)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី០៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\frac{2}{3}x-\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៅចុងដែនកំណត់របស់វា។ ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរពីររបស់ខ្សែកោង (C) ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y=\frac{2x}{3}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C)។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d) លើចន្លោះ $(-\infty,-1)$ និង $(1,+\infty)$។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x នៃចន្លោះ $(-\infty,-1)$ និង $(1,+\infty)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖ $f'(x)=\frac{2(x+2)(x-2)}{3(x+1)(x-1)}$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងឡាយស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ដោយដឹងថាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $\frac{5}{12}$។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគល់ O ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

៦.គណនា $f(-3)$ និង $f(3)$ រួចសង់បន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី០៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=x-2+\frac{3}{2}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)$ មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៅចុងដែនកំណត់របស់វា។ ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរពីររបស់ខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C)។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប(C)និងបន្ទាត់(d)លើចន្លោះ$(-\infty,1)$និង$(3,+\infty)$។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតx នៃចន្លោះ$(-\infty,1)$និង$(3,+\infty)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$f'(x)=\dfrac{x(x-4)}{(x-1)(x-3)}$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងឡាយស្ថិតនៅលើខ្សែកោង(C)ដោយដឹងថាបន្ទាត់ ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $\dfrac{5}{8}$។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច$I(2,0)$ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប(C) ។

៦.គណនា $f(-1)$ និង $f(5)$ រួចសង់បន្ទាត់(d)និងក្រាប(C)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

(គេយក $\ln 2=0.69$ និង $\ln 3=1.10$)។

លំហាត់ទី០៩

គេឲ្យអនុគមន៍fកំណត់លើ$\mathbb{R}$ដោយ $f(x)=3+x-\dfrac{3}{2}\ln(2e^x+1)$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់$x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា$f(x)=3-\dfrac{3}{2}\ln 2-\dfrac{x}{2}-\dfrac{3}{2}\ln\left(1+\dfrac{1}{2e^x}\right)$

គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=3+x$ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា$x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(d_1)និង(C) ។

៣. ស្រាយថាបន្ទាត់$(d_2): y=2-\dfrac{3}{2}\ln 2-\dfrac{x}{2}$ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C) កាលណា$x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(d_2)និង(C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតxចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{1-e^x}{2e^x+1}$

រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. ចូរគណនា $f(-1)$និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់ (d_1) និង(d_2) ។

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ$\mathbb{R}$ដោយ $f(x)=x+2-2\ln(e^x+1)$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

លំហាត់ទី១០

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=-x+2-2\ln(1+\frac{1}{e^x})$

គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1):y=x+2$ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(d_1)និង(C) ។

៣. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់$(d_2):y=-x+2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(d_2)និង(C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=-\frac{e^x-1}{e^x+1}=\frac{1-e^x}{e^x+1}$

រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.ស្រាយថា $f(-x)=f(x)$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ រួចទាញថាក្រាប(C)មានអ័ក្សឆ្លុះមួយដែលគេនិងបញ្ជាក់។

៦.ចូរគណនា $f(-1)$និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់ (d_1) និង(d_2) ។

លំហាត់ទី១១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ$\mathbb{R}$ដោយ $f(x)=-x-1+2\ln(e^x+3)$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=x-1+2\ln(1+\frac{3}{e^x})$

គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=-x-1+2\ln 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។

៣. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{e^x-3}{e^x+3}$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.ស្រាយថា $f(2\ln 3-x)=f(x)$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ រួចទាញថាក្រាប (C) មានបន្ទាត់ $(\Delta): x=\ln 3$ ជាអ័ក្សឆ្លុះ ។

៦.ចូរគណនា $f(0)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

លំហាត់ទី១២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5+3\ln x$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចូរគណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរមួយនៃក្រាប (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយថា $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x-3)}{x}$ ។ គូសតារាងអថេភាពនៃ f ។

៣.កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) កែងនឹងបន្ទាត់ $(d): 4x+2y-1=0$ ហើយប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C)

៤.ចូរសង់បន្ទាត់ (T) និង (d) និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

៥.គ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយថា $F(x)=\dfrac{x^3}{6}-2x^2+2x+3x\ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ

$f(x)$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡាខ័ណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ $x=1, x=3$ ។

លំហាត់ទី១៣

ឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=\frac{1}{2}x^2-7x+8+10\ln x$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចូរគណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរមួយ

នៃក្រាប (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយថា $f'(x)=\frac{(x-2)(x-5)}{x}$ ។

គូសតារាងអថេភាពនៃ f ។

៣.កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x=1$ ។

៤.ចូរសង់បន្ទាត់ (T) និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

៥.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ស្រាយថា $F(x)=\frac{x^3}{6}-\frac{7x^2}{2}-2x+10x\ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយ

នៃ $f(x)$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡាខ័ណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ឈរ $x=2$,

និង $x=5$ ។

លំហាត់ទី១៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\ln\left(x^2-2x+2\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចូរស្រាយថាអនុគមន៍ f កំណត់ជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ រួចចូរគណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

២.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): x=1$ ជាអ័ក្សបម្លែងឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់ពីរ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x_1=0$ និង $x_2=2$ ។ បង្ហាញថា $(T_1)\perp(T_2)$ ។

៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។

៦.ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ចូរសង់ខ្សែកោង (C') តាងឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់ដោយ $g(x)=\ln\left(x^2+2x+2\right)$ ដែល $x\in\mathbb{R}$ ។

លំហាត់ទី១៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\ln\left(x^2+4x+5\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចូរស្រាយថាអនុគមន៍ f កំណត់ជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ រួចចូរគណនាលីមីត $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ និង $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ។

២.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): x=-2$ ជាអ័ក្សបម្លែងឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់ពីរ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x_1=0$ និង $x_2=-4$ ។

៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។

៦.ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ចូរសង់ខ្សែកោង (C') តាងឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់ដោយ $g(x)=\ln\left(x^2-4x+5\right)$ ដែល $x\in\mathbb{R}$ ។

លំហាត់ទី១៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\ln\left(e^{2x}-4e^x+5\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចូរស្រាយថាអនុគមន៍ f កំណត់ជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ រួចចូរគណនាលីមីត $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_1): y=\ln 5$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to -\infty$។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C)ជាមួយបន្ទាត់(d_1)។

៣.ចូរបង្ហាញថាអនុគមន៍ f អាចសរសេរជា $f(x)=2x+\ln\left(1-\frac{4}{e^x}+\frac{5}{e^{2x}}\right)$ រួចទាញថាបន្ទាត់$(d_2): y=2x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C)បើ $x\to +\infty$។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C)ជាមួយបន្ទាត់(d_2)។

៤.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.គណនា $f(-1), f(1)$ និង $f(2)$រួចសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់(d_1) និង(d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។

៦.ដោយប្រើខ្សែកោង(C)ចូរកំណត់ចំនួនពិតkដើម្បីឲ្យសមីការ ៖

$\ln\left(e^{2x}-4e^x+5\right)=k$ មានឫសពីរ x_1 និង x_2 ដែល $x_1<\ln\frac{5}{4}<x_2<\ln 5$ ។

<u>លំហាត់ទី១៧</u>

គេឲ្យអនុគមន៍f កំណត់លើ$\mathbb{R}$ដោយ $f(x)=x-2-3\ln\left(\frac{e^x+1}{e^x+4}\right)$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(d_1)និង(C) ។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់$(d_2): y=x-2+3\ln 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(d_2)និង(C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតx ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{\left(e^x-2\right)^2}{(e^x+1)(e^x+4)}$

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី១៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x-1-4\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+3}\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x-1+4\ln 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{e^{2x}-4e^x+3}{(e^x+1)(e^x+3)}$

៥.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=e^{2x}-4e^x+3$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៦. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី១៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x+3+6\ln\left(\dfrac{e^x+1}{2e^x+1}\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x+3-6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង

(C) កាលណា $x \to +\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x + 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង

(C) កាលណា $x \to -\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \dfrac{(e^x - 1)(2e^x - 1)}{(e^x + 1)(2e^x + 1)}$

៥.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x) = (e^x - 1)(2e^x - 1)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៦. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី២០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x - 2 - 6\ln(\dfrac{e^x + 1}{e^x + 2})$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអត្តូនរម៉ាល់ $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង

(C) កាលណា $x \to +\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x - 2 + 6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង

(C) កាលណា $x \to -\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \dfrac{e^{2x} - 3e^x + 2}{(e^x + 1)(e^x + 2)}$

៥.ចូរសិក្សសញ្ញានៃ $g(x) = e^{2x} - 3e^x + 2$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៦. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី២១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x+1-3\ln\left(\dfrac{2e^x+1}{e^x+2}\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x+1-3\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x+1+3\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{2(e^x-1)^2}{(e^x+2)(2e^x+1)}$

រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី២២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x+2-\ln(e^x+3)+\dfrac{6}{e^x+3}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=x+4-\ln 3-\ln(\frac{1}{3}e^x+1)-\dfrac{2e^x}{e^x+3}$

គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x+4-\ln 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=2-\ln(1+\dfrac{3}{e^x})+\dfrac{6}{e^x+3}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់$(d_2): y=2$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់$x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{3(3-e^x)}{(e^x+3)^2}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.សរសេរសមីការបន្ទាត់(T)ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់$x=0$ ។

៥.គណនា$f(-1)$ និង$f(1)$រួចសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់(T), (d_1)និង(d_2)។

លំហាត់ទី២៣

គេឲ្យអនុគមន៍fកំណត់លើ$\mathbb{R}$ដោយ $f(x)=-3x-4+5\ln(e^x+1)+\dfrac{4}{e^x+1}$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់$x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា$f(x)=-3x+5\ln(e^x+1)-\dfrac{4e^x}{e^x+1}$

គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់$(d_1): y=-3x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C) កាលណា $x\to-\infty$ ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា$f(x)=2x-4+5\ln(1+\dfrac{1}{e^x})+\dfrac{4}{e^x+1}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់$(d_2): y=2x-4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង(C)និង(d_2)

៣.គណនារង្វាស់មុំរវាងបន្ទាត់(d_1)និង (d_2) ។

៤.ចំពោះគ្រប់$x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(e^x-3)(2e^x+1)}{(e^x+1)^2}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.សរសេរសមីការបន្ទាត់(T)ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់$x=0$ ។

៦.ចូរសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់(T) , (d_1)និង(d_2)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី២៤

គេឲ្យអនុគមន៍fកំណត់លើ$\mathbb{R}$ដោយ $f(x)=3x+6-\ln(e^x+2)-\dfrac{12e^x}{e^x+2}$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់$x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា$f(x)=3x+6-\ln 2-\ln\left(1+\dfrac{e^x}{2}\right)-\dfrac{12e^x}{e^x+2}$

គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់$(d_1): y=3x+6-\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C) កាលណា $x\to-\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង(C)និង(d_1)

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា$f(x)=2x-6-\ln(1+\dfrac{2}{e^x})+\dfrac{24}{e^x+2}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់$(d_2): y=2x-6$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់$x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{2(e^{2x}-7e^x+6)}{(e^x+2)^2}$ ។

៤.សិក្សាសញ្ញានៃ$g(x)=e^{2x}-7e^x+6$ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.ចូរសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់(d_1)និង(d_2)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី២៥

គេឲ្យអនុគមន៍fកំណត់លើ$\mathbb{R}$ដោយ $f(x)=x-2+6\ln\left(\dfrac{e^x+2}{e^x+1}\right)$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់$x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា$f(x)=x-2+6\ln 2+6\ln\left(\dfrac{e^x+2}{2e^x+2}\right)$

គណនា $\lim_{x\to-\infty} f(x)$រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់$(d_1): y = x - 2 + 6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C) កាលណា $x\to-\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង(C)និង(d_1)។

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា$f(x) = x - 2 + 6\ln\left(1+\dfrac{1}{e^x+1}\right)$ ។

គណនា $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់$(d_2): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង(C)និង(d_2)។

៣.ចំពោះគ្រប់$x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \dfrac{e^{2x} - 3e^x + 2}{(e^x+1)(e^x+2)}$ ។

៤.សិក្សាសញ្ញានៃ$g(x) = e^{2x} - 3e^x + 2$ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.ចូរសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់(d_1)និង(d_2)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

<u>លំហាត់ទី២៦</u>

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ$(0,+\infty)$ ដោយ $f(x) = 3 - 2\ln x + \dfrac{2\ln x}{x^2}$

មានក្រាប(C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១)គណនាលីមីត $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ

អាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។

២)ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់$x>0$ គេបាន $f'(x) = \dfrac{2(1-x^2-2\ln x)}{x^3}$ ។

៣)គេតាង$g(x) = 1 - x^2 - 2\ln x$ ចំពោះគ្រប់$x>0$ ។

ក.ចូរស្រាយថា $g'(x) < 0$ជានិច្ចចំពោះគ្រប់$x>0$ ។

ខ.គណនា $g(1)$ ។ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ$g(x)$ចំពោះ$x\in(0,1)$និង$x\in(1,+\infty)$។

៤)ប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ$f'(x)$លើចន្លោះ $(0,+\infty)$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៥)គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{2})$, $f(2)$ និង $f(4)$ ។ គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7$ ។

ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ។

៦)គ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយថា $F(x)=5x-\frac{2}{x}-2(x+\frac{1}{x})\ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់កំណត់ដោយខ្សែកោង (C) និងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=1$ និង $x=e$ ។

លំហាត់ទី២៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=2(x-2)+\frac{1-\ln x}{x}$

មានក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ។

១)គណនាលីមីត $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរ។

២)ស្រាយថាបន្ទាត់ $(\Delta): y=2x-4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C)

បើ $x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (Δ) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣)ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\frac{2(x^2-1)+\ln x}{x^2}$ ។

៤)គេតាង $g(x)=2(x^2-1)+\ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ក)ចូរស្រាយថា $g'(x)>0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ខ)គណនា $g(1)$ ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $x\in(1,+\infty)$ ។

៥)ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ចូរទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ

$(0,+\infty)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៦)គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{e})$ និង $f(2)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការ $f(x)=0$ មានឫស

ពីរ α និង β ដែល $\frac{1}{e}<\alpha<1<\beta<2$ ។ គេឲ្យ $\ln 2=0.7$, $e^{-1}=0.4$ ។

ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

លំហាត់ទី២៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=x+\dfrac{1-2\ln x}{4x^2}$ ។

គេតាង (C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.រក $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C) ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): y=x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ខាង $+\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) លើចន្លោះ $(0,+\infty)$ ។

៣.គ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយថា $f'(x)=\dfrac{x^3-1+\ln x}{x^3}$ ។

៤.គេតាង $g(x)=x^3-1+\ln x$ គ្រប់ $x>0$ ។

ក)គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $(0,+\infty)$ ។

ខ)កំណត់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(0,1)$ និង $(1,+\infty)$ ។

៥.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។ គណនា $f(0.5)$ និង $f(2)$ រួចសង់ (C) ។

គេឲ្យ $\ln 2=0.69$ និង $\ln(0.5)=-0.69$ ។

លំហាត់ទី២៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=3x-4-2\ln(e^x+1)+\dfrac{8}{e^x+1}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=3x+4-2\ln(e^x+1)-\dfrac{8e^x}{e^x+1}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y=3x+4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

នៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=x-4-2\ln(1+\dfrac{1}{e^x})+\dfrac{8}{e^x+1}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x-4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

នៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f'(x)=\dfrac{e^{2x}-4e^x+3}{(e^x+1)^2}$ ។

៤.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=e^{2x}-4e^x+3$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.គណនា $f(-2), f(-1), f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1)

និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។

លំហាត់ទី៣០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=2x-1-\ln(e^x+2)+\dfrac{12}{e^x+2}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=2x+5-\ln 2-\ln(\dfrac{1}{2}e^x+1)-\dfrac{6e^x}{e^x+1}$

គណនា $\lim_{x\to-\infty} f(x)$រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់$(d_1): y=2x+5-\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូត ទ្រេតនៃក្រាប(C) កាលណា $x\to-\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង(C)និង(d_1)។

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា$f(x)=x-1-\ln(1+\frac{2}{e^x})+\frac{12}{e^x+2}$ ។

គណនា $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់$(d_2): y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត នៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់$x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f'(x)=\frac{e^{2x}-6e^x+8}{(e^x+2)^2}$ ។

៤.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=e^{2x}-6e^x+8$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.គណនា$f(-1)$ និង$f(2)$រួចសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់(d_1)និង(d_2)។

លំហាត់ទី៣១

គេឲ្យអនុគមន៍fកំណត់លើ$\mathbb{R}$ដោយ $f(x)=3x+2-3\ln(e^x+1)+\frac{4}{e^x+1}$ មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់$x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា$f(x)=3x+6-3\ln(e^x+1)-\frac{4e^x}{e^x+1}$

គណនា $\lim_{x\to-\infty} f(x)$រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់$(d_1): y=3x+6$ ជាអាស៊ីមតូត ទ្រេតនៃក្រាប(C) កាលណា $x\to-\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង(C)និង(d_1)។

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា$f(x)=2-3\ln(1+\frac{1}{e^x})+\frac{4}{e^x+1}$ ។

គណនា $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់$(d_2): y=2$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែ កោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់$x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{3-e^x}{(e^x+1)^2}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x=0$ ។

៥.គណនា $f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T) , (d_1) និង (d_2) ។

លំហាត់ទី៣២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=-2x+3-\dfrac{1-\ln x}{x}$

មានក្រាប (C) ។

១)គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការ

អាស៊ីមតូតឈរ។

២)ស្រាយថាបន្ទាត់ $(\Delta): y=-2x+3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C)

បើ $x\to+\infty$ ។ ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (Δ) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣)ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{2(1-x^2)-\ln x}{x^2}$ ។

៤)គេតាង $g(x)=2(1-x^2)-\ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ក)ចូរស្រាយថា $g'(x)<0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ខ)គណនា $g(1)$ ។

ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $x\in(1,+\infty)$ ។

៥)ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ចូរទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ

$(0,+\infty)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៦)ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

(គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7$, $e^{-1} = 0.4$)។

៧.ដោយប្រើក្រាប(C) ចូរសង់ក្រាប(C') តាងអនុគមន៍ g កំណត់គ្រប់$x > 0$

ដោយ $g(x) = 2x - 3 + \dfrac{1 - \ln x}{x}$ ។

<u>លំហាត់ទី៣៣</u>

គេឲ្យអនុគមន៍f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ដោយ $y = f(x) = 2 - x + \dfrac{1 + 2\ln x}{x}$

(C)ជាខ្សែកោងតំណាងfក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចូរគណនា $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ

នៃក្រាប(C)។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d): y = 2 - x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង

(C)កាលណា $x \to +\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(C)និងអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់វា។

៣.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា$\forall x > 0:\ f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$ ដែល $g(x) = 1 - x^2 - 2\ln x$

៤.ក)គណនា$g'(x)$រួចបញ្ជាក់ថាgជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ$(0,+\infty)$។

ខ)គណនាតម្លៃ$g(1)$រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ$g(x)$លើចន្លោះ$(0,1)$និងនៅលើ

ចន្លោះ $(1,+\infty)$។

៥.គូសតារាងអថេរភាពនៃf។សង់ខ្សែកោង(C)និងអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់វា

៦.ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយ(C)និងអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់វានិងប

ន្ទាត់ឈរពីរ $x = 1$ និង $x = e$ ។

៧.ដោយប្រើខ្សែកោង(C)ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនៃឫសរបស់សមីការ៖

$x^2 + (m-2)x - 1 - 2\ln x = 0$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

លំហាត់ទី៣៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x+3-3\ln(2+e^{-x})+\dfrac{9}{1+2e^{x}}$

មានក្រាប (C) ។

១. $a)$ គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

$b)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(\Delta_1): y=x+3-3\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ខាង $+\infty$ ។

២. $a)$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា ៖

$$f(x)=4(x+3)-3\left[\ln(1+2e^{x})+\frac{6e^{x}}{1+2e^{x}}\right]$$ ។

$b)$ គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ។

$c)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(\Delta_2): y=4(x+3)$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ខាង $-\infty$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (Δ_2) ស្ថិតនៅខាងលើក្រាប (C) ជានិច្ចគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ។

៣. $a)$ ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{4(e^{x}-1)^{2}}{(2e^{x}+1)^{2}}$ ។

$b)$ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

(គេឲ្យ $\ln 3=1.1$)។

៤. ចូរសង់បន្ទាត់ (Δ_1) , (Δ_2) និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

គេឲ្យតម្លៃប្រហែល $f(-2)=1.4$, $f(-1)=2.5$, $f(1)=2.8$ និង $\ln 2=0.7$

www.mathtoday.wordpress.com

ផ្នែកដំណោះស្រាយ

លំហាត់ទី០១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=-x+2+x\ln x$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\ln x$ ។

៣.សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់(T)ប៉ះនឹង(C)ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស$x=e$ ។

៥.ចូរគណនា $f(\frac{1}{2})$ និង $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់(T) ។

៦.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(a)$ នៃផ្ទៃកប្លង់ខណ្ឌដោយ (C) និង (T) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=a$ និង $x=e$ ដែល $0<a<e$ ។ ទាញរកលីមីត $\lim\limits_{a\to0^+} S(a)$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ ៖

យើងមាន $f(x)=-x+2+x\ln x$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(-x+2+x\ln x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x\left(-1+\frac{2}{x}+\ln x\right)\right]=+\infty$

ហើយ $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}(-x+2+x\ln x)=0+2+0=2$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to0^+} x\ln x=0$ ។

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=2$ ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\ln x$ ៖

យើងមាន $f(x)=-x+2+x\ln x$

យើងបាន $f'(x)=-1+\ln x+\frac{1}{x}(x)=-1+\ln x+1=\ln x$

ដូចនេះ $f'(x)=\ln x$ ។

៣.សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x)=\ln x$

.បើ $f'(x)=0$ នោះ $\ln x=0$ សមមូល $x=1$ ។

.បើ $f'(x)<0$ នោះ $\ln x<0$ សមមូល $x\in(0,1)$ ។

.បើ $f'(x)>0$ នោះ $\ln x>0$ សមមូល $x\in(1,+\infty)$ ។

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

ចំពោះ $x=1$ គេបាន $f(1)=-1+2+1\ln 1=1$ ។

៤.សរសេរសមីការបន្ទាត់(T)ប៉ះនឹង(C)ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស $x=e$ ៖

តាមរូបមន្ត $(T): y=f'(e)(x-e)+f(e)$

យើងមាន $f'(e)=\ln e=1$, $f(e)=-e+2+e\ln e=-e+2+e=2$ ។

គេបាន $(T): y=x-e+2$ ។

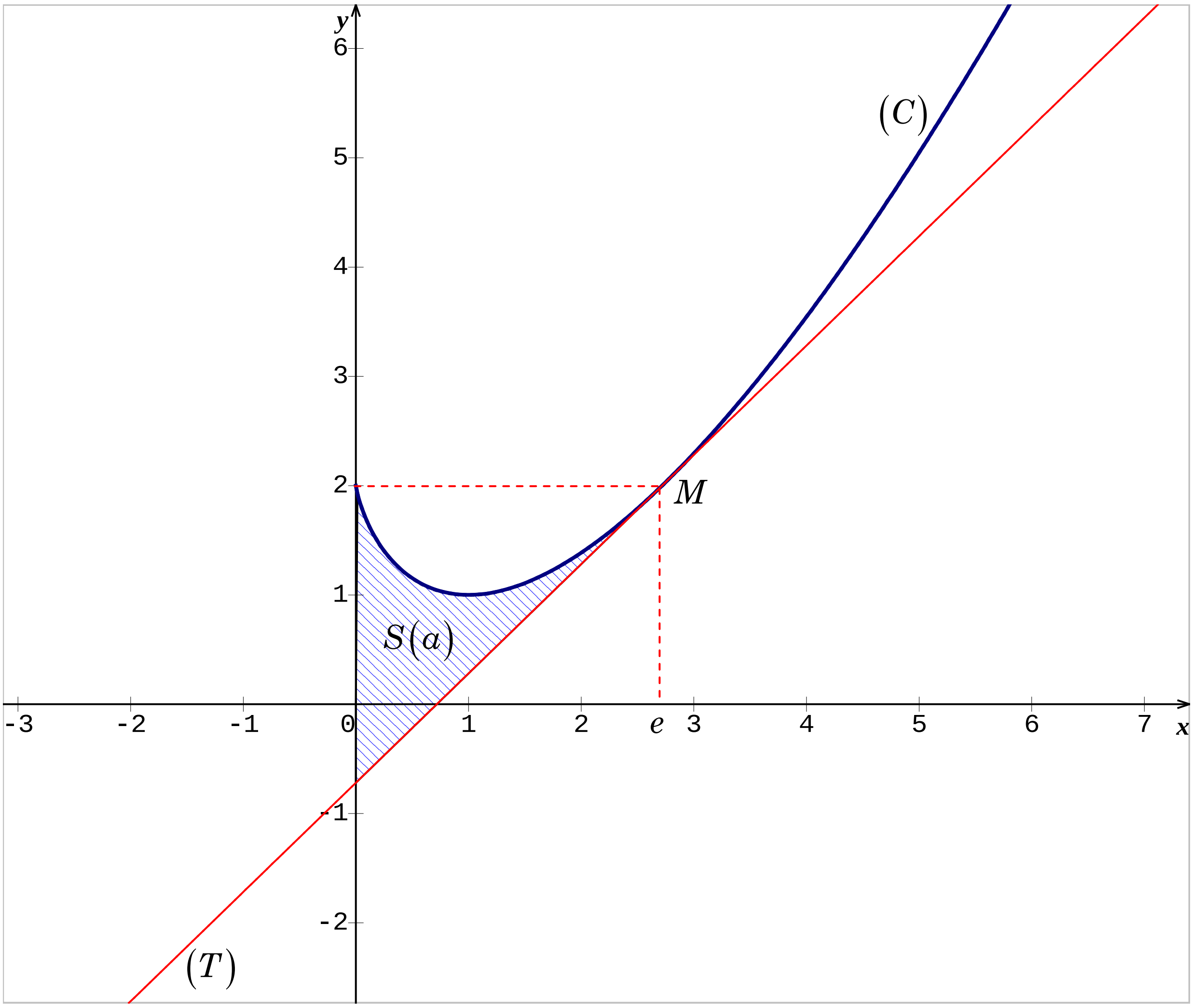
៥.គណនា $f(\frac{1}{2})$ និង $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់(T) ៖

យើងមាន $f(x)=-x+2+x\ln x$

.ចំពោះ $x=\frac{1}{2}$ គេបាន $f(\frac{1}{2})=-\frac{1}{2}+2+\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}(-0.7)=1.15$ ។

.ចំពោះ $x=2$ គេបាន $f(2)=-2+2+2\ln 2=2(0.7)=1.4$ ។

ដូចនេះ $f(0.5)=1.15$, $f(2)=1.4$ ។



៦.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(a)$ ៖

ដោយ $S(a)$ ជាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយ (C) និង (T) និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=a$ និង $x=e$ នោះយើងបាន

$$S(a)=\int_a^e(-x+2+x\ln x-x+e-2)dx=\int_a^e(-2x+e+x\ln x)dx$$

$$=\int_a^e(-2x+e)dx+\int_a^e x\ln x\,dx$$ តាង $\begin{cases}u=\ln x\\ dv=xdx\end{cases}$ នោះ $\begin{cases}du=\dfrac{1}{x}dx\\ v=\dfrac{x^2}{2}\end{cases}$

គេបាន $S(a)=\left[-x^2+ex\right]_a^e+\left[\frac{x^2}{2}\ln x\right]_a^e-\frac{1}{2}\int_a^e xdx$

$$=\left[(-e^2+e^2)-(-a^2+ea)\right]+\left[\frac{e^2}{2}-\frac{a^2}{2}\ln a\right]-\frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_a^e$$

$$=a^2-ea+\frac{e^2}{2}-\frac{a^2}{2}\ln a-\frac{1}{4}\left(e^2-a^2\right)$$

$$=\frac{5}{4}a^2-ea+\frac{1}{4}e^2-\frac{a^2}{2}\ln a$$

ដូចនេះ $S(a)=\frac{1}{4}\left(5a^2-4ea+e^2-2a^2\ln a\right)$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា) ។

ទាញរកលីមីត $\lim_{a\to0^+}S(a)$ ៖

យើងបាន $\lim_{a\to0^+}S(a)=\frac{1}{4}\lim_{a\to0^+}\left(5a^2-4ea+e^2-2a^2\ln a\right)=\frac{e^2}{4}$ ។

ដូចនេះ $\lim_{a\to0^+}S(a)=\frac{e^2}{4}$ ព្រោះ $\lim_{a\to0^+}\left(a^2\ln a\right)=0$ ។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី០២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=1+\dfrac{3\ln x}{x}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{3(1-\ln x)}{x^2}$ ។

៣.សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹង (C) ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស $x=1$ ។

៥.ចូរគណនា $f(\frac{1}{2})$ និង $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (T) ។

៦.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(b)$ នៃផ្ទៃកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) និង $(d): y=1$ និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=1$ និង $x=b$ ដែល $b>1$ ។

កំណត់តម្លៃ b ដើម្បីឲ្យ $S(b)=6$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតឈរនិងសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ៖

យើងមាន $f(x)=1+\dfrac{3\ln x}{x}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{3\ln x}{x}\right)=1$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\ln x}{x}\right)=0$ ។

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ នោះបន្ទាត់ $y=1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

យើងបាន $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(1+\dfrac{3\ln x}{x}\right)=-\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\dfrac{\ln x}{x}\right)=-\infty$ ។

ដោយ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{3(1-\ln x)}{x^2}$ ៖

យើងមាន $f(x)=1+\frac{3\ln x}{x}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $(0,+\infty)$

យើងបាន $f'(x)=\frac{3(\ln x)'x-3(x)'\ln x}{x^2}=\frac{3-3\ln x}{x^2}=\frac{3(1-\ln x)}{x^2}$

ដូចនេះ $f'(x)=\frac{3(1-\ln x)}{x^2}$ គ្រប់ $x>0$ ។

៣.សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x)=\frac{3(1-\ln x)}{x^2}$ គ្រប់ $x>0$ មានសញ្ញាដូច $1-\ln x$ ។

.បើ $f'(x)=0$ នោះ $1-\ln x=0$ សមមូល $x=e$ ។

.បើ $f'(x)<0$ នោះ $1-\ln x<0$ សមមូល $x\in(e,+\infty)$ ។

.បើ $f'(x)>0$ នោះ $1-\ln x>0$ សមមូល $x\in(0,e)$ ។

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$1+\frac{3}{e}$	↘	1

$f(e)=1+\frac{3}{e}=1+3(0.4)=2.2$ ។

៤.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹង (C) ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស $x=1$ ៖

តាមរូបមន្ត $(T): y=f'(1)(x-1)+f(1)$

គេមាន $f'(1)=\frac{3(1-\ln 1)}{1^2}=3$ និង $f(1)=1+\frac{3\ln 1}{1}=1$ ។

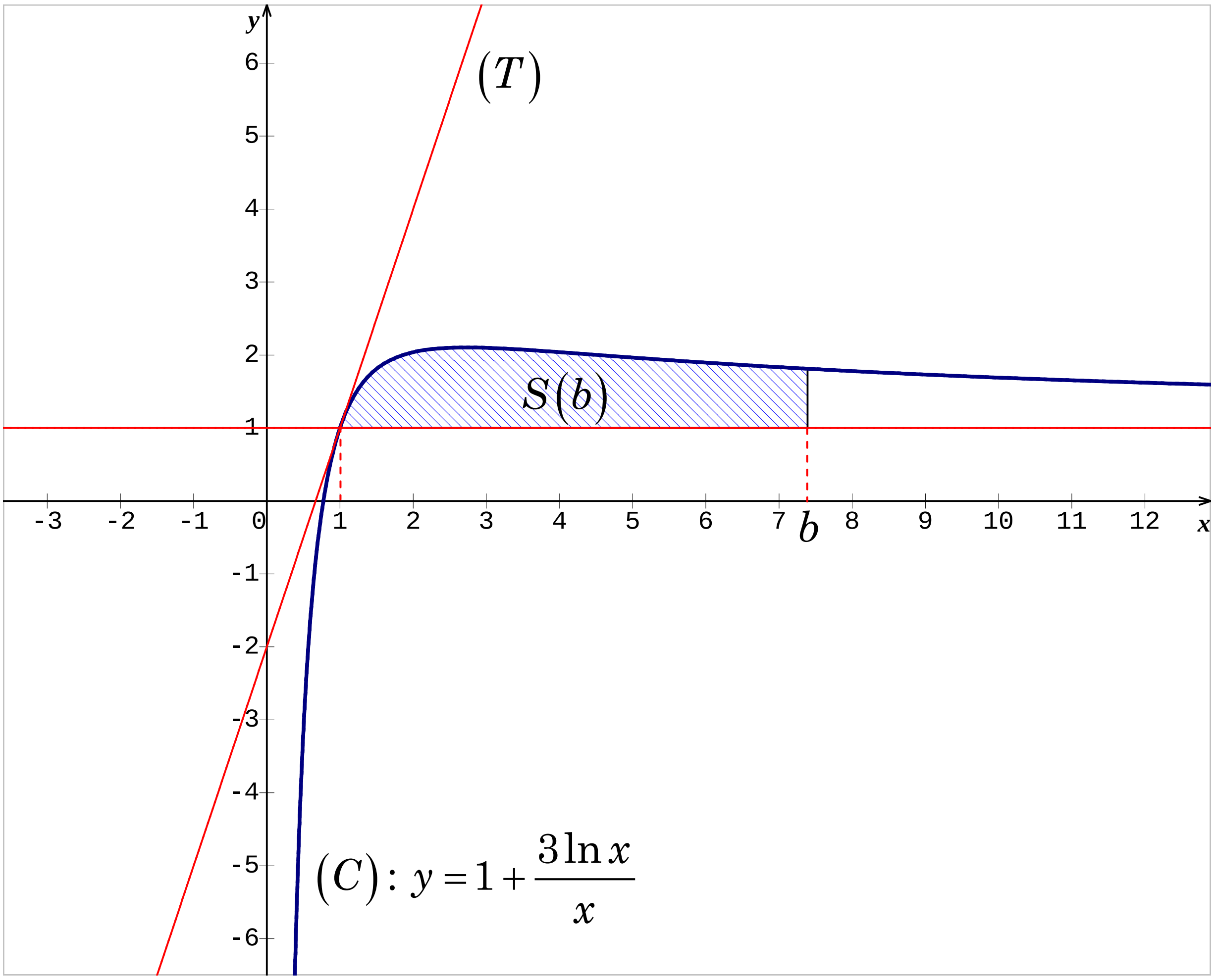
ដូចនេះ$(T): y=3(x-1)+1=3x-2$ ។

៨.គណនា $f(\frac{1}{2})$ និង $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់(T) ៖

យើងមាន $f(x)=1+\frac{3\ln x}{x}$

ចំពោះ $x=\frac{1}{2}$ គេបាន $f(\frac{1}{2})=1+6\ln\frac{1}{2}=1+6(-0.7)=-3.2$ ។

ចំពោះ $x=2$ គេបាន $f(2)=1+\frac{3\ln 2}{2}=1+\frac{3(0.7)}{2}=2.05$ ។



៦.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(b)$ នៃផ្ទៃកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយ (C) និង $(d): y=1$ និងបន្ទាត់ឈរពីរ

$x=1$ និង $x=b$ ដែល $b>1$៖

យើងបាន $S(b)=\int_1^b[f(x)-1]dx$

$$=\int_1^b \frac{3\ln x}{x}dx=\frac{3}{2}\left[(\ln x)^2\right]_1^b=\frac{3}{2}(\ln b)^2$$

ដូចនេះ $S(b)=\frac{3}{2}(\ln b)^2$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា) ។

កំណត់តម្លៃ b ដើម្បីឲ្យ $S(b)=6$ ៖

យើងបាន $S(b)=\frac{3}{2}(\ln b)^2=6$

សមមូល $(\ln b)^2=4$

សមមូល $(\ln b-2)(\ln b+2)=0$

គេទាញ $\left[\begin{array}{l}\ln b=2\\ \ln b=-2\end{array}\right.$ សមមូល $\left[\begin{array}{l}b=e^2\\ b=e^{-2}\end{array}\right.$ ដោយ $b>1$ នោះ $b=e^{-2}<1$ មិនយក

ដូចនេះ $b=e^2$ ។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី០៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=2\left(1-\dfrac{4\ln x}{x^2}\right)$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{8(2\ln x-1)}{x^3}$ ។

៣.សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹង (C) ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស $x=1$ ។

៥.ចូរគណនា $f(2)$ និង $f(4)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (T) ។

៦.គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយ (C) និង $(d): y=2$ និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=1$ និង $x=e$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ៖

យើងមាន $f(x)=2\left(1-\dfrac{4\ln x}{x^2}\right)$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\left[2\left(1-\dfrac{4\ln x}{x^2}\right)\right]=+\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to0^+}\ln x=-\infty$ ។

ដោយ $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=+\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

យើងបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[2\left(1-\dfrac{4\ln x}{x^2}\right)\right]=2$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^2}=0$ ។

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ នោះបន្ទាត់ $y=2$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{8(2\ln x-1)}{x^3}$ ៖

យើងមាន $f(x)=2\left(1-\frac{4\ln x}{x^2}\right)$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $(0,+\infty)$

យើងបាន $f'(x)=-8\frac{(\ln x)'x^2-(x^2)'\ln x}{x^4}=-8\frac{x-2x\ln x}{x^4}=\frac{8(2\ln x-1)}{x^3}$

ដូចនេះ $f'(x)=\frac{8(2\ln x-1)}{x^3}$ ។

៣.សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x)=\frac{8(2\ln x-1)}{x^3}$ មានសញ្ញាដូច $2\ln x-1$ គ្រប់ $x>0$ ។

.បើ $f'(x)=0$ នោះ $2\ln x-1=0$ សមមូល $x=\sqrt{e}$ ។

.បើ $f'(x)>0$ នោះ $2\ln x-1>0$ សមមូល $x\in\left(\sqrt{e},+\infty\right)$ ។

.បើ $f'(x)<0$ នោះ $2\ln x-1<0$ សមមូល $x\in\left(0,\sqrt{e}\right)$ ។

ចំពោះ $x=\sqrt{e}$ នោះ $f\left(\sqrt{e}\right)=2\left(1-\frac{2}{e}\right)=2(1-0.8)=0.4$ ។

x	0		$\sqrt{e}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↘	0.4	↗	2

៤.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹង (C) ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស $x=1$

តាមរូបមន្ត $(T): y=f'(1)(x-1)+f(1)$

យើងមាន $f'(1)=\dfrac{8(2\ln 1-1)}{1^3}=-8$ និង $f(1)=2\left(1-\dfrac{4\ln 1}{1^2}\right)=2$

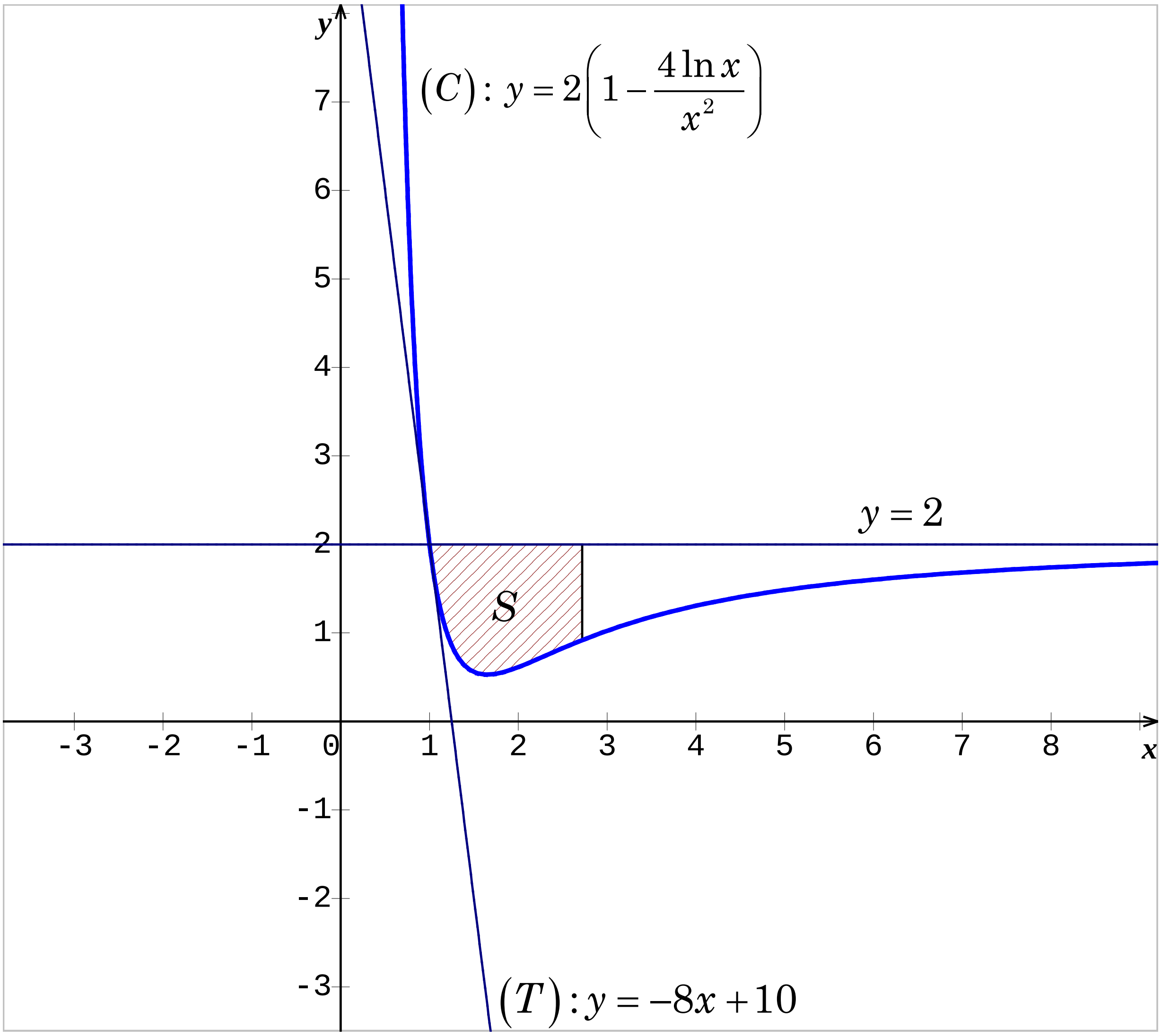
គេបាន $(T): y=-8(x-1)+2=-8x+10$ ។

ង.គណនា $f(2)$ និង $f(4)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (T) ៖

ចំពោះ $x=2$ គេបាន $f(2)=2\left(1-\dfrac{4\ln 2}{4}\right)=2(1-0.7)=0.6$ ។

ចំពោះ $x=4$ គេបាន $f(4)=2\left(1-\dfrac{4\ln 4}{16}\right)=2\left(1-\dfrac{0.7}{2}\right)=1.3$ ។

ដូចនេះ $f(2)=0.6$ និង $f(4)=1.3$ ។



៦.គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយ (C) និង $(d): y=2$ និងបន្ទាត់ឈរពីរ

$x=1$ និង $x=e$ ៖

យើងបាន $S=\int_1^e\left[2-2\left(1-\frac{4\ln x}{x^2}\right)\right]dx=8\int_1^e\frac{\ln x}{x^2}dx$

តាង $\begin{cases}u=\ln x\\ dv=\frac{dx}{x^2}\end{cases}$ នោះ $\begin{cases}du=\frac{1}{x}dx\\ v=-\frac{1}{x}\end{cases}$

យើងបាន $S=8\left[-\frac{\ln x}{x}\right]_1^e+8\int_1^e\frac{dx}{x^2}=-\frac{8}{e}+8\left[-\frac{1}{x}\right]_1^e$

$$=-\frac{8}{e}-\frac{8}{e}+8=8\left(1-\frac{2}{e}\right)$$

ដូចនេះ $S=8\left(1-\frac{2}{e}\right)=8(1-0.8)=1.6$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា) ។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី០៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=1+\dfrac{10\ln x}{x^3}$

(C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{10(1-3\ln x)}{x^4}$ ។

៣.សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.ចូរគណនា $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) ។

៥.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(b)$ នៃផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយ (C) និង $(d): y=1$ និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=1$ និង $x=b$ ដែល $b>1$ ។ រក $\lim\limits_{b\to+\infty} S(b)$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ៖

យើងមាន $f(x)=1+\dfrac{10\ln x}{x^3}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{10\ln x}{x^3}\right)=1$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^3}=0$

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ នោះបន្ទាត់ $y=1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(1+\dfrac{10\ln x}{x^3}\right)=-\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to0^+}\ln x=-\infty$ ។

ដោយ $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=-\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=0$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{10(1-3\ln x)}{x^4}$

យើងមាន $f(x)=1+\dfrac{10\ln x}{x^3}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើចន្លោះ $(0,+\infty)$

យើងបាន $f'(x)=\dfrac{10\left[(\ln x)'x^3-(x^3)'\ln x\right]}{x^6}=\dfrac{10(x^2-3x^2\ln x)}{x^6}$

$=\dfrac{10x^2(1-3\ln x)}{x^6}=\dfrac{10(1-3\ln x)}{x^4}$ ។

ដូចនេះ $f'(x)=\dfrac{10(1-3\ln x)}{x^4}$ ។

៣.សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x)=\dfrac{10(1-3\ln x)}{x^4}$ មានសញ្ញាដូច $1-3\ln x$ គ្រប់ $x>0$ ។

.បើ $f'(x)=0$ នោះ $1-3\ln x=0$ សមមូល $x=\sqrt[3]{e}$ ។

.បើ $f'(x)>0$ នោះ $1-3\ln x>0$ សមមូល $x\in(0,\sqrt[3]{e})$ ។

.បើ $f'(x)<0$ នោះ $1-3\ln x<0$ សមមូល $x\in\left(\sqrt[3]{e},+\infty\right)$ ។

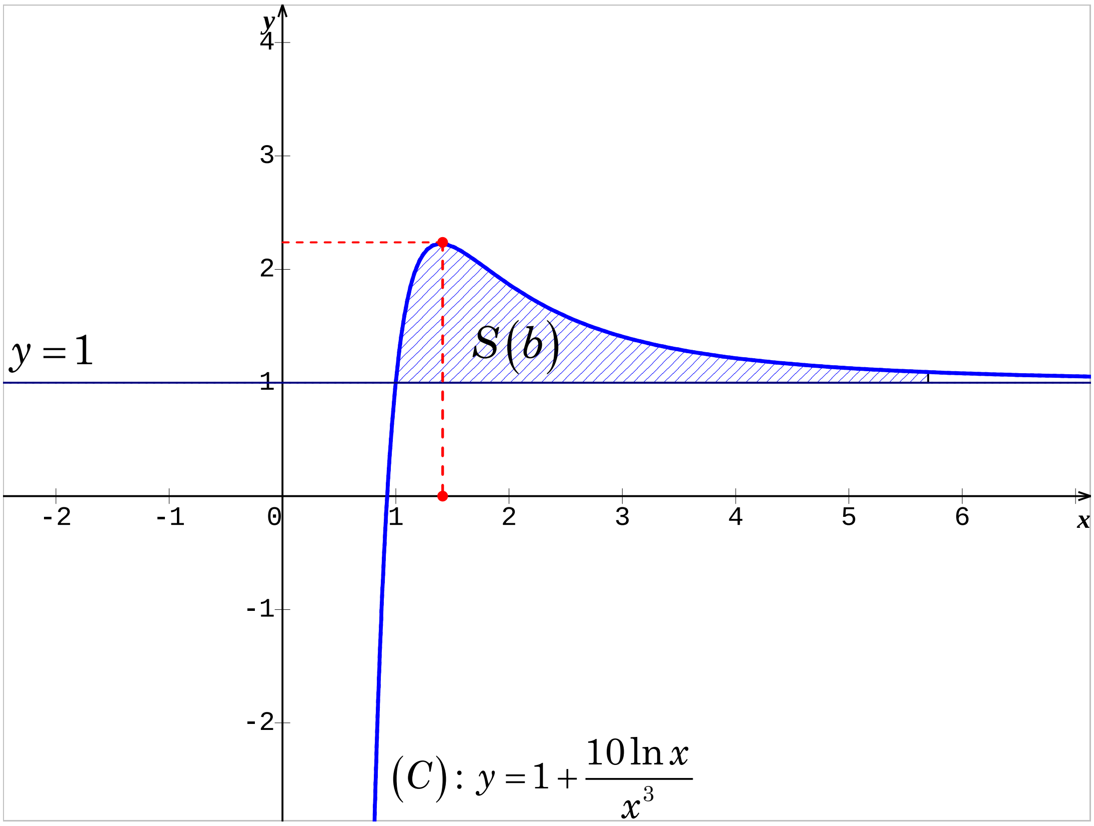
x	0		$\sqrt[3]{e}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2.23	↘	1

ចំពោះ $x=\sqrt[3]{e}$ នោះ $f(\sqrt[3]{e})=1+\dfrac{10}{3e}=2.23$ ។

៤.គណនា $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) ៖

ចំពោះ $x=2$ នោះ $f(2)=1+\dfrac{10\ln 2}{8}=1.87$ ។

សង់ក្រាប $(C): y = 1 + \dfrac{10\ln x}{x^3}$



៨.គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(b)$ នៃផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយ (C) និង $(d): y = 1$ និងបន្ទាត់ឈរពីរ

$x = 1$ និង $x = b$ ដែល $b > 1$ ៖

យើងបាន $S = \int_1^b \dfrac{10\ln x}{x^3}dx$ តាង $\begin{cases} u = 10\ln x \\ dv = \dfrac{dx}{x^3} \end{cases}$ នោះ $\begin{cases} du = \dfrac{10dx}{x} \\ v = -\dfrac{1}{2x^2} \end{cases}$

យើងបាន $S(b) = \left[-\dfrac{5\ln x}{x^2}\right]_1^b + 5\int_1^b \dfrac{dx}{x^3} = -\dfrac{5\ln b}{b^2} - \dfrac{5}{2}\left[\dfrac{1}{x^2}\right]_1^b$

ដូចនេះ $S(b) = -\dfrac{5\ln b}{b^2} - \dfrac{5}{2}\left(\dfrac{1}{b^2} - 1\right) = \dfrac{5}{2} - \dfrac{5}{2b^2} - \dfrac{5\ln b}{b^2}$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា)។

ហើយ $\lim\limits_{b\to+\infty} S(b) = \lim\limits_{b\to+\infty}\left(\dfrac{5}{2} - \dfrac{5}{2b^2} - \dfrac{5\ln b}{b^2}\right) = \dfrac{5}{2}$ ។

លំហាត់ទី០៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $y=f(x)=\frac{3}{2}x-2+\frac{1-2\ln x}{2x}$

មានក្រាបតំណាង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.ចូរគណនា $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to0^+} f(x)$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.$a)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=\frac{3}{2}x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C)

កាលណា $x\to+\infty$ ។

$b)$ ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) ធៀបទៅនឹងខ្សែកោង (C) ។

៣.$a)$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{3(x^2-1)+2\ln x}{2x^2}$ ។

$b)$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេយក $g(x)=3(x^2-1)+2\ln x$ ។ គណនា $g'(x)$

រួចបង្ហាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើចន្លោះ $(0,+\infty)$ ។

$c)$ គណនា $g(1)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(0,1)$ និង $(1,+\infty)$

$d)$ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គេយក $\frac{1}{e}\approx 0.4$ ។គណនាតម្លៃនៃ $f'(\sqrt{e})$ រួចទាញរកសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះ

នឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x=\sqrt{e}$ ។

៥.គណនា $f(\frac{1}{e})$,$f(2)$ និង $f(e)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) និង (T)

ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។ (គេយក $\ln 2=0.7$, $\sqrt{e}=1.6$ និង $e=2.72$)

ដំណោះស្រាយ

១.គណនា $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ ៖

គេមាន $y = f(x) = \frac{3}{2}x - 2 + \frac{1-2\ln x}{2x}$

យើងបាន $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{3}{2}x - 2 + \frac{1-2\ln x}{2x}\right] = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}\frac{1-2\ln x}{2x} = 0$

ហើយ $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}\left[\frac{3}{2}x - 2 + \frac{1-2\ln x}{2x}\right] = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to 0^+}\frac{1-2\ln x}{2x} = +\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ៖

ដោយ $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ នោះបន្ទាត់ $x = 0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.$a)$ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = \frac{3}{2}x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត (C) បើ $x \to +\infty$ ៖

យើងមាន $(C): f(x) = \frac{3}{2}x - 2 + \frac{1-2\ln x}{2x}$ និង $(d): y = \frac{3}{2}x - 2$

យើងបាន $f(x) - y_d = \frac{1-2\ln x}{2x}$ ដោយ $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x) - y_d\right] = \lim_{x\to+\infty}\frac{1-2\ln x}{2x} = 0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d): y = \frac{3}{2}x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \to +\infty$ ។

$b)$ ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) ធៀបទៅនឹងខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) - y_d = \frac{1-2\ln x}{2x}$ មានសញ្ញាដូច $1 - 2\ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

.បើ $1 - 2\ln x = 0$ សមមូល $x = \sqrt{e}$ នោះបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) ប្រសព្វគ្នានៅ

ត្រង់ចំណុច $A\left(\sqrt{e},\frac{3}{2}\sqrt{e}-2\right)$ ។

.បើ $1-2\ln x<0$ សមមូល $x\in\left(\sqrt{e},+\infty\right)$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅពីក្រោម (d) ។

.បើ $1-2\ln x>0$ សមមូល $x\in\left(-\infty,\sqrt{e}\right)$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅពីលើ (d) ។

៣. $a)$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{3(x^2-1)+2\ln x}{2x^2}$ ៖

យើងមាន $f(x)=\dfrac{3}{2}x-2+\dfrac{1-2\ln x}{2x}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $(0,+\infty)$

យើងបាន $f'(x)=\dfrac{3}{2}+\dfrac{-2(\frac{1}{x})x-(1-2\ln x)}{2x^2}=\dfrac{3}{2}+\dfrac{-2-1+2\ln x}{2x^2}$

$$=\frac{3}{2}+\frac{-3+2\ln x}{2x^2}=\frac{3x^2-3+2\ln x}{2x^2}$$

ដូចនេះ $f'(x)=\dfrac{3(x^2-1)+2\ln x}{2x^2}$ ។

$b)$ គណនា $g'(x)$ រួចបង្ហាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើចន្លោះ $(0,+\infty)$

ចំពោះគ្រប់ $x>0$ យើងមាន $g(x)=3(x^2-1)+2\ln x$

យើងបាន $g'(x)=6x+\dfrac{2}{x}=\dfrac{2(3x^2+1)}{x}$ ។

ដោយ $g'(x)=\dfrac{2(3x^2+1)}{x}>0$ ចំពោះគ្រប់ $x\in(0,+\infty)$ នោះបញ្ជាក់ថាអនុគមន៍ g កើនជានិច្ចលើចន្លោះ $(0,+\infty)$ ។

$c)$ គណនា $g(1)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(0,1)$ និង $(1,+\infty)$ ៖

យើងមាន $g(x)=3(x^2-1)+2\ln x$

ចំពោះ $x=1$ គេបាន $g(1)=3(1^2-1)+2\ln 1=0$ ។ដូចនេះ $g(1)=0$ ។

តារាងអថេរភាពនៃ g :

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$+$	
$g(x)$		↗	0	↗	

ដោយ g ជាអនុគមន៍កើនលើ $(0,+\infty)$ និង $g(1)=0$ នោះយើងអាចបញ្ជាក់នូវសញ្ញានៃ $g(x)$ ដូចតទៅ ៖

ចំពោះ $x\in(0,+1)$ នោះ $g(x)<0$ និងចំពោះ $x\in(1,+\infty)$ នោះ $g(x)>0$ ។

$d)$ **គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ៖**

ដោយ $f'(x)=\dfrac{3(x^2-1)+2\ln x}{2x^2}=\dfrac{g(x)}{2x^2}$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ គ្រប់ $x\in(0,+\infty)$ នោះយើងអាចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ដូចខាងក្រោម៖

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

ចំពោះ $x=1$ គេបាន $f(1)=0$ ។

៤.គណនាតម្លៃនៃ $f'(\sqrt{e})$ រួចទាញរកសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x=\sqrt{e}$

យើងមាន $f'(x)=\dfrac{3(x^2-1)+2\ln x}{2x^2}$

ចំពោះ $x=\sqrt{e}$ នោះ $f'(\sqrt{e})=\dfrac{3(e-1)+2\ln\sqrt{e}}{2e}=\dfrac{3e-3+1}{2e}=\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{e}$

ដោយ $\dfrac{1}{e}\approx 0.4$ ដូចនេះ $f'(\sqrt{e})=1.5-0.4=1.1$ ។

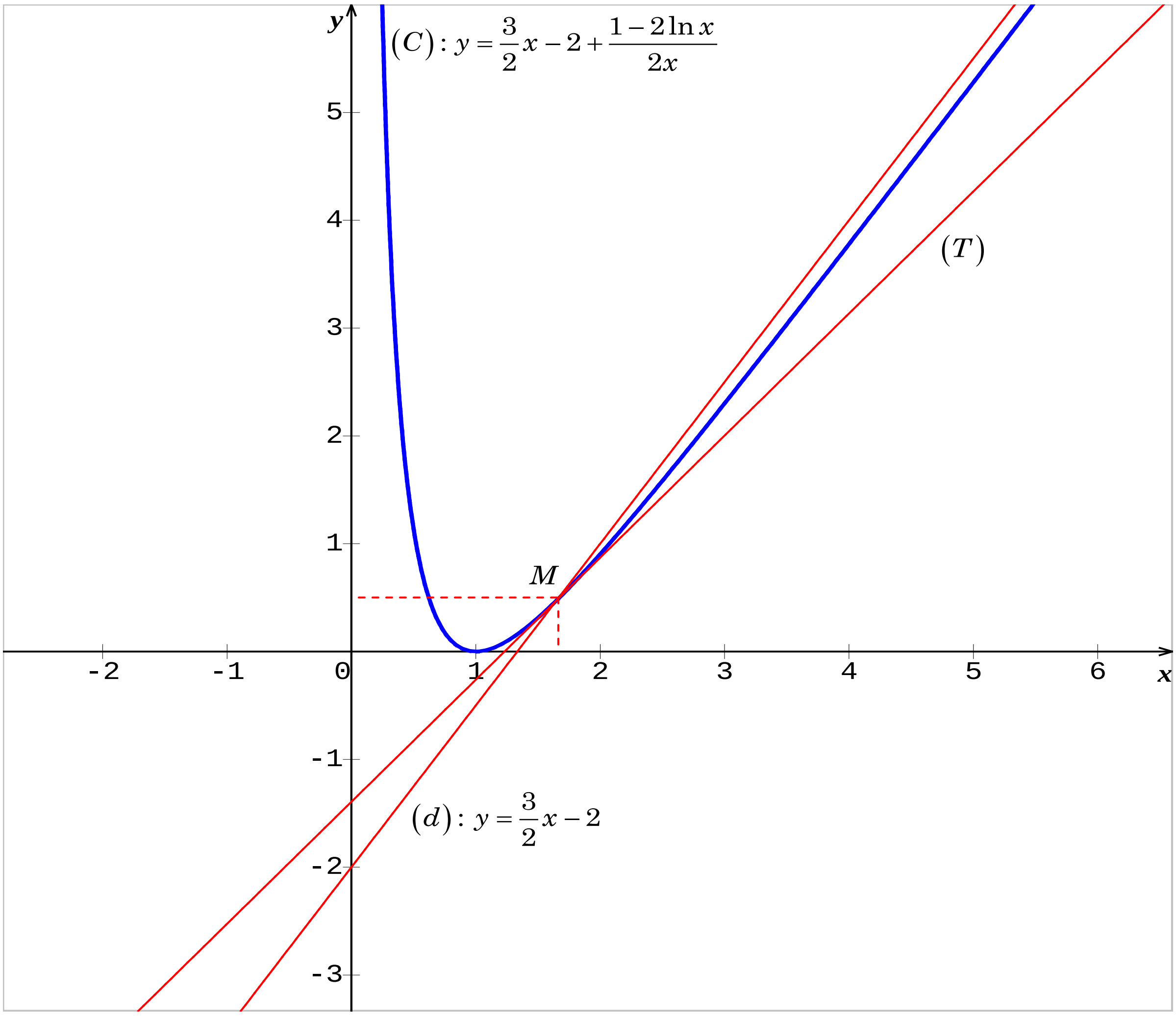
សមីការបន្ទាត់ប៉ះ $(T):\ y=f'(\sqrt{e})(x-\sqrt{e})+f(\sqrt{e})$ ដោយ $f(\sqrt{e})=\dfrac{3\sqrt{e}}{2}-2$

គេបាន $(T):y=1.1(x-\sqrt{e})+1.5\sqrt{e}-2=1.1x+0.4\sqrt{e}-2$ ។

ឆ.គណនា $f(\dfrac{1}{e})$,$f(2)$ និង $f(e)$ រួចសង់ខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់ (d) និង (T) ៖

យើងបាន $f(\dfrac{1}{e})=\dfrac{3}{2}(0.4)-2+\dfrac{1+2}{2(0.4)}=2.35$ ។

ហើយ $f(2)=3-2+\dfrac{1-\ln 2}{4}=1.08$ និង $f(e)=\dfrac{3e}{2}-2+\dfrac{1-2\ln e}{2e}=1.88$ ។



លំហាត់ទី០៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=x+2\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៅចុងដែនកំណត់របស់វា។ ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរពីររបស់ខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y=x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C)។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d) លើចន្លោះ $(-\infty,0)$ និង $(1,+\infty)$

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x នៃចន្លោះ $(-\infty,0)$ និង $(1,+\infty)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖ $f'(x)=\frac{(x+1)(x-2)}{x(x-1)}$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងឡាយស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ដោយដឹងថាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង $\frac{2}{3}$។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(1,\frac{1}{2})$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

៦.គណនា $f(-2)$ និង $f(3)$ រួចសង់បន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១.រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៅចុងដែនកំណត់របស់វា៖

គេមាន $f(x)=x+2\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ អនុគមន៍នេះមានន័យលុះត្រាតែ $\frac{x}{x-1}>0$

x	$-\infty$	0		1	$+\infty$
$\frac{x}{x-1}>0$	$+$	0	$-$	‖	$+$

ដូចនេះដែនកំណត់នៃអនុគមន៍គឺ $D_f = (-\infty\ ,\ 0) \cup (1, +\infty)$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to \pm\infty}\left[x + 2\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)\right] = \pm\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right) = 0$ ។

$\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^-}\left[x + 2\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)\right] = -\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x \to 0^-} \ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right) = -\infty$ ។

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+}\left[x + 2\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)\right] = +\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x \to 1^+} \ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right) = +\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរពីររបស់ខ្សែកោង (C) ៖

ដោយ $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = -\infty$ និង $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$ នោះបន្ទាត់ $x = 0$ និង $x = 1$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ៖

យើងមាន $(C): f(x) = x + 2\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$ និង $(d): y = x$

យើងបាន $f(x) - y_d = \left[x + 2\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)\right] - x = 2\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$

ដោយ $\lim\limits_{x \to \pm\infty}[f(x) - y_d] = \lim\limits_{x \to \pm\infty}\left[2\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)\right] = 2\ln 1 = 0$ នោះបញ្ជាក់ថា បន្ទាត់ $(d): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d) លើចន្លោះ $(-\infty, 0)$ និង $(1, +\infty)$ ៖

យើងមាន $f(x) - y_d = 2\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$

ចំពោះ $x \in (-\infty, 0)$ គេមាន $x > x - 1$ នោះ $0 < \dfrac{x}{x-1} < 1$ (ព្រោះ $x - 1 < 0$)

គេទាញបាន $f(x) - y_d = 2\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right) < 0$ នោះបញ្ជាក់ថាខ្សែកោង (C) តាង f

ស្ថិតនៅពីខាងក្រោមបន្ទាត់ (d) លើចន្លោះ $x\in(-\infty,0)$ ។

ចំពោះ $x\in(1,+\infty)$ គេមាន $x>x-1$ នោះ $\frac{x}{x-1}>1$ (ព្រោះ $x-1>0$)

គេទាញបាន $f(x)-y_d=2\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)>0$ នោះបញ្ជាក់ថាខ្សែកោង (C) តាង f

ស្ថិតនៅពីខាងលើបន្ទាត់ (d) លើចន្លោះ $x\in(1,+\infty)$ ។

៣.ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{(x+1)(x-2)}{x(x-1)}$

យើងបាន $f'(x)=1+2\dfrac{\frac{(x)'(x-1)-x(x-1)'}{(x-1)^2}}{\frac{x}{x-1}}=1-\frac{2}{x(x-1)}=\frac{x^2-x-2}{x(x-1)}$

ដោយ $x^2-x-2=x^2+x-2x-2=x(x+1)-2(x+1)=(x+1)(x-2)$

ដូចនេះ $f'(x)=\frac{(x+1)(x-2)}{x(x-1)}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f=(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$ គេមាន $x(x-1)>0$ នោះកន្សោម

$f'(x)=\frac{(x+1)(x-2)}{x(x-1)}$ ប្រែប្រួលសញ្ញាទៅតាមភាគយក $(x+1)(x-2)$ ។

បើ $f'(x)=\frac{(x+1)(x-2)}{x(x-1)}=0$ សមមូល $(x+1)(x-2)=0$

គេទាញបានឫស $x_1=-1$, $x_2=2$ ។

x	$-\infty$	-1		0		1		2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	‖	(shaded)	‖	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	-2.38	↘ $-\infty$	‖	(shaded)	‖ $+\infty$	↘	3.38	↗ $+\infty$

ចំពោះ $x=-1$ នោះ $f(-1)=-1+2\ln(\frac{1}{2})=-1-2(0.69)=-2.38$ ។

ចំពោះ $x=2$ នោះ $f(2)=2+2\ln 2=2+2(0.69)=3.38$ ។

៨.រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងឡាយស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ៖

តាង x_0 ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុចស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ហើយដោយដឹងថា

បន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំណុចនេះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ គេបាន $f'(x_0)=\frac{2}{3}$

សមមូល $\frac{(x_0+1)(x_0-2)}{x_0(x_0-1)}=\frac{2}{3}$

សមមូល $3(x_0{}^2-x_0-2)=2(x_0{}^2-x_0)$

សមមូល $x_0{}^2-x_0-6=0$

សមមូល $(x_0+2)(x_0-3)=0$ នោះ $x_0'=-2$, $x_0''=3$ ។

៩.ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ៖

យើងមាន $f(x)=x+2\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$

តាមរូបមន្ត $f(2a-x_0)+f(x_0)=2b$ នោះដើម្បីស្រាយថា $I(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ ជាផ្ចិតឆ្លុះ

នៃខ្សែកោង (C) គេត្រូវស្រាយឲ្យឃើញថា $\forall x_0\in D_f: f(1-x_0)+f(x_0)=1$

គេមាន $f(1-x_0)=1-x_0+2\ln\left(\frac{1-x_0}{-x_0}\right)=1-x_0-2\ln\left(\frac{x_0}{x_0-1}\right)$

ហើយ $f(x_0)=x_0+2\ln\left(\frac{x_0}{x_0-1}\right)$ នោះគេបាន $f(1-x_0)+f(x_0)=1$ ពិត

ដូចនេះ $I(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

៦.គណនា $f(-2)$ និង $f(3)$ រួចសង់បន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖

(គេយក $\ln 2 = 0.69$ និង $\ln 3 = 1.10$)។

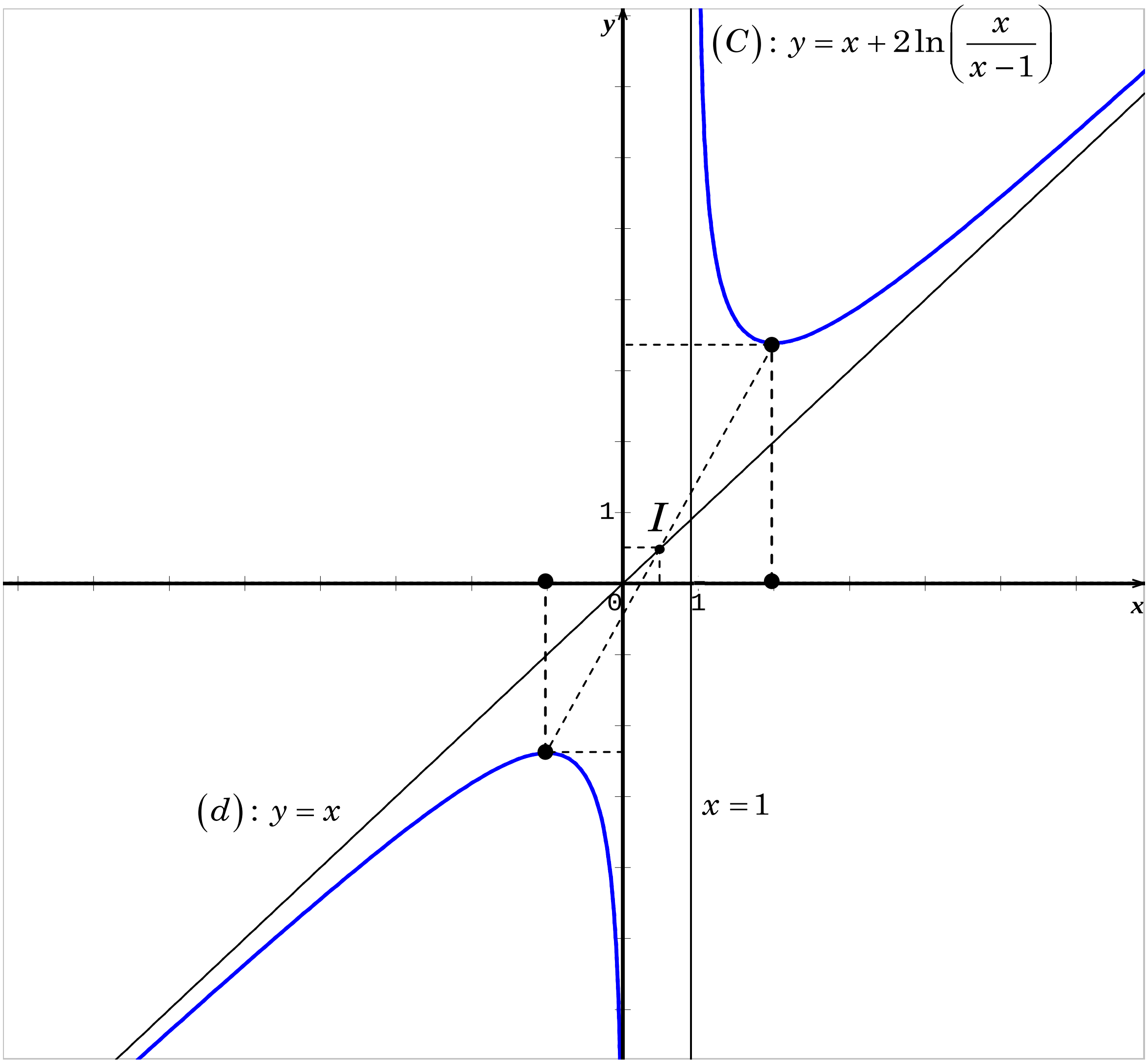
ចំពោះ $x = -2$ នោះគេបាន ៖

$f(-2) = -2 + 2(\ln 2 - \ln 3) = -2 + 2(0.69 - 1.10) = -2.82$ ។

ចំពោះ $x = 3$ នោះគេបាន ៖

$f(3) = 3 + 2\left(\ln 3 - \ln 2\right) = 3 + 2(1.10 - 0.69) = 3.82$ ។

ដូចនេះ $f(-2) = -2.82$, $f(3) = 3.82$ ។



លំហាត់ទី០៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\frac{2}{3}x-\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៅចុងដែនកំណត់របស់វា។ ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរពីររបស់ខ្សែកោង (C) ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y=\frac{2x}{3}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C)។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d) លើចន្លោះ $(-\infty,-1)$ និង $(1,+\infty)$។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x នៃចន្លោះ $(-\infty,-1)$ និង $(1,+\infty)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$f'(x)=\frac{2(x+2)(x-2)}{3(x+1)(x-1)}$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងឡាយស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ដោយដឹងថាបន្ទាត់ ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $\frac{5}{12}$។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគល់ O ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

៦.គណនា $f(-3)$ និង $f(3)$ រួចសង់បន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១.រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៅចុងដែនកំណត់របស់វា៖

គេមាន $f(x)=\frac{2}{3}x-\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ អនុគមន៍នេះមានន័យលុះត្រាតែ $\frac{x-1}{x+1}>0$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$\frac{x-1}{x+1}>0$	$+$	0 $-$	‖	$+$

ដូចនេះដែនកំណត់នៃអនុគមន៍គឺ $D_f = (-\infty\ ,-1)\cup(1,+\infty)$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[\frac{2x}{3} - \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right] = \pm\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 0$ ។

$\lim\limits_{x\to-1^-} f\left(x\right) = \lim\limits_{x\to-1^-}\left[\frac{2x}{3} - \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right] = -\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to-1^-}\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = +\infty$ ។

$\lim\limits_{x\to1^+} f\left(x\right) = \lim\limits_{x\to1^+}\left[\frac{2x}{3} - \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right] = +\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to1^+}\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈររពីររបស់ខ្សែកោង (C) ៖

ដោយ $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x) = -\infty$ និង $\lim\limits_{x\to1^+} f\left(x\right) = +\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=-1$ និង $x=1$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y=\frac{2x}{3}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ៖

យើងមាន $(C): f\left(x\right) = \frac{2}{3}x - \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ និង $(d): y=\frac{2x}{3}$

យើងបាន $f(x)-y_d = \left[\frac{2}{3}x - \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right] - \frac{2}{3}x = -\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

ដោយ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-y_d\right] = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[-\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right] = -\ln 1 = 0$ នោះបញ្ជាក់ថា បន្ទាត់ $(d): y=\frac{2}{3}x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d) លើចន្លោះ $(-\infty,-1)$ និង $(1,+\infty)$ ៖

យើងមាន $f(x)-y_d = -\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

បើ $x\in(-\infty,-1)$ គេមាន $x+1 > x-1$ នោះ $0 < \frac{x+1}{x-1} < 1$ (ព្រោះ $x-1<0$)

គេទាញបាន $f(x)-y_d = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) < 0$ នោះបញ្ជាក់ថាខ្សែកោង (C) តាង f

ស្ថិតនៅពីខាងក្រោមបន្ទាត់ (d) លើចន្លោះ $x\in(-\infty,-1)$ ។

ចំពោះ $x\in(1,+\infty)$ គេមាន $x+1>x-1$ នោះ $\frac{x}{x-1}>1$ (ព្រោះ $x-1>0$)

គេទាញបាន $f(x)-y_d=\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)>0$ នោះបញ្ជាក់ថាខ្សែកោង (C) តាង f

ស្ថិតនៅពីខាងលើបន្ទាត់ (d) លើចន្លោះ $x\in(1,+\infty)$ ។

៣.ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{2(x+2)(x-2)}{3(x+1)(x-1)}$

យើងមាន $f(x)=\frac{2}{3}x-\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

យើងបាន $f'(x)=\frac{2}{3}-\frac{\frac{(x-1)'(x+1)-(x-1)(x+1)'}{(x+1)^2}}{\frac{x-1}{x+1}}$

$$=\frac{2}{3}-\frac{2}{(x+1)(x-1)}=\frac{2(x^2-4)}{3(x+1)(x-1)}$$

ដូចនេះ $f'(x)=\frac{2(x+2)(x-2)}{3(x+1)(x-1)}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f=(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ គេមាន $(x+1)(x-1)>0$

នោះ $f'(x)=\frac{(x+1)(x-2)}{x(x-1)}$ យកសញ្ញាទៅតាមភាគយក $(x+2)(x-2)$ ។

បើ $f'(x)=\frac{(x+2)(x-2)}{(x+1)(x-1)}=0$

សមមូល $(x+2)(x-2)=0$

គេទាញបានឫស $x_1 = -2$, $x_2 = 2$ ។

x	$-\infty$	-2		-1	1		2		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	‖ (hatched) ‖		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	-2.02	↘ $-\infty$	‖ (hatched) ‖	$+\infty$	↘	2.02	↗	$+\infty$

ចំពោះ $x = -2$ នោះ $f(-2) = -\dfrac{4}{3} - \ln(2) = -1.33 - 0.69 = -2.02$ ។

ចំពោះ $x = 2$ នោះ $f(2) = \dfrac{4}{3} - \ln\dfrac{1}{2} = 1.33 + 0.69 = 2.02$ ។

៥.រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងឡាយស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C)៖

តាង x_0 ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុចស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C)ហើយដោយដឹងថា

បន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំណុចនេះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង $\dfrac{5}{12}$ គេបាន $f'(x_0) = \dfrac{5}{12}$

សមមូល $\dfrac{2(x_0+2)(x_0-2)}{3(x_0+1)(x_0-1)} = \dfrac{5}{12}$

សមមូល $8(x_0{}^2 - 4) = 5(x_0{}^2 - 1)$

សមមូល $3x_0{}^2 - 27 = 0$

សមមូល $3(x_0+3)(x_0-3) = 0$ នោះ $x_0' = -3$, $x_0'' = 3$ ។

៦.ស្រាយបញ្ជាក់គល់ O ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ៖

យើងមាន $f(x) = \dfrac{2}{3}x - \ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ $\forall x_0 \in D_f$ នោះ $-x_0 \in D_f$ គេបាន

$$f(-x_0)=-\frac{2}{3}x_0-\ln\left(\frac{-x_0-1}{-x_0+1}\right)=-\frac{2}{3}x_0-\ln\left(\frac{x_0+1}{x_0-1}\right)$$

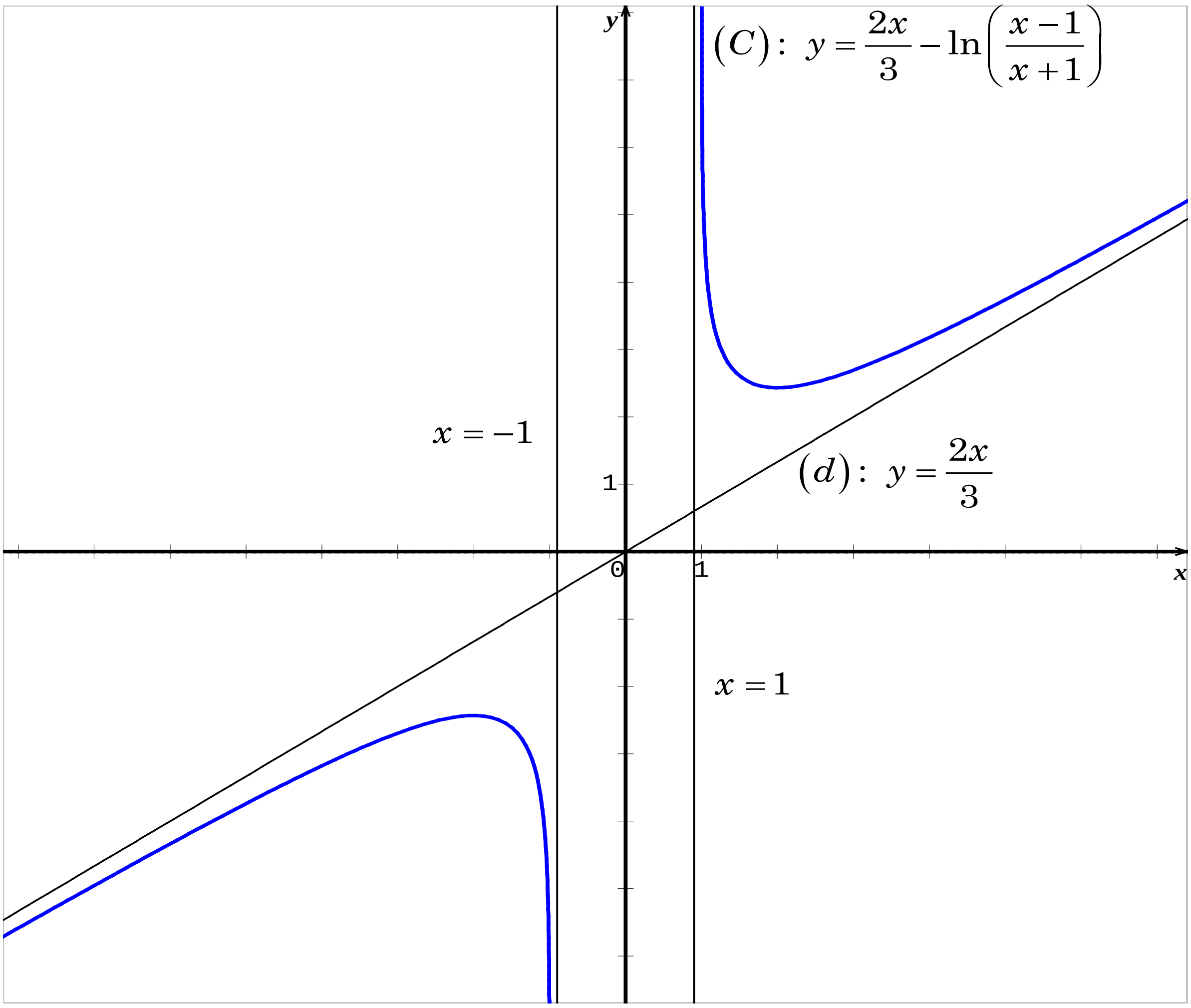
$f(-x_0)=-\left[\frac{2}{3}x_0-\ln\left(\frac{x_0-1}{x_0+1}\right)\right]=-f(x_0)$ នោះគេទាញបាន f ជាអនុគមន៍សេសលើដែនកំណត់ D_f ។ ដូចនេះគល់ O ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

៦.គណនា $f(-3)$ និង $f(3)$ រួចសង់បន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖

ចំពោះ $x=-3$ នោះគេបាន $f(-3)=-2-\ln 2=-2-0.69=-2.69$ ។

ចំពោះ $x=3$ នោះគេបាន $f(3)=2-(-\ln 2)=2+0.69=2.69$ ។

ដូចនេះ $f(-2)=-2.69$, $f(3)=2.69$ ។



លំហាត់ទី០៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=x-2+\frac{3}{2}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៅចុងដែនកំណត់របស់វា។ ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរពីររបស់ខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C)។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d) លើចន្លោះ $(-\infty,1)$ និង $(3,+\infty)$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x នៃចន្លោះ $(-\infty,1)$ និង $(3,+\infty)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$f'(x)=\frac{x(x-4)}{(x-1)(x-3)}$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងឡាយស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ដោយដឹងថាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $\frac{5}{8}$។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(2,0)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

៦.គណនា $f(-1)$ និង $f(5)$ រួចសង់បន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។ (គេយក $\ln 2=0.69$ និង $\ln 3=1.10$)។

ដំណោះស្រាយ

១.រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៅចុងដែនកំណត់របស់វា៖

គេមាន $f(x)=x-2+\frac{3}{2}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)$ អនុគមន៍មានន័យលុះត្រាតែ $\frac{x-1}{x-3}>0$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$\frac{x-1}{x-3}>0$	$+$	0	$-$ ‖	$+$

ដូចនេះដែនកំណត់នៃអនុគមន៍គឺ $D_f=(-\infty\,,1)\cup(3,+\infty)$ ។

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[x-2+\frac{3}{2}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)\right]=\pm\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)=0$ ។

$\lim\limits_{x\to1^-} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to1^-}\left[x-2+\frac{3}{2}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)\right]=-\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to1^-}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)=-\infty$ ។

$\lim\limits_{x\to3^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to3^+}\left[x-2+\frac{3}{2}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)\right]=+\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to3^+}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)=+\infty$ ។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរពីររបស់ខ្សែកោង (C) ៖

ដោយ $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty$ និង $\lim\limits_{x\to3^+} f\left(x\right)=+\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=1$ និង $x=3$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ៖

យើងមាន $(C): f\left(x\right)=x-2+\frac{3}{2}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)$ និង $(d): y=x-2$

យើងបាន $f(x)-y_d=\left[x-2+\frac{3}{2}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)\right]-(x-2)=\frac{3}{2}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)$

ដោយ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-y_d\right]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[\frac{3}{2}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)\right]=\frac{3}{2}\ln1=0$ នោះបញ្ជាក់ថា បន្ទាត់ $(d): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d) លើចន្លោះ $(-\infty,1)$ និង $(3,+\infty)$ ៖

យើងមាន $f(x)-y_d=\frac{3}{2}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)$

បើ $x\in(-\infty,1)$ គេមាន $x-1>x-3$ នោះ $0<\frac{x-1}{x-3}<1$ (ព្រោះ $x-3<0$)

គេទាញបាន $f(x)-y_d=\frac{3}{2}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)<0$ នោះបញ្ជាក់ថាខ្សែកោង (C) តាង f

ស្ថិតនៅពីខាងក្រោមបន្ទាត់(d) លើចន្លោះ$x\in(-\infty,1)$ ។

ចំពោះ $x\in(3,+\infty)$ គេមាន $x-1>x-3$ នោះ $\dfrac{x-1}{x-3}>1$ (ព្រោះ $x-3>0$)

គេទាញបាន $f(x)-y_d=\dfrac{3}{2}\ln\left(\dfrac{x-1}{x-3}\right)>0$ នោះបញ្ជាក់ថាខ្សែកោង(C)តាងf

ស្ថិតនៅពីខាងលើបន្ទាត់(d) លើចន្លោះ$x\in(3,+\infty)$ ។

៣.ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{x(x-4)}{(x-1)(x-3)}$

យើងមាន $f(x)=x-2+\dfrac{3}{2}\ln\left(\dfrac{x-1}{x-3}\right)$

យើងបាន $f'(x)=1+\dfrac{3}{2}\dfrac{\dfrac{(x-1)'(x-3)-(x-1)(x-3)'}{(x-3)^2}}{\dfrac{x-1}{x-3}}$

$$=1-\frac{3}{2}\frac{2}{(x-1)(x-3)}=\frac{x^2-4x+3-3}{(x-1)(x-3)}$$

ដូចនេះ $f'(x)=\dfrac{x(x-4)}{(x-1)(x-3)}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

ចំពោះគ្រប់ $x\in D_f=(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$ គេមាន $(x-1)(x-3)>0$

នោះ$f'(x)=\dfrac{x(x-4)}{(x-1)(x-3)}$ យកសញ្ញាទៅតាមភាគកយក $x(x-4)$។

បើ $f'(x)=\dfrac{x(x-4)}{(x-1)(x-3)}=0$ សមមូល $x(x-4)=0$

គេទាញបានឫស $x_1=0,\ x_2=4$ ។

x	$-\infty$		0		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖		‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-3.65	↘ $-\infty$	‖		‖ $+\infty$	↘	3.65	↗	$+\infty$

ចំពោះ $x=0$ នោះ $f(0)=-2+\frac{3}{2}\ln\frac{1}{3}=-2-\frac{3}{2}(1.10)=-3.65$ ។

ចំពោះ $x=4$ នោះ $f(4)=2+\frac{3}{2}\ln 3=2+\frac{3}{2}(1.10)=3.65$ ។

៨.រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងឡាយស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ៖

តាង x_0 ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុចស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ហើយដោយដឹងថា

បន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំណុចនេះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង $\frac{5}{8}$ គេបាន $f'(x_0)=\frac{5}{8}$

សមមូល $\frac{x_0(x_0-4)}{(x_0-1)(x_0-3)}=\frac{5}{8}$

សមមូល $8(x_0^{\,2}-4x_0)=5(x_0^{\,2}-4x_0+3)$

សមមូល $3x_0^{\,2}-12x_0-15=0$

សមមូល $3(x_0-5)(x_0+3)=0$ នោះ $x_0'=-3\ ,\ x_0''=5$ ។

៩.ស្រាយបញ្ជាក់គល់ O ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ៖

យើងមាន $f(x)=x-2+\frac{3}{2}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)$

តាមរូបមន្ត $f(2a-x_0)+f(x_0)=2b$ នោះដើម្បីស្រាយថា $I(2,0)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះ

នៃខ្សែកោង (C) គេត្រូវស្រាយឲ្យឃើញថា $\forall x_0 \in D_f : f(4-x_0)+f(x_0)=0$

គេមាន $f(4-x_0)=2-x_0+\dfrac{3}{2}\ln\left(\dfrac{3-x_0}{1-x_0}\right)=2-x_0-\dfrac{3}{2}\ln\left(\dfrac{x_0-1}{x_0-3}\right)$

ហើយ $f(x_0)=x_0-2+\dfrac{3}{2}\ln\left(\dfrac{x_0-1}{x_0-3}\right)$ នោះគេបាន $f(4-x_0)+f(x_0)=0$ ពិត

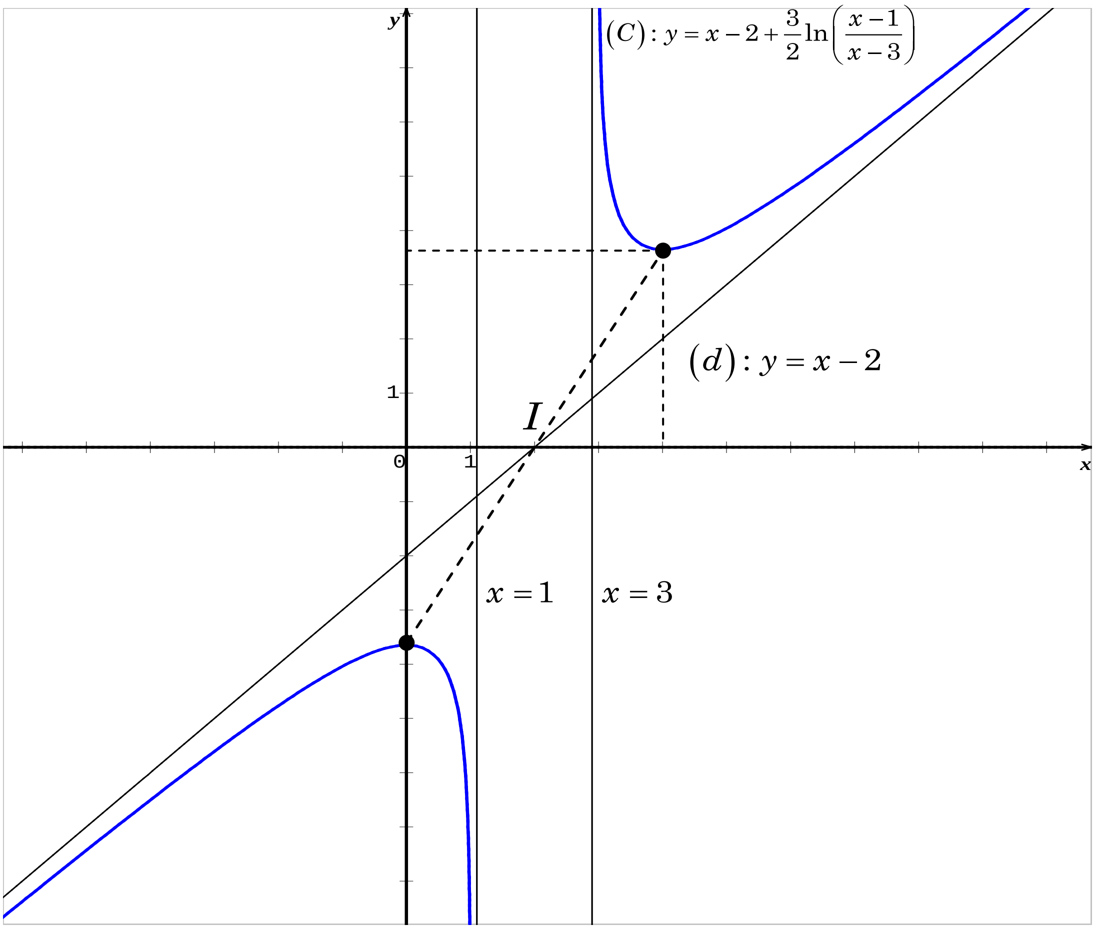
ដូចនេះ $I(2,0)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

៦.គណនា $f(-1)$ និង $f(5)$ រួចសង់បន្ទាត់ (d) និងក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖

ចំពោះ $x=-1$ នោះគេបាន $f(-1)=-3-\dfrac{3}{2}\ln 2=-3-\dfrac{3}{2}(0.69)=-4.04$ ។

ចំពោះ $x=5$ នោះគេបាន $f(5)=3+\dfrac{3}{2}=3+\dfrac{3}{2}(0.69)=4.04$ ។

ដូចនេះ $f(-1)=-4.04$, $f(5)=4.04$ ។



លំហាត់ទី០៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=3+x-\frac{3}{2}\ln(2e^x+1)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=3-\frac{3}{2}\ln 2-\frac{x}{2}-\frac{3}{2}\ln\left(1+\frac{1}{2e^x}\right)$

គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $\left(d_1\right): y=3+x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង $\left(C\right)$ កាលណា $x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង $\left(d_1\right)$ និង $\left(C\right)$ ។

៣. ស្រាយថាបន្ទាត់ $\left(d_2\right): y=2-\frac{3}{2}\ln 2-\frac{x}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង $\left(C\right)$ កាលណា $x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង $\left(d_2\right)$ និង $\left(C\right)$ ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{1-e^x}{2e^x+1}$

រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. ចូរគណនា $f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ $\left(d_1\right)$ និង $\left(d_2\right)$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x)=3-\frac{3}{2}\ln 2-\frac{x}{2}-\frac{3}{2}\ln(1+\frac{1}{2e^x})$

យើងបាន $f(x)=3+x-\frac{3}{2}\ln(2e^x+1)$

$$=3+x-\frac{3}{2}\ln\left[2e^x(1+\frac{1}{2e^x})\right]$$

$$=3+x-\frac{3}{2}\ln 2-\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}\ln(1+\frac{1}{2e^x})$$

ដូចនេះចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}: f(x)=3-\frac{3}{2}\ln 2-\frac{x}{2}-\frac{3}{2}\ln(1+\frac{1}{2e^x})$ ។

គណនាលីមីត $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ **និង** $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ **៖**

យើងបាន $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left[3+x-\frac{3}{2}\ln(2e^x+1)\right] = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$

ហើយ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left[3-\frac{3}{2}\ln 2-\frac{x}{2}-\frac{3}{2}\ln(1+\frac{1}{2e^x})\right] = -\infty$

ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x} = 0$ ។

២.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y = 3+x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) បើ $x\to-\infty$

យើងមាន $(C): f(x) = 3+x-\frac{3}{2}\ln(2e^x+1)$ និង $(d_1): y = 3+x$

យើងបាន $f(x)-y_{d_1} = -\frac{3}{2}\ln\left(2e^x+1\right)$

ដោយ $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-y_{d_1}\right] = \lim_{x\to-\infty}\left[-\frac{3}{2}\ln\left(2e^x+1\right)\right] = 0$ ព្រោះ $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$

ដូចនេះ $(d_1): y = 3+x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) បើ $x\to-\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ៖

ដោយ $f(x)-y_{d_1} = -\frac{3}{2}\ln(2e^x+1) < 0$ ជានិច្ចគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_1) ជានិច្ច។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 3-\frac{3}{2}\ln 2-\frac{x}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) បើ $x\to+\infty$

យើងមាន $(C): f(x) = 3-\frac{3}{2}\ln 2-\frac{x}{2}-\frac{3}{2}\ln\left(1+\frac{1}{2e^x}\right)$

និង $(d_2): y = 3-\frac{3}{2}\ln 2-\frac{x}{2}$ នោះយើងបាន $f(x)-y_{d_2} = -\frac{3}{2}\ln(1+\frac{1}{2e^x})$

ដោយ $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y_{d_2}\right] = \lim_{x\to+\infty}\left[-\frac{3}{2}\ln(1+\frac{1}{2e^x})\right] = 0$ ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x} = 0$

ដូចនេះ $(d_2): y = 3 - \frac{3}{2}\ln 2 - \frac{x}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \to +\infty$

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ៖

ដោយ $f(x) - y_{d_1} = -\frac{3}{2}\ln(1 + \frac{1}{2e^x}) < 0$ ជានិច្ចគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_2) ជានិច្ច។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{1 - e^x}{2e^x + 1}$

យើងមាន $f(x) = 3 + x - \frac{3}{2}\ln\left(2e^x + 1\right)$

យើងបាន $f'(x) = 1 - \frac{3}{2}\frac{2e^x}{2e^x + 1} = \frac{2e^x + 1 - 3e^x}{2e^x + 1} = \frac{1 - e^x}{2e^x + 1}$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{1 - e^x}{2e^x + 1}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x) = \frac{1 - e^x}{2e^x + 1}$ មានសញ្ញាដូច $1 - e^x$ ព្រោះ $2e^x + 1 > 0$

បើ $1 - e^x < 0 \Leftrightarrow e^x > 1$ ឬ $x > 0$ នោះ $f'(x) < 0$

បើ $1 - e^x = 0 \Leftrightarrow e^x = 1$ ឬ $x = 0$ នោះ $f'(x) = 0$

បើ $1 - e^x > 0 \Leftrightarrow e^x < 1$ ឬ $x < 0$ នោះ $f'(x) > 0$

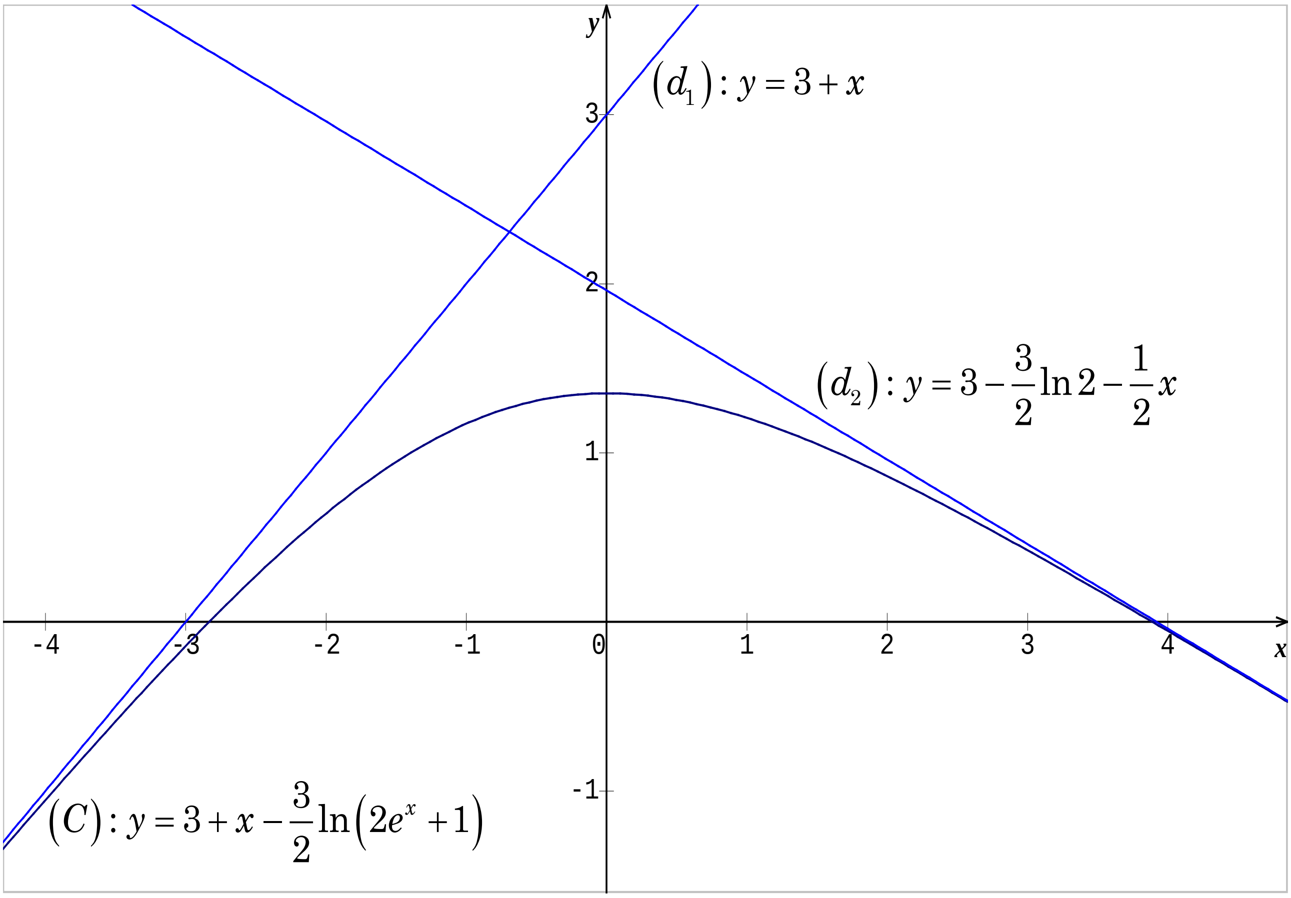
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1.35	↘	$-\infty$

ចំពោះ $x=0$ នោះ $f(0)=3-\frac{3}{2}\ln 3=1.35$ ។

ង.គណនា $f(-1)$និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់ (d_1) និង(d_2)

ចំពោះ$x=-1$ នោះ $f(-1)=2-\frac{3}{2}\ln(2e^{-1}+1)=1.17$

ចំពោះ $x=1$ នោះ $f()=4-\frac{3}{2}\ln\left(2e+1\right)=1.18$ ។



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី១០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x+2-2\ln(e^x+1)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=-x+2-2\ln(1+\frac{1}{e^x})$

គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x+2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។

៣. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=-x+2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=-\frac{e^x-1}{e^x+1}=\frac{1-e^x}{e^x+1}$

រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.ស្រាយថា $f(-x)=f(x)$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ រួចទាញថាក្រាប (C) មានអ័ក្សឆ្លុះមួយដែលគេនិងបញ្ជាក់។

៦.ចូរគណនា $f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

ដំណោះស្រាយ

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x)=-x+2-2\ln(1+\frac{1}{e^x})$

យើងបាន $f(x)=x+2-2\ln\left[e^x(1+\frac{1}{e^x})\right]$

$$=x+2-2\left[\ln(e^x)+\ln(1+\frac{1}{e^x})\right]=x+2-2\left[x+\ln(1+\frac{1}{e^x})\right]$$

$$=x+2-2x-2\ln(1+\frac{1}{e^x})=-x+2-2\ln(1+\frac{1}{e^x})$$

ដូចនេះចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R} : f(x) = -x + 2 - 2\ln(1 + \frac{1}{e^x})$ ។

គណនាលីមីត $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ **និង** $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ **៖**

យើងបាន $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \left[x + 2 - 2\ln(e^x + 1)\right] = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$

ហើយ $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left[-x + 2 - 2\ln(1 + \frac{1}{e^x})\right] = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{e^x} = 0$ ។

២.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \to -\infty$

យើងមាន $(C): f(x) = x + 2 - 2\ln(e^x + 1)$ និង $(d_1): y = x + 2$

យើងបាន $f(x) - y_{d_1} = \left[x + 2 - 2\ln(e^x + 1)\right] - (x + 2) = -2\ln(e^x + 1)$

ដោយ $\lim_{x \to -\infty} \left[f(x) - y_{d_1}\right] = \lim_{x \to -\infty} \left[-2\ln(e^x + 1)\right] = 0$ ព្រោះ $\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$

ដូចនេះ $(d_1): y = x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \to -\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ៖

ដោយ $f(x) - y_{d_1} = -2\ln(e^x + 1) < 0$ ជានិច្ចគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_1) ជានិច្ច។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = -x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \to +\infty$

យើងមាន $(C): f(x) = -x + 2 - 2\ln(1 + \frac{1}{e^x})$ និង $(d_2): y = -x + 2$

យើងបាន $f(x) - y_{d_2} = \left[-x + 2 - 2\ln(1 + \frac{1}{e^x})\right] - (-x + 2) = -2\ln(1 + \frac{1}{e^x})$

ដោយ $\lim_{x \to +\infty} \left[f(x) - y_{d_2}\right] = \lim_{x \to +\infty} \left[-2\ln(1 + \frac{1}{e^x})\right] = 0$ ព្រោះ $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{e^x} = 0$

ដូចនេះ $(d_2): y = -x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x \to +\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ៖

ដោយ $f(x)-y_{d_1}=-2\ln(1+\frac{1}{e^x})<0$ ជានិច្ចគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_2) ជានិច្ច។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=-\frac{e^x-1}{e^x+1}=\frac{1-e^x}{e^x+1}$

យើងមាន $f(x)=x+2-2\ln(e^x+1)$

យើងបាន $f'(x)=1-\frac{2e^x}{e^x+1}=\frac{e^x+1-2e^x}{e^x+1}=\frac{1-e^x}{e^x+1}$

ដូចនេះ $f'(x)=-\frac{e^x-1}{e^x+1}=\frac{1-e^x}{e^x+1}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x)=-\frac{e^x-1}{e^x+1}=\frac{1-e^x}{e^x+1}$ មានសញ្ញាដូច $1-e^x$ ព្រោះ $e^x+1>0$

បើ $1-e^x<0\Leftrightarrow e^x>1$ ឬ $x>0$ នោះ $f'(x)<0$

បើ $1-e^x=0\Leftrightarrow e^x=1$ ឬ $x=0$ នោះ $f'(x)=0$

បើ $1-e^x>0\Leftrightarrow e^x<1$ ឬ $x<0$ នោះ $f'(x)>0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0.61	$\searrow$	$-\infty$

ចំពោះ $x=0$ នោះ $f(0)=2-2\ln 2=0.61$ ។

៥.ស្រាយថា $f(-x)=f(x)$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ រួចទាញថាក្រាប (C) មានអ័ក្សឆ្លុះមួយៈ

យើងមាន $f(x)=x+2-2\ln(e^x+1)$

ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ នោះ $-x\in\mathbb{R}$

គេបាន $f(-x)=-x+2-2\ln(e^{-x}+1)=-x+2-2\ln(1+\frac{1}{e^x})$

ដោយតាមសម្រាយសំណួទី១.គេមាន $f(x)=-x+2-2\ln(1+\frac{1}{e^x})$

ដូចនេះ $f(-x)=f(x)$ ។

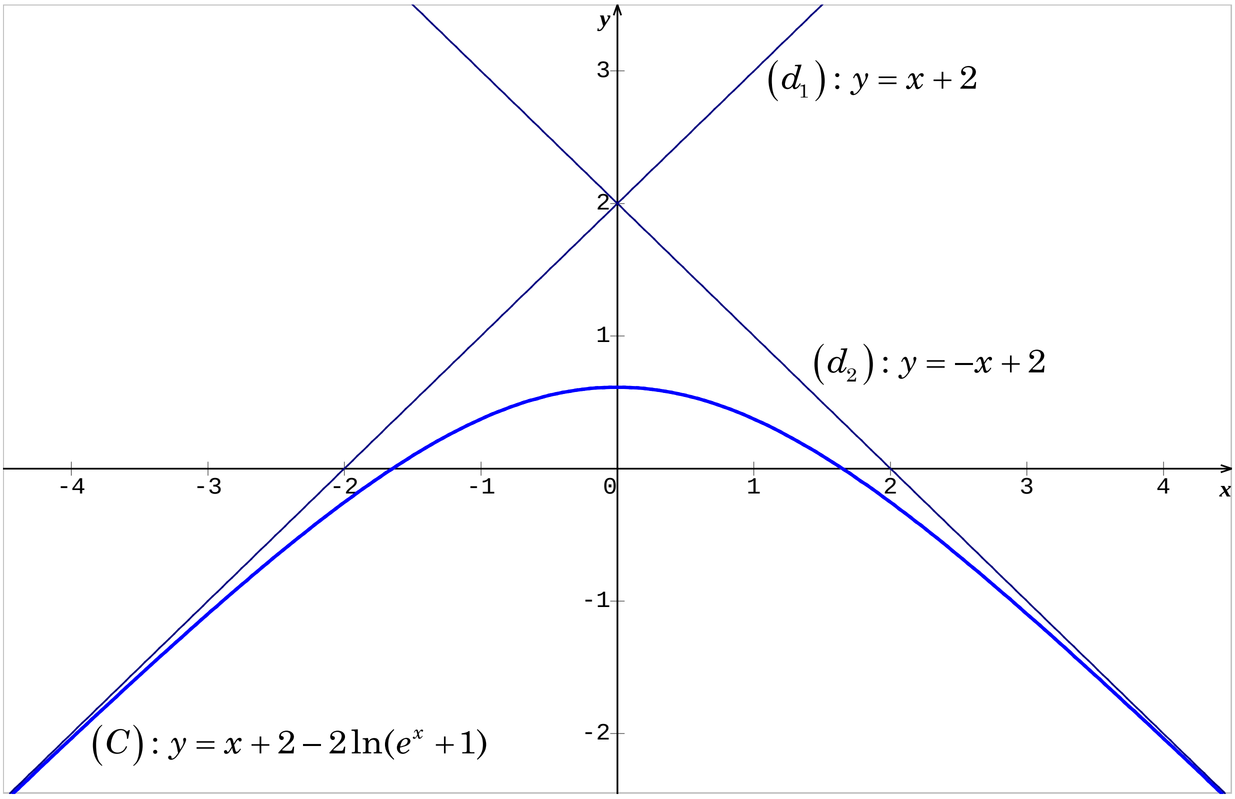
ដោយ $\forall x\in\mathbb{R}: f(-x)=f(x)$ នោះ f ជាអនុគមន៍គូលើ $\mathbb{R}$ ។

ដូចនេះអ័ក្ស (oy) ជាអ័ក្សបម្លែងឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៦.គណនា $f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2)

ចំពោះ $x=-1$ នោះ $f(-1)=-1+2-2\ln(\frac{1}{e}+1)=1-2\ln(2.36)=-0.72$

ចំពោះ $x=1$ នោះ $f(1)=1+2-2\ln(e+1)=3-2\ln(3.718)=-0.72$ ។



លំហាត់ទី១១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = -x - 1 + 2\ln(e^x + 3)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = x - 1 + 2\ln(1 + \frac{3}{e^x})$

គណនាលីមីត $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y = -x - 1 + 2\ln 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \to -\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។

៣. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x \to -\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{e^x - 3}{e^x + 3}$

រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.ស្រាយថា $f(2\ln 3 - x) = f(x)$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ រួចទាញថាក្រាប (C) មានបន្ទាត់ $(\Delta): x = \ln 3$ ជាអ័ក្សឆ្លុះ ។

៦.ចូរគណនា $f(0)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

ដំណោះស្រាយ

១.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x) = x - 1 + 2\ln(1 + \frac{3}{e^x})$

យើងបាន $f(x) = -x - 1 + 2\ln(e^x + 3)$

$$= -x - 1 + 2\ln\left[e^x(1 + \frac{3}{e^x})\right]$$

$$= -x - 1 + 2x + 2\ln(1 + \frac{3}{e^x})$$

ដូចនេះចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}: f(x)=x-1+2\ln(1+\frac{3}{e^x})$ ។

គណនាលីមីត $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ **និង** $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ៖

យើងបាន $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left[-x-1+2\ln(e^x+3)\right]=+\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to-\infty} e^x=0$

ហើយ $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[x-1+2\ln(1+\frac{3}{e^x})\right]=+\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x}=0$ ។

២.**ស្រាយថាបន្ទាត់** $(d_1): y=-x-1+2\ln 3$ **ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ** (C) **បើ** $x\to-\infty$

យើងមាន $(C): f(x)=-x-1+2\ln(e^x+3)$ និង $(d_1): y=-x-1+2\ln 3$

យើងបាន $f(x)-y_{d_1}=2\ln(e^x+3)-2\ln 3=2\ln(\frac{1}{3}e^x+1)$

ដោយ $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-y_{d_1}\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[2\ln(\frac{1}{3}e^x+1)\right]=0$ ព្រោះ $\lim_{x\to-\infty} e^x=0$

ដូចនេះ $(d_1): y=-x-1+2\ln 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) បើ $x\to-\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) **និង** (C) ៖

ដោយ $f(x)-y_{d_1}=2\ln(\frac{1}{3}e^x+1)>0$ ជានិច្ចគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d_1) ជានិច្ច។

៣.**ស្រាយថាបន្ទាត់** $(d_2): y=x-1$ **ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ** (C) **កាលណា** $x\to+\infty$

យើងមាន $(C): f(x)=x-1+2\ln(1+\frac{3}{e^x})$ និង $(d_2): y=x-1$

យើងបាន $f(x)-y_{d_2}=2\ln(1+\frac{3}{e^x})$

ដោយ $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y_{d_2}\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[2\ln(1+\frac{3}{e^x})\right]=0$ ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x}=0$

ដូចនេះ $(d_2): y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ៖

ដោយ $f(x)-y_{d_1}=2\ln(1+\frac{3}{e^x})>0$ ជានិច្ចគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d_2) ជានិច្ច។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{e^x-3}{e^x+3}$

យើងមាន $f(x)=-x-1+2\ln(e^x+3)$

យើងបាន $f'(x)=-1+\frac{2e^x}{e^x+3}=\frac{-e^x-3+2e^x}{e^x+3}=\frac{e^x-3}{e^x+3}$

ដូចនេះ $f'(x)=\frac{e^x-3}{e^x+3}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x)=\frac{e^x-3}{e^x+3}$ មានសញ្ញាដូច e^x-3 ព្រោះ $e^x+3>0$

បើ $e^x-3<0\Leftrightarrow e^x<3$ ឬ $x<\ln 3$ នោះ $f'(x)<0$

បើ $e^x-3=0\Leftrightarrow e^x=3$ ឬ $x=\ln 3$ នោះ $f'(x)=0$

បើ $e^x-3>0\Leftrightarrow e^x>3$ ឬ $x>\ln 3$ នោះ $f'(x)>0$

x	$-\infty$		$\ln 3$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1.49	↗	$+\infty$

ចំពោះ $x=\ln 3$ នោះ $f(\ln 3)=-\ln 3-1+2\ln 6=1.49$ ។

៨.ស្រាយថា $f(2\ln 3-x)=f(x)$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ រួចទាញថាក្រាប (C) មានអ័ក្សឆ្លុះមួយ៖

យើងមាន $f(x)=-x-1+2\ln(e^{x}+3)$

ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ នោះ $(2\ln 3-x)\in\mathbb{R}$

គេបាន $f(2\ln 3-x)=-2\ln 3+x-1+2\ln(e^{3-2\ln x}+3)$

$$f(x)=x-1+2\ln\left(\frac{e^{3\ln 3-x}+3}{3}\right)=x-1+2\ln(1+\frac{3}{e^{x}})$$

ដោយតាមសម្រាយសំណួរទី១.គេមាន $f(x)=x-1+2\ln(1+\frac{3}{e^{x}})$

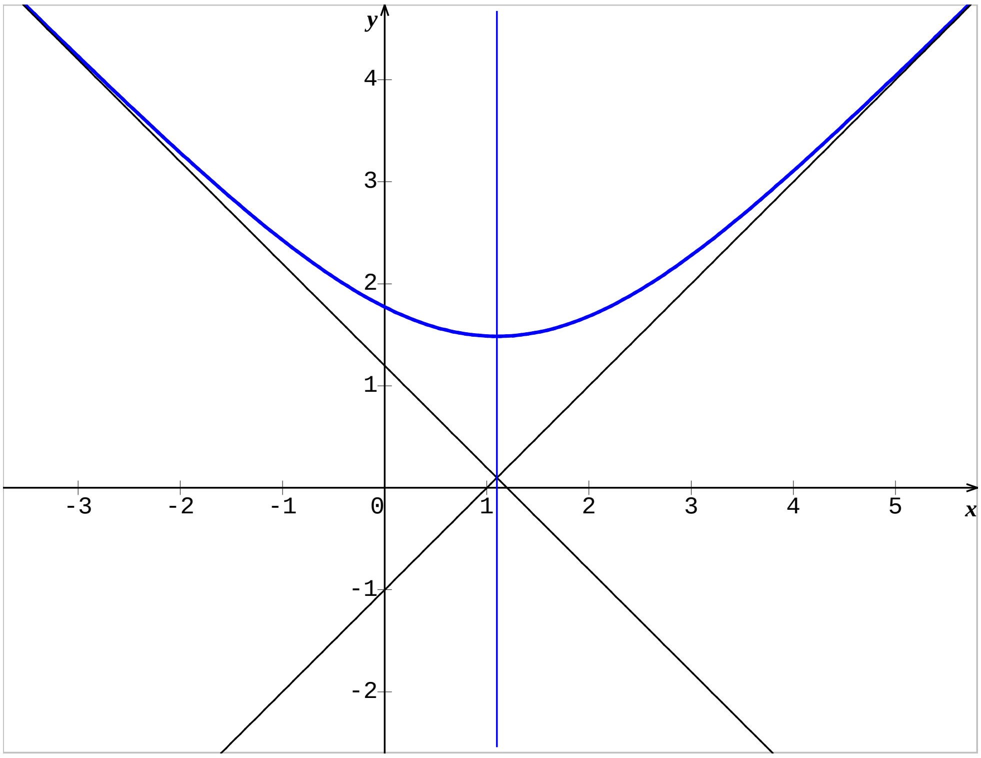
ដូចនេះ $f(2\ln 3-x)=f(x)$ ។

ដោយ $\forall x\in\mathbb{R}: f(2\ln 3-x)=f(x)$ នោះបន្ទាត់មានសមីការ $(\Delta): x=\ln 3$ ជាអ័ក្សបម្លែងឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៦.គណនា $f(0)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2)

ចំពោះ $x=0$ នោះ $f(0)=-1+2\ln 4=1.77$

ចំពោះ $x=2$ នោះ $f(2)=-2-1+2\ln(e^{2}+3)=2.68$ ។



លំហាត់ទី១២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5+3\ln x$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចូរគណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរមួយ នៃក្រាប (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយថា $f'(x)=\frac{(x-1)(x-3)}{x}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣.កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) កែងនឹងបន្ទាត់ $(d): 4x+2y-1=0$ ហើយប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C)

៤.ចូរសង់បន្ទាត់ (T) និង (d) និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

៥.គ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយថា $F(x)=\frac{x^3}{6}-2x^2+2x+3x\ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡាខ័ណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ $x=1, x=3$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C)

យើងមាន $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5+3\ln x$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{2}x^2-4x+5+3\ln x\right)=-\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln x=-\infty$

ដោយ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{2}x^2-4x+5+3\ln x\right)=+\infty$ ។

ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{2}x^2-4x+5\right)=+\infty$ និង $\lim_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$ ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ស្រាយថា $f'(x)=\frac{(x-1)(x-3)}{x}$ ៖

យើងមាន $f(x)=\frac{x^2}{2}-4x+5+3\ln x$

យើងបាន $f'(x)=x-4+\frac{3}{x}=\frac{x^2-4x+3}{x}=\frac{(x-1)(x-3)}{x}$

ដូចនេះ $f'(x)=\frac{(x-1)(x-3)}{x}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x)=\frac{(x-1)(x-3)}{x}$ មានសញ្ញាដូច $(x-1)(x-3)$ ព្រោះ $x>0$ ។

បើ $f'(x)=0$ នោះ $(x-1)(x-3)=0$ គេទាញ $x_1=1, x_2=3$ ។

x	0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{3}{2}$	↘	0.80	↗	$+\infty$

ចំពោះ $x=1$ នោះ $f(1)=\frac{1}{2}-4+5+3\ln 1=\frac{3}{2}$ ។

ចំពោះ $x=3$ នោះ $f(3)=\frac{9}{2}-12+5+3\ln 3=0.80$ ។

៣.កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) កែងនឹងបន្ទាត់ (d) ហើយប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C)

បន្ទាត់ $(d): 4x-2y-1=0$ ឬ $y=2x-\frac{1}{2}$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a=2$

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹង (C) ត្រង់ x_0 គឺ $f'(x_0)=-\frac{1}{a}=-\frac{1}{2}$

ព្រោះ $(T)\perp(d)\Leftrightarrow af'(x_0)=-1$ ។

គេបាន $\frac{(x_0-1)(x_0-3)}{x_0}=-\frac{1}{2}$ សមមូល $2{x_0}^2-7x_0+6=0$

សមមូល $(x_0-2)(2x_0-3)=0$ នោះ $x_0'=2\ ,\ x_0''=\frac{3}{2}$ ។

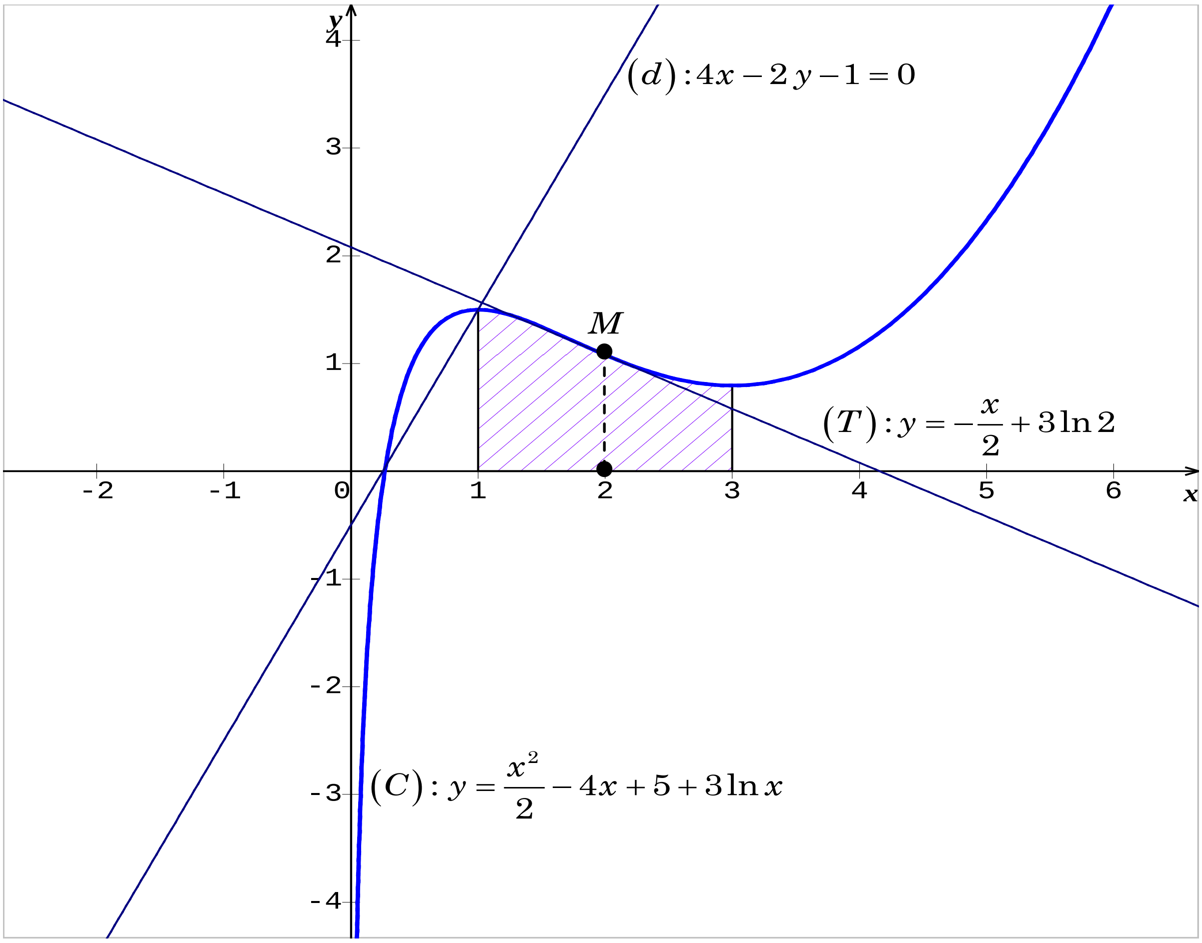
.ចំពោះ $x_0'=2$ នោះ $f(x_0)=\frac{2^2}{2}-4(2)+5+3\ln 2=-1+3\ln 2$

គេបាន $(T_1):y=-\frac{1}{2}(x-2)-1+3\ln 2=-\frac{x}{2}+3\ln 2$ ។

.ចំពោះ $x_0''=\frac{3}{2}$ នោះ $f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{8}-6+5+3\ln\frac{3}{2}=\frac{1}{8}+3\ln\frac{3}{2}$

គេបាន $(T_2):y=-\frac{1}{2}(x-\frac{3}{2})+\frac{1}{8}+3\ln\frac{3}{2}=-\frac{x}{2}+\frac{7}{8}+3\ln\frac{3}{2}$ ។

៨.សង់បន្ទាត់ (T) និង (d) និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។



៨.ស្រាយថា $F(x)$ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ ៖

គេមាន $F(x)=\frac{x^3}{6}-2x^2+2x+3x\ln x$ និង $f(x)=\frac{x^2}{2}-4x+5+3\ln x$

យើងបាន $F'(x)=\frac{x^2}{2}-4x+2+3\ln x+3x\frac{1}{x}=\frac{x^2}{2}-4x+5+3\ln x$

ដោយគ្រប់ $x>0: F'(x)=f(x)$ ដូចនេះ $F(x)$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ ។

រកផ្ទៃក្រឡាខ័ណ្ឌដោយ(C)និងអ័ក្ស(ox)និងបន្ទាត់ $x=1, x=3$

យើងបាន $S=\int_1^3 f(x)dx=\left[F(x)\right]_1^3=F(3)-F(1)$

ដោយ $F(x)=\frac{x^3}{6}-2x^2+2x+3x\ln x$

នោះគេបាន $F(1)=\frac{1}{6}-2+2+3\ln 1=\frac{1}{6}$

និង $F(3)=\frac{9}{2}-18+6+9\ln 3=-\frac{15}{2}+9\ln 3$

ដូចនេះ $S=-\frac{15}{2}+9\ln 3-\frac{1}{6}=-\frac{23}{3}+9\ln 3=2.22$ (ឯកតាផ្ទៃ)។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី១៣

ឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=\frac{1}{2}x^2-7x+8+10\ln x$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចូរគណនា $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរមួយនៃក្រាប (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយថា $f'(x)=\frac{(x-2)(x-5)}{x}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣.កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x=1$ ។

៤.ចូរសង់បន្ទាត់ (T) និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

៥.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ស្រាយថា $F(x)=\frac{x^3}{6}-\frac{7x^2}{2}-2x+10x\ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ឈរ $x=2$, និង $x=5$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C)

យើងមាន $f(x)=\frac{1}{2}x^2-7x+8+10\ln x$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{2}x^2-7x+8+10\ln x\right)=-\infty$ ។

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln x=-\infty$ ។

ដោយ $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=-\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

ហើយ $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{2}x^2-7x+8+10\ln x\right)=+\infty$ ។

ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{2}x^2-7x+8\right)=+\infty$ និង $\lim_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$ ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ស្រាយថា $f'(x)=\frac{(x-2)(x-5)}{x}$ ៖

យើងមាន $f(x)=\frac{1}{2}x^2-7x+8+10\ln x$

យើងបាន $f'(x)=x-7+\frac{10}{x}=\frac{x^2-7x+10}{x}=\frac{(x-2)(x-5)}{x}$

ដូចនេះ $f'(x)=\frac{(x-2)(x-5)}{x}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x)=\frac{(x-2)(x-5)}{x}$ មានសញ្ញាដូច $(x-2)(x-5)$ ព្រោះ $x>0$ ។

បើ $f'(x)=0$ នោះ $(x-2)(x-5)=0$ គេទាញ $x_1=2, x_2=5$ ។

x	0		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2.93	↘	1.59	↗	$+\infty$

ចំពោះ $x=2$ នោះ $f(2)=2-14+8+10\ln 2=2.93$ ។

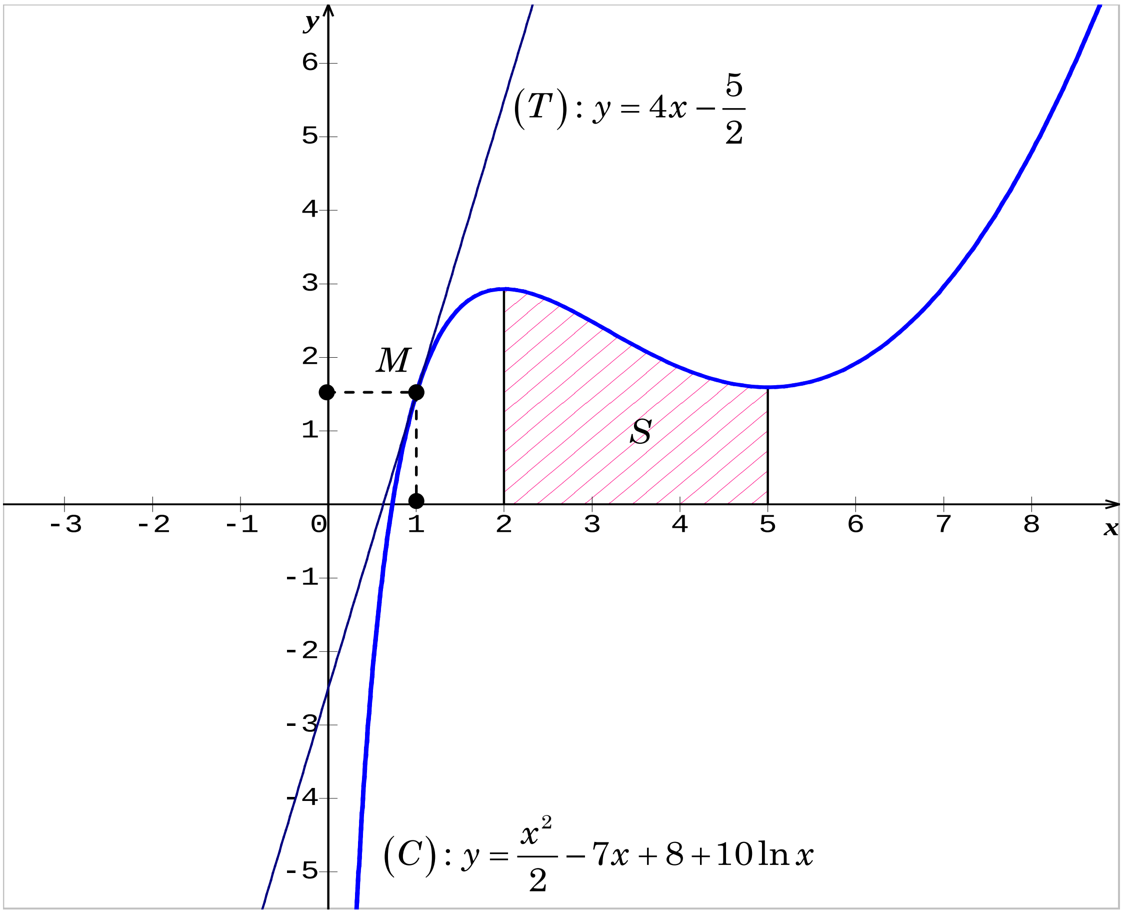
ចំពោះ $x=5$ នោះ $f(5)=\frac{25}{2}-35+8+10\ln 5=1.59$ ។

៣.កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x=1$

តាមរូបមន្ត $(T): y=f'(1)(x-1)+f(1)$ ដោយ $f'(1)=4$ និង $f(1)=\frac{3}{2}$

គេបាន $(T): y = 4(x-1)+\frac{3}{2}$ ។ដូចនេះ $(T):\ y = 4x-\frac{5}{2}$ ។

៤.សង់បន្ទាត់(T)និង (d) និងខ្សែកោង(C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។



៥.ស្រាយថា $F(x)$ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$៖

គេមាន $F(x) = \frac{x^3}{6}-\frac{7x^2}{2}-2x+10x\ln x$

គេបាន $F'(x) = \frac{x^2}{2}-7x-2+10\ln x+10 = \frac{x^2}{2}-7x+8+10\ln x = f(x)$

ដូចនេះ $F(x)$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ ។

រកផ្ទៃក្រឡាខ័ណ្ឌដោយ(C)និងអ័ក្ស(ox)និងបន្ទាត់ឈរ $x=2$, និង $x=5$

យើងបាន $S = \int_2^5 f(x)\,dx = \left[F(x)\right]_2^5 = F(5)-F(2) = 6.60895$ (ឯកតាផ្ទៃ)

លំហាត់ទី១៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\ln\left(x^2-2x+2\right)$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចូរស្រាយថាអនុគមន៍ f កំណត់ជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ រួចចូរគណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

២.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. ស្រាយថាបន្ទាត់$(d): x=1$ ជាអ័ក្សបម្លែងឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់ពីរ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់

ចំណុចមានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x_1=0$ និង $x_2=2$ ។ បង្ហាញថា$(T_1)\perp(T_2)$។

៥. ចូរសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់ (T_1) និង(T_2)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។

៦.ដោយប្រើខ្សែកោង(C)ចូរសង់ខ្សែកោង(C')តាងឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់ដោយ

$g(x)=\ln\left(x^2+2x+2\right)$ ដែល $x\in\mathbb{R}$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.ស្រាយថាអនុគមន៍ f កំណត់ជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$

គេមាន $f(x)=\ln\left(x^2-2x+2\right)$

ដោយសម្គាល់ឃើញថា $x^2-2x+2=(x-1)^2+1>0$ ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ។

ដូចនេះ f ជាអនុគមន៍កំណត់បានជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

គណនាលីមីត $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ ៖

យើងបាន $\lim_{x\to -\infty} f(x) = \lim_{x\to -\infty} \ln\left(x^2 - 2x + 2\right) = \lim_{x\to -\infty} \ln\left(x^2\right) = +\infty$

ហើយ $\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} \ln\left(x^2 - 2x + 2\right) = \lim_{x\to +\infty} \ln\left(x^2\right) = +\infty$

ដូចនេះ $\lim_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$ និង $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$ ។

២.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f(x) = \ln\left(x^2 - 2x + 2\right)$

យើងបាន $f'(x) = \dfrac{(x^2 - 2x + 2)'}{x^2 - 2x + 2} = \dfrac{2x - 2}{x^2 - 2x + 2}$

ដូចនេះ $f'(x) = \dfrac{2(x-1)}{x^2 - 2x + 2}$ ។

ដោយ $x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1 > 0$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ នោះ $f'(x) = \dfrac{2(x-1)}{x^2 - 2x + 2}$

មានសញ្ញាដូចភាគយក $2(x-1)$ ។

បើ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2(x-1) = 0$ ឬ $x = 1$ ។

ចំពោះ $x = 1$ គេបាន $f(1) = \ln(1 - 2 + 2) = \ln 1 = 0$ ។

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$			0		
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

៣. ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): x = 1$ ជាអ័ក្សប្លែងឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ៖

តាមរូបមន្ត $f(2a - x_0) = f(x_0)$ ដើម្បីស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): x = 1$ ជាអ័ក្សប្លែងឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) យើងគ្រាន់តែស្រាយឲ្យឃើញថា $\forall x_0 \in \mathbb{R} : f(2 - x_0) = f(x_0)$

យើងមាន $f(x) = \ln\left(x^2 - 2x + 2\right)$

យើងបាន $f(2 - x_0) = \ln\left[(2 - x_0)^2 - 2(2 - x_0) + 2\right]$

$$= \ln\left(4 - 4x_0 + x_0{}^2 - 4 + 2x_0 + 2\right)$$

$$= \ln\left(x_0{}^2 - 2x_0 + 2\right) = f(x_0)$$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d): x = 1$ ជាអ័ក្សប្លែងឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C)។

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់ពីរ (T_1) និង (T_2) ៖

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x_1 = 0$ និង $x_2 = 2$ គឺ ៖

$$f'(0) = \frac{2(0) - 2}{0^2 - 2(0) + 2} = -1 \quad \text{និង} \quad f'(2) = \frac{2(2) - 2}{(2)^2 - 2(2) + 2} = 1$$

ដោយ $f(0) = \ln 2$ និង $f(2) = \ln(4 - 4 + 2) = \ln 2$ គេបាន ៖

$(T_1): y = f'(0)(x - 0) + f'(0) = -x + \ln 2$

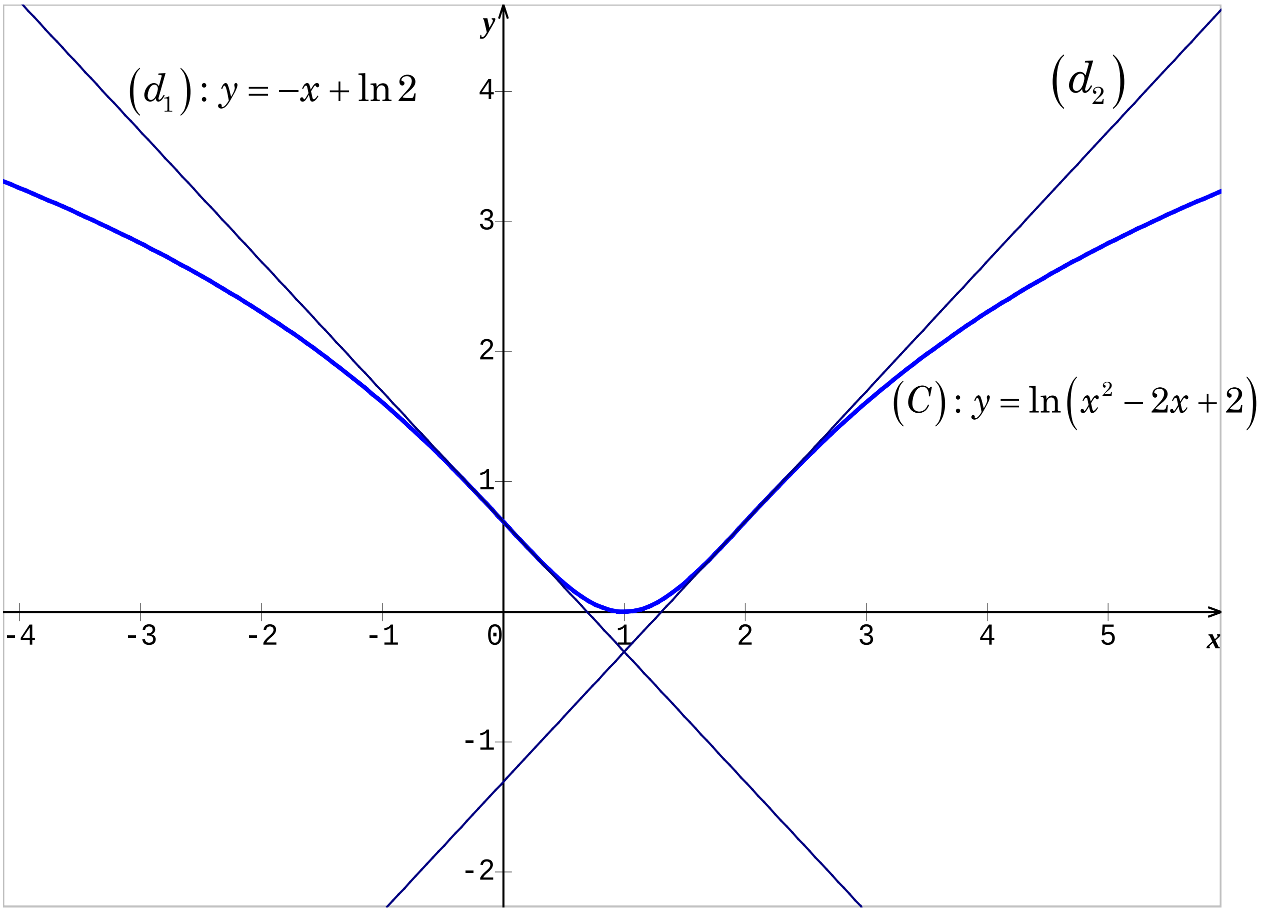
$(T_2): y = f'(2)(x - 2) + f(2) = x - 2 + \ln 2$

ដូចនេះ $(T_1): y = -x + \ln 2$ និង $(T_2): y = x - 2 + \ln 2$ ។

បង្ហាញថា $(T_1) \perp (T_2)$ ៖

ដោយ $f'(0)f'(2) = (-1)(1) = -1$ នោះ $(T_1) \perp (T_2)$។

ជ.សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



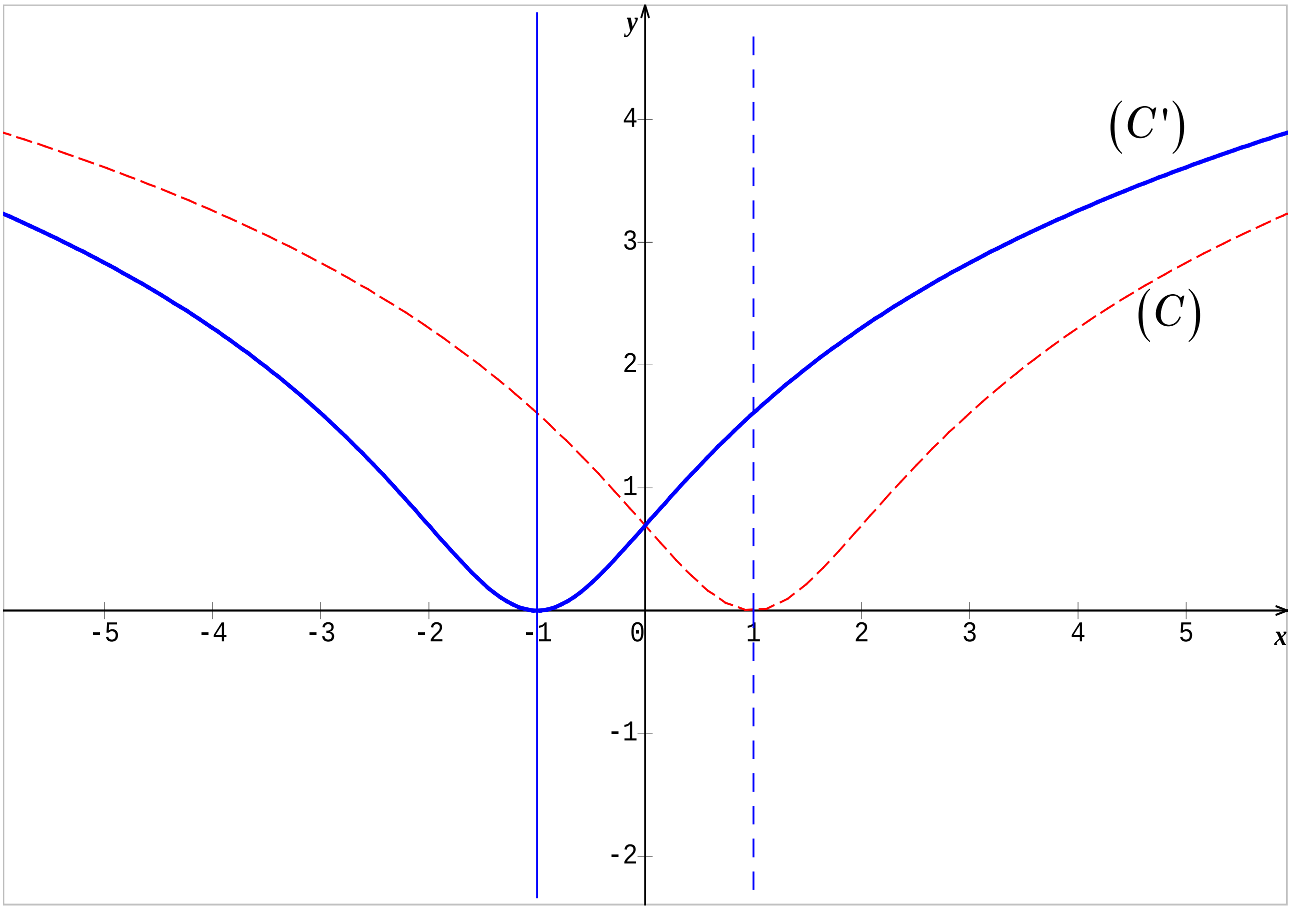
ឆ.ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ចូរសង់ខ្សែកោង (C') តាងឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់ដោយ

$g(x) = \ln\left(x^2 + 2x + 2\right)$ ដែល $x \in \mathbb{R}$ ៖

គេមាន $(C):\ f(x) = \ln(x^2 - 2x + 2)$ និង $(C'): g(x) = \ln\left(x^2 + 2x + 2\right)$

ដោយ $g(x) = f(-x) = \ln(x^2 + 2x + 2)$ នោះបញ្ជាក់ថាក្រាប (C') ឆ្លុះទៅនឹងក្រាប (C) ធៀបទៅនឹងអ័ក្សអរដោនេ $(y'oy)$ ។

ដូចនេះយើងអាចសង់ក្រាប (C') ដោយរំកិលក្រាប (C) ចំនួន 2 ឯកតាលើ $(x'ox)$ មកខាងឆ្វេង ។



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី១៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\ln\left(x^2+4x+5\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចូរស្រាយថាអនុគមន៍ f កំណត់ជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ រួចចូរគណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

២.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): x=-2$ ជាអ័ក្សបម្លែងឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់ពីរ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់

ចំណុចមានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x_1=0$ និង $x_2=-4$ ។

៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T_1) និង (T_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។

៦.ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ចូរសង់ខ្សែកោង (C') តាងឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់ដោយ

$g(x)=\ln\left(x^2-4x+5\right)$ ដែល $x\in\mathbb{R}$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.ស្រាយថាអនុគមន៍ f កំណត់ជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$

គេមាន $f(x)=\ln\left(x^2+4x+5\right)$

ដោយសម្គាល់ឃើញថា $x^2+4x+5=(x+2)^2+1>0$ ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ។

ដូចនេះ f ជាអនុគមន៍កំណត់បានជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ ។

គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ៖

យើងបាន $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\ln\left(x^2+4x+5\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\ln\left(x^2\right)=+\infty$

ហើយ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(x^2+4x+5\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(x^2\right)=+\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ។

២.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f(x)=\ln\left(x^2+4x+5\right)$

យើងបាន $f'(x)=\dfrac{(x^2+4x+5)'}{x^2+4x+5}=\dfrac{2x+4}{x^2+4x+5}$

ដូចនេះ $f'(x)=\dfrac{2(x+2)}{x^2+4x+5}$ ។

ដោយ $x^2+4x+5=(x+2)^2+1>0$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ នោះ $f'(x)=\dfrac{2(x+2)}{x^2+4x+5}$

មានសញ្ញាដូចភាគយក $2(x+2)$ ។

បើ $f'(x)=0 \Leftrightarrow 2(x+2)=0$ ឬ $x=-2$ ។

ចំពោះ $x=-2$ គេបាន $f(-2)=\ln(4-8+5)=\ln 1=0$ ។

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$			0		
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

៣. ស្រាយថាបន្ទាត់$(d): x=-2$ ជាអ័ក្សបម្លែងឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ៖

តាមរូបមន្ត $f(2a-x_0)=f(x_0)$ដើម្បីស្រាយថាបន្ទាត់$(d): x=-2$ជាអ័ក្សបម្លែងឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C)យើងគ្រាន់តែស្រាយឲ្យឃើញថា$\forall x_0\in\mathbb{R}: f(-4-x_0)=f(x_0)$

យើងមាន $f(x)=\ln(x^2+4x+5)$

យើងបាន $f(-4-x_0)=\ln\left[(-4-x_0)^2+4(-4-x_0)+5\right]$

$$=\ln\left(16+8x_0+x_0^{\ 2}-16-4x_0+5\right)$$

$$=\ln\left(x_0^{\ 2}+4x_0+5\right)=f(x_0)$$

ដូចនេះបន្ទាត់$(d): x=-2$ ជាអ័ក្សបម្លែងឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C)។

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់ពីរ (T_1) និង (T_2) ៖

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់(T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x_1=0$ និង $x_2=-4$ គឺ ៖

$f'(0)=\dfrac{2(0)+4}{0^2+4(0)+5}=\dfrac{4}{5}$ និង $f'(2)=\dfrac{2(-4)+4}{(-4)^2+4(-4)+5}=-\dfrac{4}{5}$

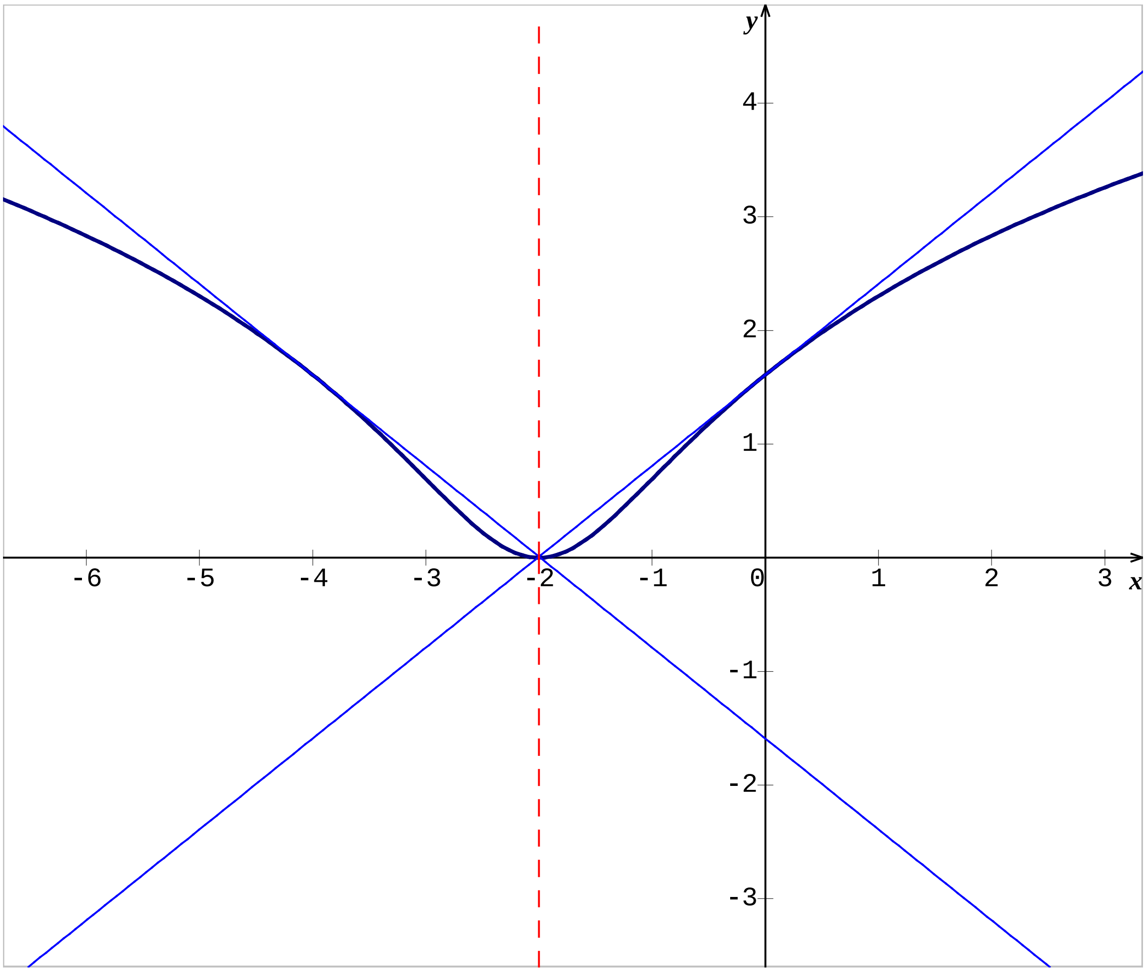
ដោយ $f(0)=\ln 5$ និង$f(-4)=\ln 5$ គេបាន ៖

$$(T_1): y=f'(0)(x-0)+f'(0)=\frac{4}{5}x+\ln 5$$

$$(T_2): y=f'(-4)(x+4)+f(-4)=-\frac{4}{5}x-\frac{16}{5}+\ln 5$$

ដូចនេះ $(T_1): y=\dfrac{4x}{5}+\ln 5$ និង $(T_2): y=-\dfrac{4x}{5}-\dfrac{16}{5}+\ln 5$ ។

៥.សង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់ (T_1) និង(T_2)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



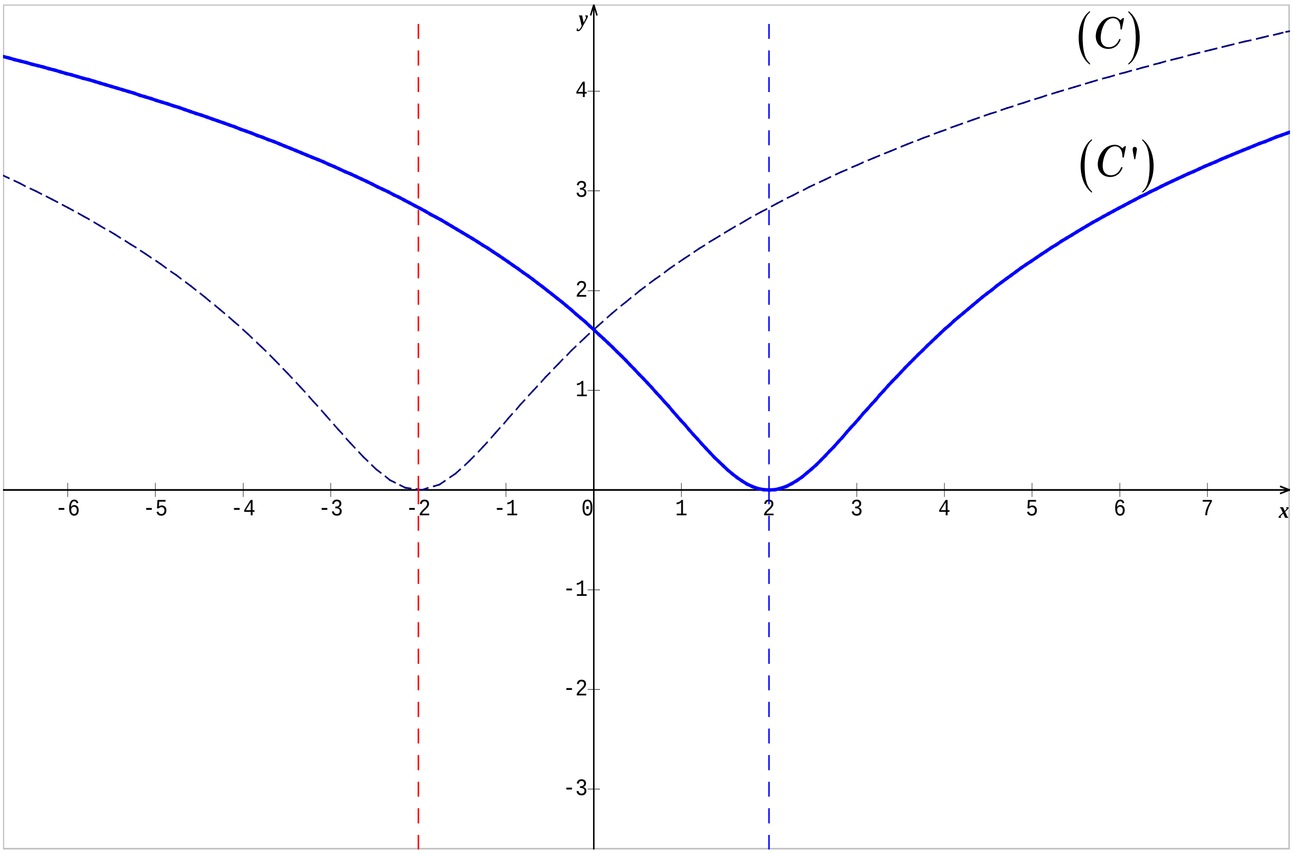
៦.ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ចូរសង់ខ្សែកោង (C') តាងឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់ដោយ

$g(x)=\ln\left(x^2-4x+5\right)$ ដែល $x\in\mathbb{R}$ ៖

គេមាន $(C):\ f(x)=\ln(x^2+4x+5)$ និង $(C'):g(x)=\ln\left(x^2-4x+5\right)$

ដោយ $g(x)=f(-x)=\ln(x^2-4x+5)$ នោះបញ្ជាក់ថាក្រាប (C') ឆ្លុះទៅនឹងក្រាប (C) ធៀបទៅនឹងអ័ក្សអរដោនេ $(y'oy)$ ។

ដូចនេះយើងអាចសង់ក្រាប (C') ដោយរំកិលក្រាប (C) ចំនួន 4 ឯកតាលើ $(x'ox)$ មកខាងស្តាំ ។



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី១៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\ln\left(e^{2x}-4e^{x}+5\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចូរស្រាយថាអនុគមន៍ f កំណត់ជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ រួចចូរគណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_1):y=\ln 5$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយបន្ទាត់ (d_1) ។

៣.ចូរបង្ហាញថាអនុគមន៍ f អាចសរសេរជា $f(x)=2x+\ln\left(1-\dfrac{4}{e^{x}}+\dfrac{5}{e^{2x}}\right)$

រួចទាញថាបន្ទាត់ $(d_2):y=2x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) បើ $x\to+\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយបន្ទាត់ (d_2) ។

៤.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.គណនា $f(-1), f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2)

ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។

៦.ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ចូរកំណត់ចំនួនពិត k ដើម្បីឲ្យសមីការ ៖

$\ln\left(e^{2x}-4e^{x}+5\right)=k$ មានឫសពីរ x_1 និង x_2 ដែល $x_1<\ln\dfrac{5}{4}<x_2<\ln 5$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.ស្រាយថាអនុគមន៍ f កំណត់ជានិច្ចលើ $\mathbb{R}$ រួចគណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ៖

យើងមាន $f(x)=\ln\left(e^{2x}-4e^{x}+5\right)$

ដោយ $e^{2x}-4e^{x}+5=(e^{x}-2)^{2}+1>0$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ។

ដូចនេះ f ជាអនុគមន៍អាចកំណត់បានជានិច្ចគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\ln\left(e^{2x}-4e^{x}+5\right)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\ln\left(e^{2x}\right)\right]=+\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថា $(d_1): y=\ln 5$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) បើ $x\to-\infty$

យើងមាន $(C): f(x)=\ln\left(e^{2x}-4e^{x}+5\right)$ និង $(d_1): y=\ln 5$

យើងបាន $f(x)-y_{d_1}=\ln\left(e^{2x}-4e^{x}+5\right)-\ln 5=\ln\left(\dfrac{e^{2x}-4e^{x}+5}{5}\right)$

ដោយ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-y_{d_1}\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\ln\left(\dfrac{e^{2x}-4e^{x}+5}{5}\right)=\ln 1=0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_1): y=\ln 5$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយបន្ទាត់ (d_1) ៖

គេមាន $f(x)-y_{d_1}=\ln\left(\dfrac{e^{2x}-4e^{x}+5}{5}\right)$

.បើ $\ln\left(\dfrac{e^{2x}-4e^{x}+5}{5}\right)>0$ សមមូល $\dfrac{e^{2x}-4e^{x}+5}{5}>1$

សមមូល $e^{2x}-4e^{x}+5>5$

សមមូល $e^{x}(e^{x}-4)>0$

គេទាញបាន $x>\ln 4=2\ln 2$ ព្រោះ $e^{x}>0$ ។

ដូចនេះចំពោះ $x\in(2\ln 2,+\infty)$ ខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d_1) ។

.បើ $\ln\left(\dfrac{e^{2x}-4e^{x}+5}{5}\right)=0$ សមមូល $\dfrac{e^{2x}-4e^{x}+5}{5}=1$

សមមូល $e^{2x}-4e^{x}+5=5$

សមមូល $e^{x}(e^{x}-4)=0$

គេទាញបាន $x=\ln 4=2\ln 2$ ព្រោះ $e^{x}>0$ ។

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ប្រសព្វបន្ទាត់ (d_1) ត្រង់ចំណុច $A(2\ln 2\,,\ln 5)$ ។

.បើ $\ln\left(\dfrac{e^{2x}-4e^{x}+5}{5}\right)<0$ សមមូល $0<\dfrac{e^{2x}-4e^{x}+5}{5}<1$

សមមូល $e^{2x}-4e^{x}+5<5$

សមមូល $e^{x}(e^{x}-4)<0$

គេទាញបាន $x<\ln 4=2\ln 2$ ព្រោះ $e^{x}>0$ ។

ដូចនេះចំពោះ $x\in(-\infty\,,2\ln 2)$ ខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_1) ។

៣.បង្ហាញថាអនុគមន៍ f អាចសរសេរជា $f(x)=2x+\ln\left(1-\dfrac{4}{e^{x}}+\dfrac{5}{e^{2x}}\right)$

យើងមាន $f(x)=\ln\left(e^{2x}-4e^{x}+5\right)$

$$=\ln\left[e^{2x}\left(1-\frac{4}{e^{x}}+\frac{5}{e^{2x}}\right)\right]$$

$$=\ln\left(e^{2x}\right)+\ln\left(1-\frac{4}{e^{x}}+\frac{5}{e^{2x}}\right)$$

$$=2x+\ln\left(1-\frac{4}{e^{x}}+\frac{5}{e^{2x}}\right)$$

ដូចនេះ $f(x)=2x+\ln\left(1-\dfrac{4}{e^{x}}+\dfrac{5}{e^{2x}}\right)$ ។

ទាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) បើ $x \to +\infty$

យើងមាន $f(x) - y_d = 2x + \ln\left(1 - \frac{4}{e^x} + \frac{5}{e^{2x}}\right) - 2x = \ln\left(1 - \frac{4}{e^x} + \frac{5}{e^{2x}}\right)$

ដោយ $\lim_{x \to +\infty}\left[f(x) - y_d\right] = \lim_{x \to +\infty} \ln\left(1 - \frac{4}{e^x} + \frac{5}{e^{2x}}\right) = \ln 1 = 0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_2): y = 2x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) បើ $x \to +\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយបន្ទាត់ (d_2) ៖

គេមាន $f(x) - y_d = \ln\left(1 - \frac{4}{e^x} + \frac{5}{e^{2x}}\right) = \ln\left(1 + \frac{5 - 4e^x}{e^{2x}}\right)$

.បើ $\ln\left(1 + \frac{5 - 4e^x}{e^{2x}}\right) > 0$ សមមូល $1 + \frac{5 - 4e^x}{e^{2x}} > 1$

សមមូល $5 - 4e^x > 0$ ឬ $x < \ln\frac{5}{4}$

ដូចនេះចំពោះ $x \in (-\infty, \ln\frac{5}{4})$ ខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d_2) ។

.បើ $\ln\left(1 + \frac{5 - 4e^x}{e^{2x}}\right) = 0$ សមមូល $1 + \frac{5 - 4e^x}{e^{2x}} = 1$

សមមូល $5 - 4e^x = 0$ ឬ $x = \ln\frac{5}{4}$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ប្រសព្វបន្ទាត់ (d_2) ត្រង់ចំណុច $B(\ln\frac{5}{4}, 2\ln\frac{5}{4})$ ។

.បើ $\ln\left(1 + \frac{5 - 4e^x}{e^{2x}}\right) < 0$ សមមូល $1 + \frac{5 - 4e^x}{e^{2x}} < 1$

សមមូល $5-4e^{x}<0$ ឬ $x>\ln\frac{5}{4}$

ដូចនេះចំពោះ $x\in(\ln\frac{5}{4},+\infty)$ ខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_2) ។

៤.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f(x)=\ln\left(e^{2x}-4e^{x}+5\right)$

យើងបាន $f'(x)=\dfrac{2e^{2x}-4e^{x}}{e^{2x}-4e^{x}+5}=\dfrac{2e^{x}(e^{x}-2)}{(e^{x}-2)^{2}+1}$

ដោយ $\forall x\in\mathbb{R}:\dfrac{2e^{x}}{(e^{x}-2)^{2}+1}>0$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $e^{x}-2$ ។

.បើ $e^{x}-2>0\Leftrightarrow x>\ln 2$ នោះ $f'(x)>0$ ។

.បើ $e^{x}-2=0\Leftrightarrow x=\ln 2$ នោះ $f'(x)=0$ ។

.បើ $e^{x}-2<0\Leftrightarrow x<\ln 2$ នោះ $f'(x)<0$ ។

ចំពោះ $x=\ln 2$ នោះគេបាន៖

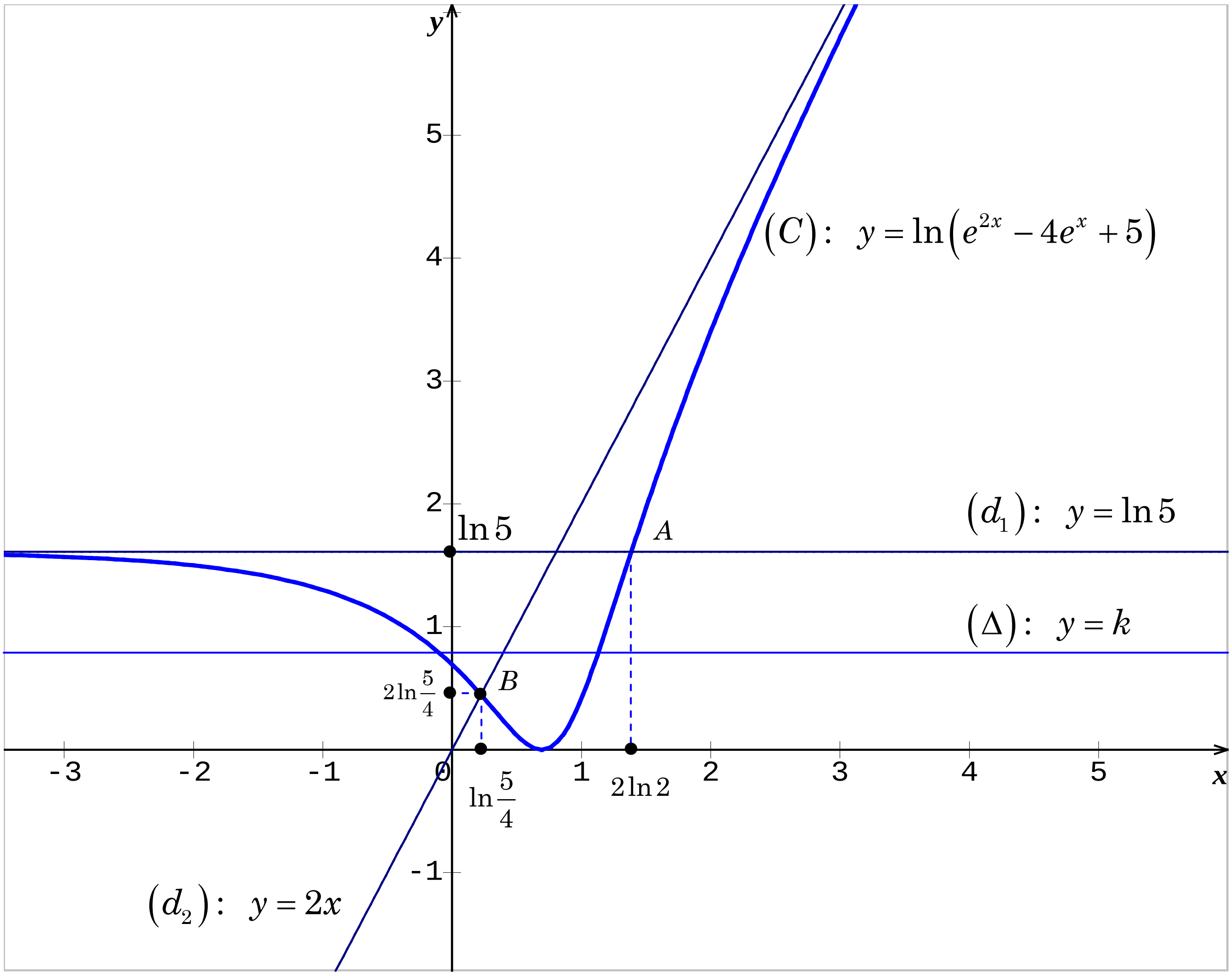
$f(\ln 2)=\ln\left(e^{2\ln 2}-4e^{\ln 2}+5\right)=\ln(4-8+5)=\ln 1=0$ ។

x	$-\infty$		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

៥.គណនា $f(-1)$, $f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ៖

យើងបាន $f(-1)=\ln(e^{-2}-4e^{-1}+5)=1.30$

$$f(1)=\ln(e^2-4e+5)=0.42$$
$$f(2)=\ln(e^4-4e^2+5)=3.37$$



៦.កំណត់ចំនួនពិត k ដើម្បីឲ្យសមីការមានឫសពីរផ្ទៀងផ្ទាត់ $x_1<\ln\frac{5}{4}<x_2<2\ln 2$ ៖

គេមាន $\ln\left(e^{2x}-4e^x+5\right)=k$ ជាសមីការអាប់ស៊ីសនៃចំណុចប្រសព្វរវាង ខ្សែកោង $(C): f(x)=\ln\left(e^{2x}-4e^x+5\right)$ និងបន្ទាត់ $(\Delta): y=k$ ។

តាមក្រាហ្វិកយើងសង្កេតឃើញថាដើម្បីឲ្យសមីការនេះមានឫសពីរ x_1 និង x_2 ផ្ទៀងផ្ទាត់ $x_1<\ln\frac{5}{4}<x_2<2\ln 2$ លុះត្រាតែ $2\ln\frac{5}{4}<k<\ln 5$ ។

ដូចនេះ៖ $k\in\left(2\ln\frac{5}{4}\,,\,\ln 5\right)$ ។

លំហាត់ទី១៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x-2-3\ln\left(\frac{e^x+1}{e^x+4}\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x-2+3\ln 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{(e^x-2)^2}{(e^x+1)(e^x+4)}$

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ **និង** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

យើងមាន $f(x)=x-2-3\ln\left(\frac{e^x+1}{e^x+4}\right)$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x-2-3\ln\left(\frac{e^x+1}{e^x+4}\right)\right]=-\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x-2-3\ln\left(\frac{e^x+1}{e^x+4}\right)\right]=+\infty$ ។

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\frac{e^x+1}{e^x+1}\right)=\ln 1=0$ ។

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ។

២.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

យើងមាន $(C): f(x)=x-2-3\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+4}\right)$ និង $(d_1): y=x-2$

យើងបាន $f(x)-y_d=-3\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+4}\right)=3\ln\left(\dfrac{e^x+4}{e^x+1}\right)$

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y_d\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[3\ln\left(\dfrac{e^x+4}{e^x+1}\right)\right]=3\ln 1=0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_1): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ខាង $+\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ៖

យើងមាន $f(x)-y_d=3\ln\left(\dfrac{e^x+4}{e^x+1}\right)$

ដោយ $\forall x\in\mathbb{R}: 0<e^x+1<e^x+4$

ឬ $\dfrac{e^x+4}{e^x+1}>1$ នោះគេទាញបាន $\forall x\in\mathbb{R}: \ln\left(\dfrac{e^x+4}{e^x+1}\right)>0$

ដោយ $f(x)-y_d=3\ln\left(\dfrac{e^x+4}{e^x+1}\right)>0$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើនៃ

បន្ទាត់ (d_1) ជានិច្ច។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x-2+3\ln 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C)

គេមាន $f(x)=x-2-3\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+4}\right)$ និង $(d_2): y=x-2+3\ln 4$

គេបាន $f(x)-y_{d_2}=-3\left[\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+4}\right)+\ln 4\right]=-3\ln\left(\dfrac{4e^x+4}{e^x+4}\right)$

ដោយ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-y_{d_2}\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[-3\ln\left(\dfrac{4e^x+4}{e^x+4}\right)\right]=-3\ln 1=0$

ដូចនេះបន្ទាត់$(d_2): y = x - 2 + 3\ln 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C) ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(d_2)និង(C) ៖

យើងមាន$f(x) - y_{d_2} = -3\ln\left(\frac{4e^x + 4}{e^x + 4}\right)$

ដោយចំពោះគ្រប់$x \in \mathbb{R} : 4e^x + 4 > e^x + 4$ នោះ $\frac{4e^x + 4}{e^x + 4} > 1$

គេទាញបាន $\ln\left(\frac{4e^x + 4}{e^x + 4}\right) > 0$ នោះ $f(x) - y_{d_2} = -3\ln\left(\frac{4e^x + 4}{e^x + 4}\right) < 0$

ដូចនេះខ្សែកោង(C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់(d_2) ជានិច្ច។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតxស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{(e^x - 2)^2}{(e^x + 1)(e^x + 4)}$

យើងមាន$f(x) = x - 2 - 3\ln\left(\frac{e^x + 1}{e^x + 4}\right) = x - 2 - 3\ln(e^x + 1) + 3\ln(e^x + 4)$

យើងបាន $f'(x) = 1 - \frac{3e^x}{e^x + 1} + \frac{3e^x}{e^x + 4}$

$$= \frac{(e^x + 1)(e^x + 4) - 3e^x(e^x + 4) + 3e^x(e^x + 1)}{(e^x + 1)(e^x + 4)}$$

$$= \frac{e^{2x} + 5e^x + 4 - 3e^{2x} - 12e^x + 3e^{2x} + 3e^x}{(e^x + 1)(e^x + 4)}$$

$$= \frac{e^{2x} - 4e^x + 4}{(e^x + 1)(e^x + 4)} = \frac{(e^x - 2)^2}{(e^x + 1)(e^x + 4)}$$

ដូចនេះ$f'(x) = \frac{(e^x - 2)^2}{(e^x + 1)(e^x + 4)}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

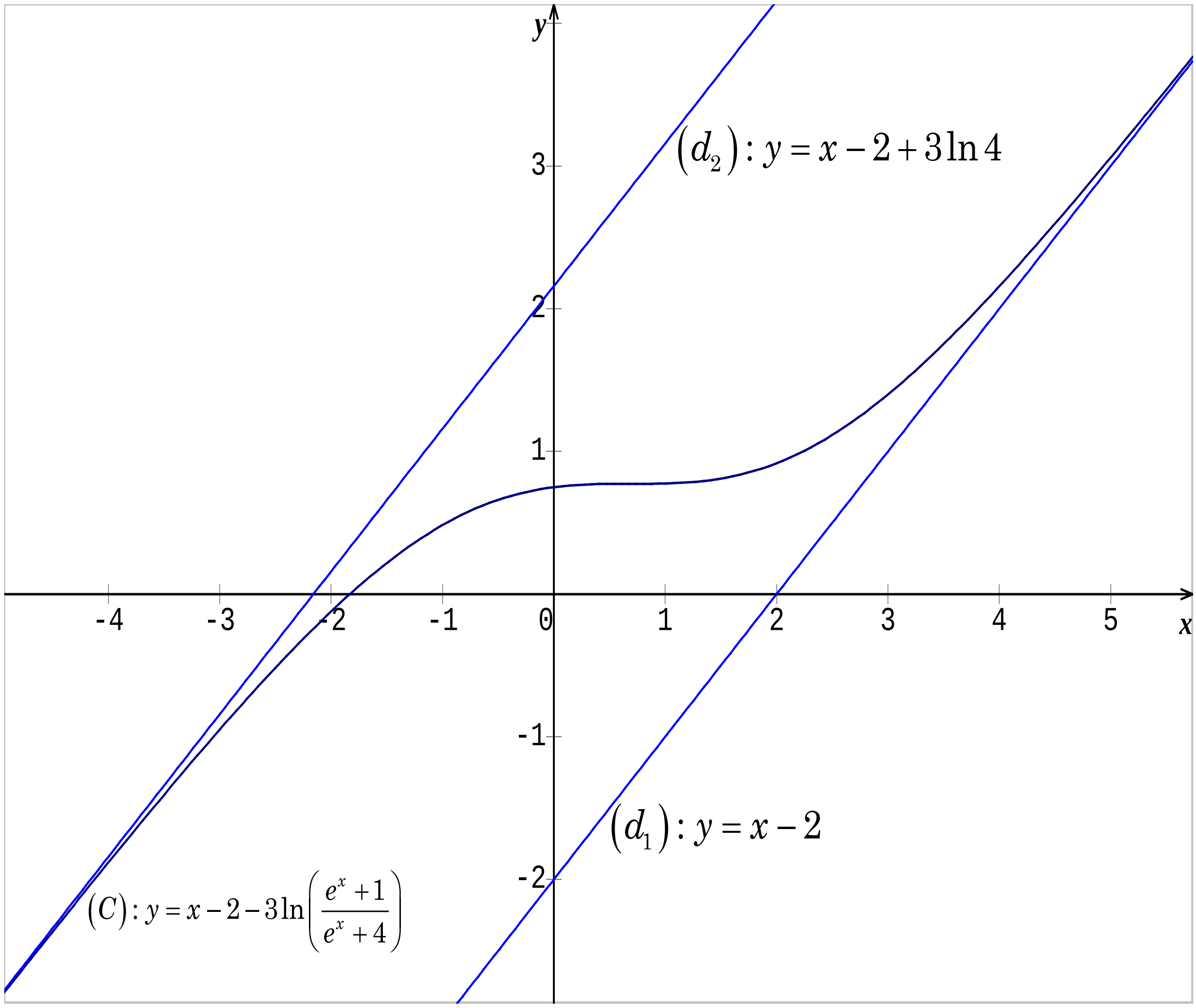
គេមាន $f'(x) = \frac{(e^x - 2)^2}{(e^x + 1)(e^x + 4)} \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

បើ $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left(e^{x}-2\right)^{2}=0$ គេទាញឫស $x=\ln 2$ ។

ចំពោះ $x=\ln 2$ គេបាន $f(\ln 2)=\ln 2-2-3\ln\left(\frac{3}{6}\right)=0.77$ ។

x	$-\infty$		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0.77	$\nearrow$	$+\infty$

៦. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា



លំហាត់ទី១៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x-1-4\ln\left(\frac{e^x+1}{e^x+3}\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x-1+4\ln 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{e^{2x}-4e^x+3}{(e^x+1)(e^x+3)}$

៥.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=e^{2x}-4e^x+3$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៦. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១.គណនាលីមីត $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ **និង** $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

យើងមាន $f(x)=x-1-4\ln\left(\frac{e^x+1}{e^x+3}\right)$

យើងបាន $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[x-1-4\ln\left(\frac{e^x+1}{e^x+3}\right)\right]=-\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to-\infty} e^x=0$ ។

ហើយ $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[x-1-4\ln\left(\frac{e^x+1}{e^x+3}\right)\right]=+\infty$ ។

ដូចនេះ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ និង $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ។

២.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x-1$ **ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង** (C)

យើងមាន $(C): f(x)=x-1-4\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+3}\right)$ និង $(d_1): y=x-1$

យើងបាន $f(x)-y_d=-4\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+3}\right)$

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y_d\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-4\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+3}\right)\right]=-4\ln 1=0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_1): y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ខាង $+\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ៖

យើងមាន $f(x)-y_d=-4\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+3}\right)$ ដោយ $\forall x\in\mathbb{R}: 0<e^x+1<e^x+3$

ឬ $0<\dfrac{e^x+1}{e^x+3}<1$ នោះគេទាញបាន $\forall x\in\mathbb{R}: \ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+3}\right)<0$

ដោយ $f(x)-y_d=-4\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+3}\right)>0$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើនៃបន្ទាត់ (d_1) ជានិច្ច។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x-1+4\ln 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C)

គេមាន $f(x)=x-1-4\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+3}\right)$ និង $(d_2): y=x-1+4\ln 3$

គេបាន $f(x)-y_{d_2}=-4\left[\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+3}\right)+\ln 3\right]=-4\ln\left(\dfrac{3e^x+3}{e^x+3}\right)$

ដោយ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-y_{d_2}\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[-4\ln\left(\dfrac{3e^x+3}{e^x+3}\right)\right]=-4\ln 1=0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_2): y=x-1+4\ln 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ៖

យើងមាន $f(x)-y_{d_2}=-4\ln\left(\frac{3e^x+3}{e^x+3}\right)$

ដោយចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}:3e^x+3>e^x+3$ នោះ $\frac{3e^x+3}{e^x+3}>1$

គេទាញបាន $\ln\left(\frac{3e^x+3}{e^x+3}\right)>0$ នោះ $f(x)-y_{d_2}=-4\ln\left(\frac{3e^x+3}{e^x+3}\right)<0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_2) ជានិច្ច។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{e^{2x}-4e^x+3}{(e^x+1)(e^x+3)}$

យើងមាន $f(x)=x-1-4\ln\left(\frac{e^x+1}{e^x+3}\right)=x-1-4\ln(e^x+1)+4\ln(e^x+3)$

យើងបាន $f'(x)=1-\frac{4e^x}{e^x+1}+\frac{4e^x}{e^x+3}$

$$=\frac{(e^x+1)(e^x+3)-4e^x(e^x+3)+4e^x(e^x+1)}{(e^x+1)(e^x+3)}$$

$$=\frac{e^{2x}+4e^x+3-4e^{2x}-12e^x+4e^{2x}+4e^x}{(e^x+1)(e^x+3)}$$

$$=\frac{e^{2x}-4e^x+3}{(e^x+1)(e^x+3)}$$

ដូចនេះ $f'(x)=\frac{e^{2x}-4e^x+3}{(e^x+1)(e^x+3)}$ ។

៥.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=e^{2x}-4e^x+3$

គេមាន $g(x)=e^{2x}-4e^x+3=(e^x-1)(e^x-3)$

បើ $e^x-1=0$ នោះ $e^x=1$ ឬ $x=0$

បើ $e^x-1>0$ នោះ $e^x>1$ ឬ $x>0$

បើ $e^x-1<0$ នោះ $e^x<1$ ឬ $x<0$

បើ $e^x-3=0$ នោះ $e^x=3$ ឬ $x=\ln 3$

បើ $e^x-3>0$ នោះ $e^x>3$ ឬ $x>\ln 3$

បើ $e^x-3<0$ នោះ $e^x<3$ ឬ $x<\ln 3$

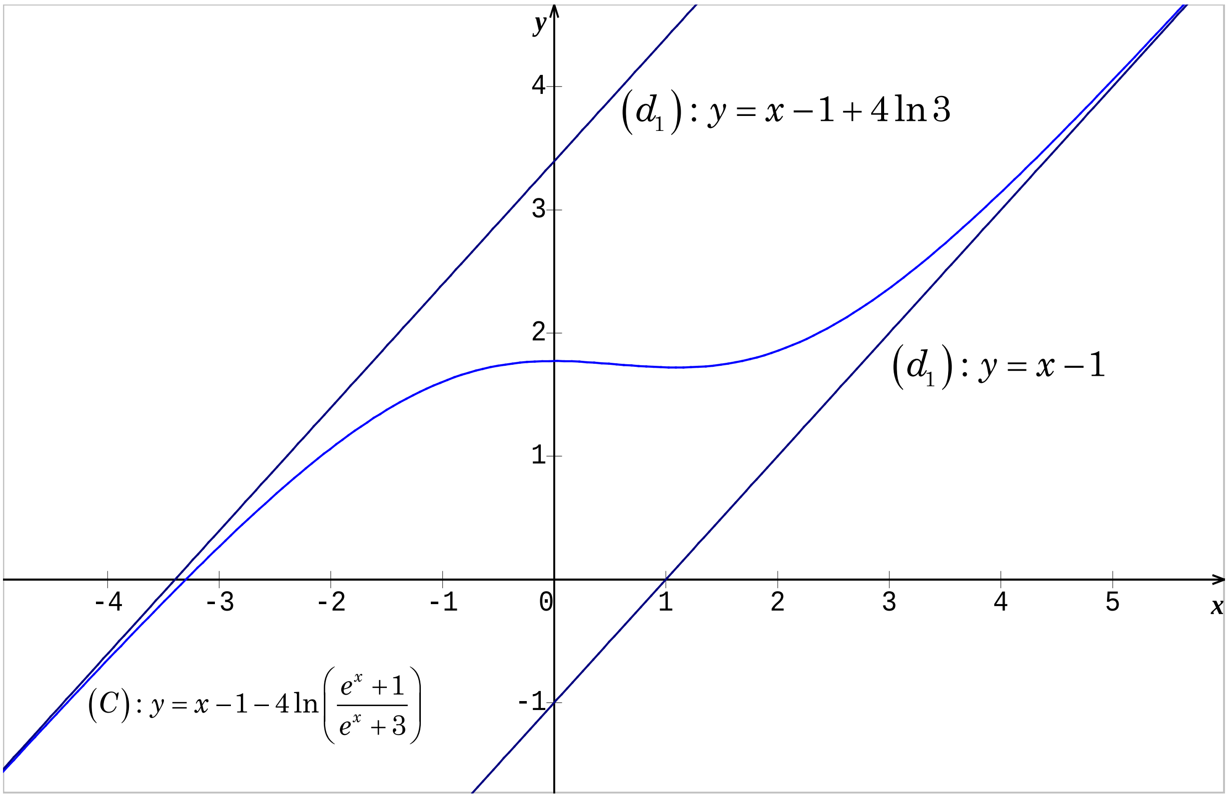
x	$-\infty$		0		$\ln 3$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

x	$-\infty$		0		$\ln 3$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1.77	$\searrow$	1.72	$\nearrow$	$+\infty$

$f(0)=-1-4\ln\frac{2}{4}=1.77$ និង $f(\ln 2)=\ln 3-1-4\ln\frac{4}{6}=1.72$ ។

៦. សង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់ (d_1) និង(d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



លំហាត់ទី១៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x+3+6\ln\left(\dfrac{e^x+1}{2e^x+1}\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x+3-6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x+3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(e^x-1)(2e^x-1)}{(e^x+1)(2e^x+1)}$

៥.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=(e^x-1)(2e^x-1)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៦. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x+3+6\ln\left(\dfrac{e^x+1}{2e^x+1}\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x+3-6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x+3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(e^x-1)(2e^x-1)}{(e^x+1)(2e^x+1)}$

៥.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=(e^x-1)(2e^x-1)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៦. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

យើងមាន $f(x)=x+3+6\ln\left(\dfrac{e^x+1}{2e^x+1}\right)$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x+3+6\ln\left(\dfrac{e^x+1}{2e^x+1}\right)\right]=-\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x+3+6\ln\left(\dfrac{e^x+1}{2e^x+1}\right)\right]=+\infty$ ។

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\dfrac{e^x+1}{2e^x+1}\right)=\ln\dfrac{1}{2}$ ។

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ។

២.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x+3-6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

យើងមាន $(C): f(x)=x+3+6\ln\left(\dfrac{e^x+1}{2e^x+1}\right)$ និង $(d_1): y=x+3-6\ln 2$

យើងបាន $f(x)-y_d=6\ln\left(\dfrac{2e^x+2}{2e^x+1}\right)$

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y_d\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[6\ln\left(\dfrac{2e^x+2}{2e^x+1}\right)\right]=6\ln 1=0$

ដូចនេះ $(d_1): y=x+3-6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ខាង $+\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ៖

យើងមាន $f(x)-y_d=6\ln\left(\frac{2e^x+2}{2e^x+1}\right)$

ដោយ $\forall x\in\mathbb{R}: 0<2e^x+1<2e^x+2$ ឬ $\frac{2e^x+2}{e^x+2}>1$

នោះគេទាញបាន $\forall x\in\mathbb{R}: \ln\left(\frac{2e^x+2}{2e^x+1}\right)>0$

ដោយ $f(x)-y_d=6\ln\left(\frac{2e^x+2}{2e^x+1}\right)>0$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើនៃ

បន្ទាត់ (d_1) ជានិច្ច។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x-2+6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C)

គេមាន $f(x)=x+3+6\ln\left(\frac{e^x+1}{2e^x+1}\right)$ និង $(d_2): y=x+3$

គេបាន $f(x)-y_{d_2}=6\ln\left(\frac{e^x+1}{2e^x+1}\right)$

ដោយ $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-y_{d_2}\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[6\ln\left(\frac{e^x+1}{2e^x+1}\right)\right]=6\ln 1=0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_2): y=x+3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ៖

យើងមាន $f(x)-y_{d_2}=6\ln\left(\frac{e^x+1}{2e^x+1}\right)$

ដោយចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}: 2e^x+1>e^x+1$ នោះ $0<\frac{e^x+1}{2e^x+1}<1$

គេទាញបាន $\ln\left(\frac{e^x+1}{2e^x+1}\right)<0$ នោះ $f(x)-y_{d_2}=6\ln\left(\frac{e^x+1}{2e^x+1}\right)<0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_2) ជានិច្ច។

៨.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{(e^x-1)(2e^x-1)}{(e^x+1)(2e^x+1)}$

យើងមាន $f(x)=x+3+6\ln\left(\frac{e^x+1}{2e^x+1}\right)=x+3+6\ln(e^x+1)-6\ln(2e^x+1)$

យើងបាន $f'(x)=1+\frac{6e^x}{e^x+1}-\frac{12e^x}{2e^x+1}$

$$=\frac{(e^x+1)(2e^x+1)+6e^x(2e^x+1)-12e^x(e^x+1)}{(e^x+1)(2e^x+1)}$$

$$=\frac{2e^{2x}+3e^x+1+12e^2+6e^x-12e^{2x}-12e^x}{(e^x+1)(2e^x+1)}$$

$$=\frac{2e^{2x}-3e^x+1}{(e^x+1)(2e^x+1)}=\frac{(e^x-1)(2e^x-1)}{(e^x+1)(2e^x+1)}$$

ដូចនេះ $f'(x)=\frac{(e^x-1)(2e^x-1)}{(e^x+1)(2e^x+1)}$ ។

៩.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=(e^x-1)(2e^x-1)$

បើ $e^x-1=0$ នោះ $e^x=1$ ឬ $x=0$

បើ $e^x-1>0$ នោះ $e^x>1$ ឬ $x>0$ ។ បើ $e^x-1<0$ នោះ $e^x<1$ ឬ $x<0$

បើ $2e^x-1=0$ នោះ $e^x=\frac{1}{2}$ ឬ $x=-\ln 2$

បើ $2e^x-1>0$ នោះ $e^x>\frac{1}{2}$ ឬ $x>-\ln 2$

បើ $2e^x-1<0$ នោះ $e^x<\frac{1}{2}$ ឬ $x<-\ln 2$

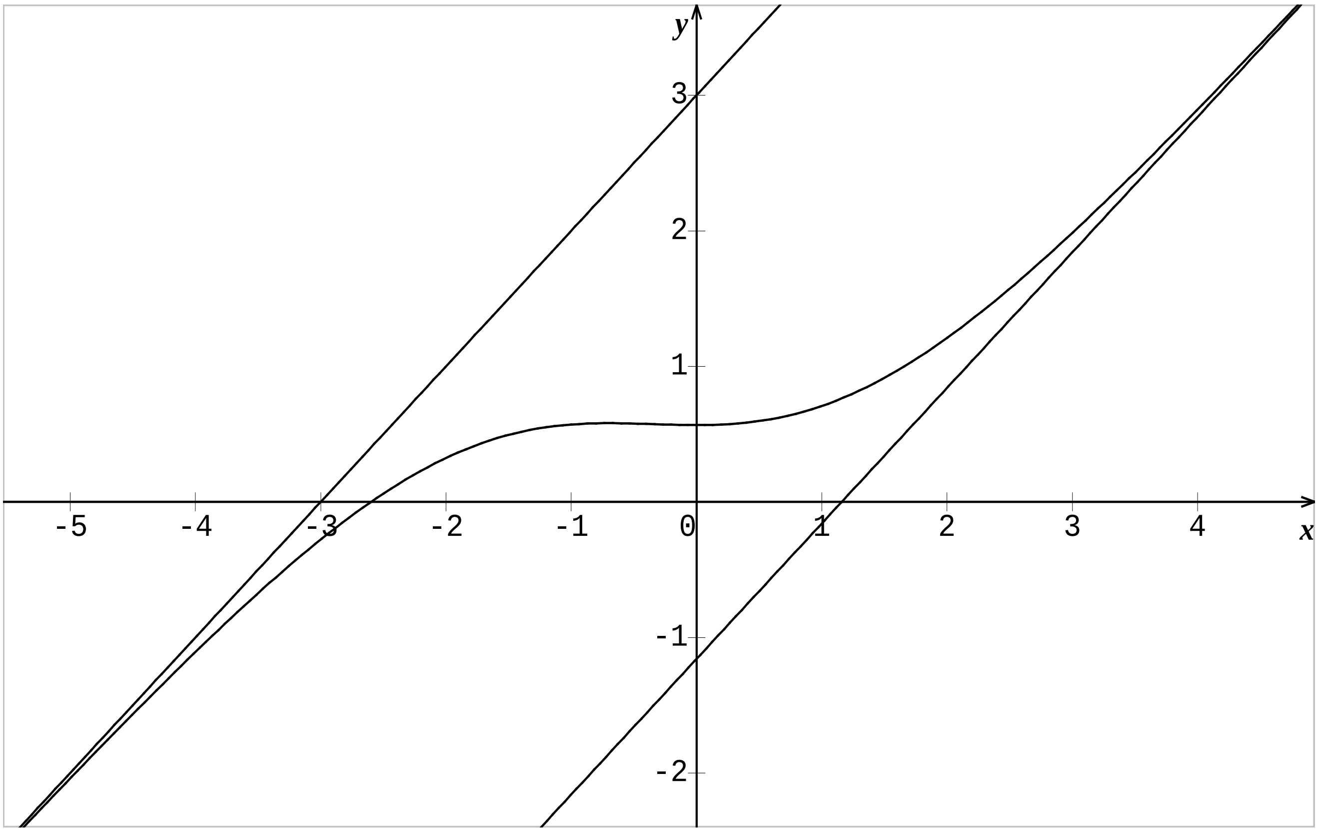
x	$-\infty$		$-\ln 2$		0		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

x	$-\infty$		$-\ln 2$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0.58	↘	0.57	↗	$+\infty$

$f(0)=3+6\ln\frac{2}{3}=0.57$ និង $f(-\ln 2)=-\ln 2+3+6\ln\frac{3}{4}=0.58$

៦. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី២០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x-2-6\ln(\frac{e^x+1}{e^x+2})$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x-2+6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{e^{2x}-3e^x+2}{(e^x+1)(e^x+2)}$

៥.ចូរសិក្សសញ្ញានៃ $g(x)=e^{2x}-3e^x+2$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៦. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ **និង** $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

យើងមាន $f(x)=x-2-6\ln(\frac{e^x+1}{e^x+2})$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x-2-6\ln(\frac{e^x+1}{e^x+2})\right]=-\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x-2-6\ln(\frac{e^x+1}{e^x+2})\right]=+\infty$ ។

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+2}\right)=\ln 1=0$ ។

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ។

២.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

យើងមាន $(C): f(x)=x-2-6\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+2}\right)$ និង $(d_1): y=x-2$

យើងបាន $f(x)-y_d=-6\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+2}\right)$

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y_d\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-6\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+2}\right)\right]=-6\ln 1=0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_1): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ខាង $+\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ៖

យើងមាន $f(x)-y_d=-6\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+2}\right)$ ដោយ $\forall x\in\mathbb{R}: 0<e^x+1<e^x+2$

ឬ $0<\dfrac{e^x+1}{e^x+2}<1$ នោះគេទាញបាន $\forall x\in\mathbb{R}: \ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+2}\right)<0$

ដោយ $f(x)-y_d=-6\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+2}\right)>0$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើនៃ

បន្ទាត់ (d_1) ជានិច្ច។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x-2+6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C)

គេមាន $f(x)=x-2-6\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+2}\right)$ និង $(d_2): y=x-2+6\ln 2$

គេបាន $f(x)-y_{d_2}=-6\left[\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+2}\right)+\ln 2\right]=-6\ln\left(\dfrac{2e^x+2}{e^x+2}\right)$

ដោយ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-y_{d_2}\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[-6\ln\left(\dfrac{2e^x+2}{e^x+2}\right)\right]=-6\ln 1=0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_2): y=x-2+6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ៖

យើងមាន $f(x)-y_{d_2}=-6\ln\left(\dfrac{2e^x+2}{e^x+2}\right)$

ដោយចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}: 2e^x+2>e^x+2$ នោះ $\dfrac{2e^x+2}{e^x+2}>1$

គេទាញបាន $\ln\left(\dfrac{2e^x+2}{e^x+2}\right)>0$ នោះ $f(x)-y_{d_2}=-6\ln\left(\dfrac{2e^x+2}{e^x+2}\right)<0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_2) ជានិច្ច។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{e^{2x}-3e^x+2}{(e^x+1)(e^x+2)}$

យើងមាន $f(x)=x-2-6\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+2}\right)=x-2-6\ln(e^x+1)+6\ln(e^x+2)$

យើងបាន $f'(x)=1-\dfrac{6e^x}{e^x+1}+\dfrac{6e^x}{e^x+2}$

$$=\frac{(e^x+1)(e^x+2)-6e^x(e^x+2)+6e^x(e^x+1)}{(e^x+1)(e^x+2)}$$

$$=\frac{e^{2x}+3e^x+2-6e^{2x}-12e^x+6e^{2x}+6e^x}{(e^x+1)(e^x+2)}$$

$$=\frac{e^{2x}-3e^x+2}{(e^x+1)(e^x+2)}$$

ដូចនេះ $f'(x)=\dfrac{e^{2x}-3e^x+2}{(e^x+1)(e^x+2)}$ ។

៨.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=e^{2x}-3e^x+2$

គេមាន $g(x)=e^{2x}-3e^x+2=(e^x-1)(e^x-2)$

បើ $e^x-1=0$ នោះ $e^x=1$ ឬ $x=0$

បើ $e^x-1>0$ នោះ $e^x>1$ ឬ $x>0$

បើ $e^x-1<0$ នោះ $e^x<1$ ឬ $x<0$

បើ $e^x-2=0$ នោះ $e^x=2$ ឬ $x=\ln 2$

បើ $e^x-2>0$ នោះ $e^x>2$ ឬ $x>\ln 2$

បើ $e^x-2<0$ នោះ $e^x<2$ ឬ $x<2$

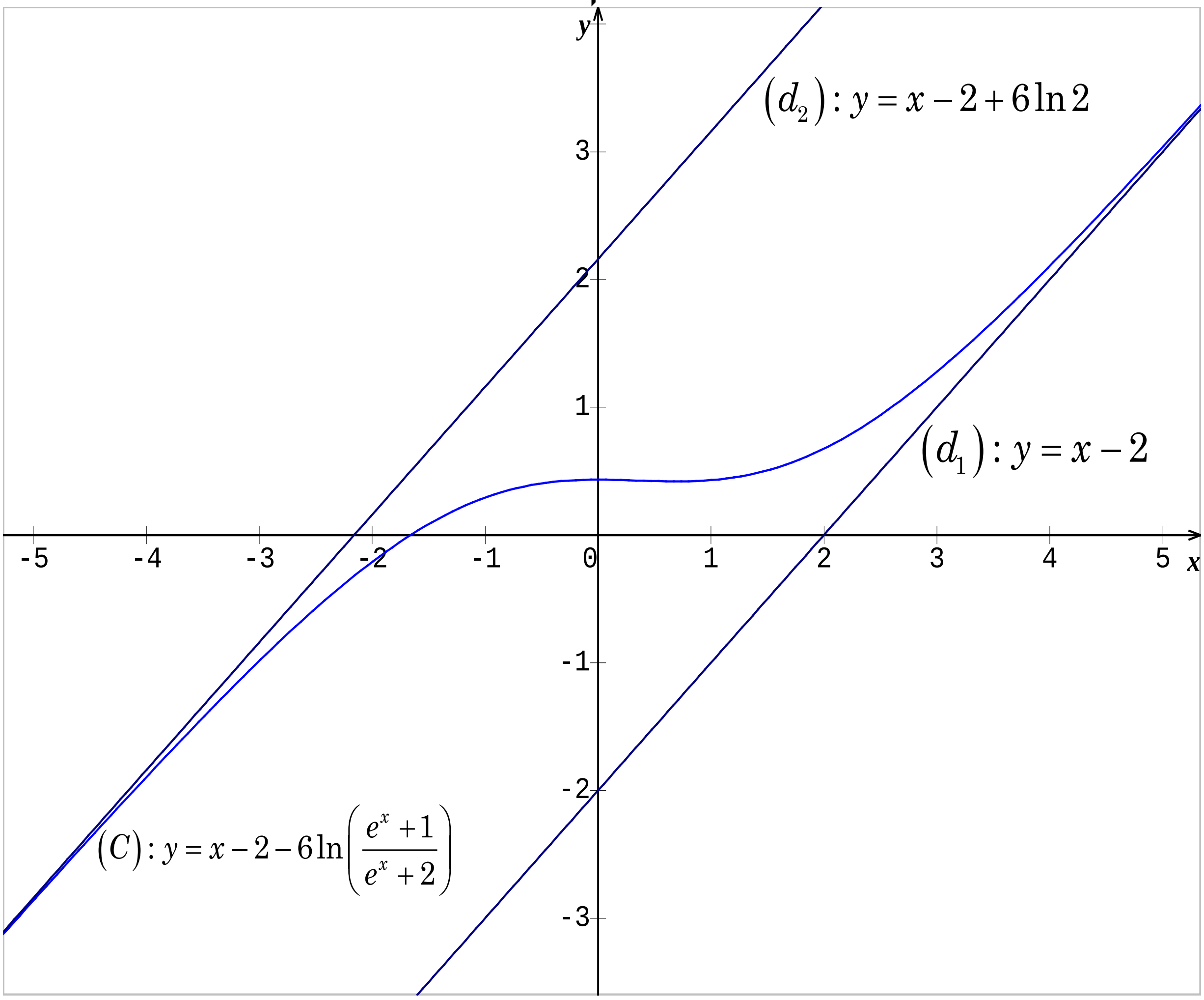
x	$-\infty$		0		$\ln 2$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

x	$-\infty$		0		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0.43	$\searrow$	0.41	$\nearrow$	$+\infty$

$f(0)=-2-6\ln\dfrac{2}{3}=0.43$ និង $f(\ln 2)=\ln 2-2-6\ln\dfrac{3}{4}=0.41$ ។

៦. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី២១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x+1-3\ln\left(\frac{2e^x+1}{e^x+2}\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x+1-3\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x+1+3\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{2(e^x-1)^2}{(e^x+2)(2e^x+1)}$

រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ **និង** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

យើងមាន $f(x)=x+1-3\ln\left(\frac{2e^x+1}{e^x+2}\right)$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x+1-3\ln\left(\frac{2e^x+1}{e^x+2}\right)\right]=-\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x+1-3\ln\left(\frac{2e^x+1}{e^x+2}\right)\right]=+\infty$ ។

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\frac{2e^x+1}{e^x+1}\right)=\ln 2$ ។

ដូចនេះ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ និង $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ។

២.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x+1-3\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

យើងមាន $(C): f(x)=x+1-3\ln\left(\dfrac{2e^x+1}{e^x+2}\right)$ និង $(d_1): y=x+1-3\ln 2$

យើងបាន $f(x)-y_d=3\ln 2-3\ln\left(\dfrac{2e^x+1}{e^x+1}\right)=3\ln\left(\dfrac{2e^x+2}{2e^x+1}\right)$

ដោយ $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y_d\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[3\ln\left(\dfrac{2e^x+2}{2e^x+1}\right)\right]=3\ln 1=0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_1): y=x+1-3\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ខាង $+\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ៖

យើងមាន $f(x)-y_d=3\ln\left(\dfrac{2e^x+2}{2e^x+1}\right)$

ដោយ $\forall x\in\mathbb{R}: 0<2e^x+1<2e^x+2$

ឬ $\dfrac{2e^x+2}{2e^x+1}>1$ នោះគេទាញបាន $\forall x\in\mathbb{R}: \ln\left(\dfrac{2e^x+2}{2e^x+1}\right)>0$

ដោយ $f(x)-y_d=3\ln\left(\dfrac{2e^x+2}{2e^x+1}\right)>0$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើនៃ

បន្ទាត់ (d_1) ជានិច្ច។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x+1+3\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C)

គេមាន $f(x)=x+1-3\ln\left(\dfrac{2e^x+1}{e^x+2}\right)$ និង $(d_2): y=x+1+3\ln 2$

គេបាន $f(x)-y_{d_2}=-3\left[\ln\left(\dfrac{2e^x+1}{e^x+2}\right)+\ln 2\right]=-3\ln\left(\dfrac{4e^x+2}{e^x+2}\right)$

ដោយ $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-y_{d_2}\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[-3\ln\left(\frac{4e^x+2}{e^x+2}\right)\right]=-3\ln 1=0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_2): y=x+1+3\ln 2$ ជាអាសីុមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ៖

យើងមាន $f(x)-y_{d_2}=-3\ln\left(\frac{4e^x+2}{e^x+2}\right)$

ដោយចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}: 4e^x+2>e^x+2$ នោះ $\frac{4e^x+2}{e^x+2}>1$

គេទាញបាន $\ln\left(\frac{4e^x+2}{e^x+2}\right)>0$ នោះ $f(x)-y_{d_2}=-3\ln\left(\frac{4e^x+2}{e^x+2}\right)<0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_2) ជានិច្ច។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{2\left(e^x-1\right)^2}{(2e^x+1)(e^x+2)}$

យើងមាន $f(x)=x+1-3\ln\left(\frac{2e^x+1}{e^x+2}\right)=x+1-3\ln(2e^x+1)+3\ln(e^x+2)$

យើងបាន $f'(x)=1-\frac{6e^x}{2e^x+1}+\frac{3e^x}{e^x+2}$

$$=\frac{(2e^x+1)(e^x+2)-6e^x(e^x+2)+3e^x(2e^x+1)}{(2e^x+1)(e^x+2)}$$

$$=\frac{2e^{2x}+5e^x+2-6e^{2x}-12e^x+6e^{2x}+3e^x}{(2e^x+1)(e^x+2)}$$

$$=\frac{2e^{2x}-4e^x+2}{(2e^x+1)(e^x+2)}=\frac{2\left(e^x-1\right)^2}{(2e^x+1)(e^x+2)}$$

ដូចនេះ $f'(x)=\frac{2\left(e^x-1\right)^2}{(2e^x+1)(e^x+2)}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

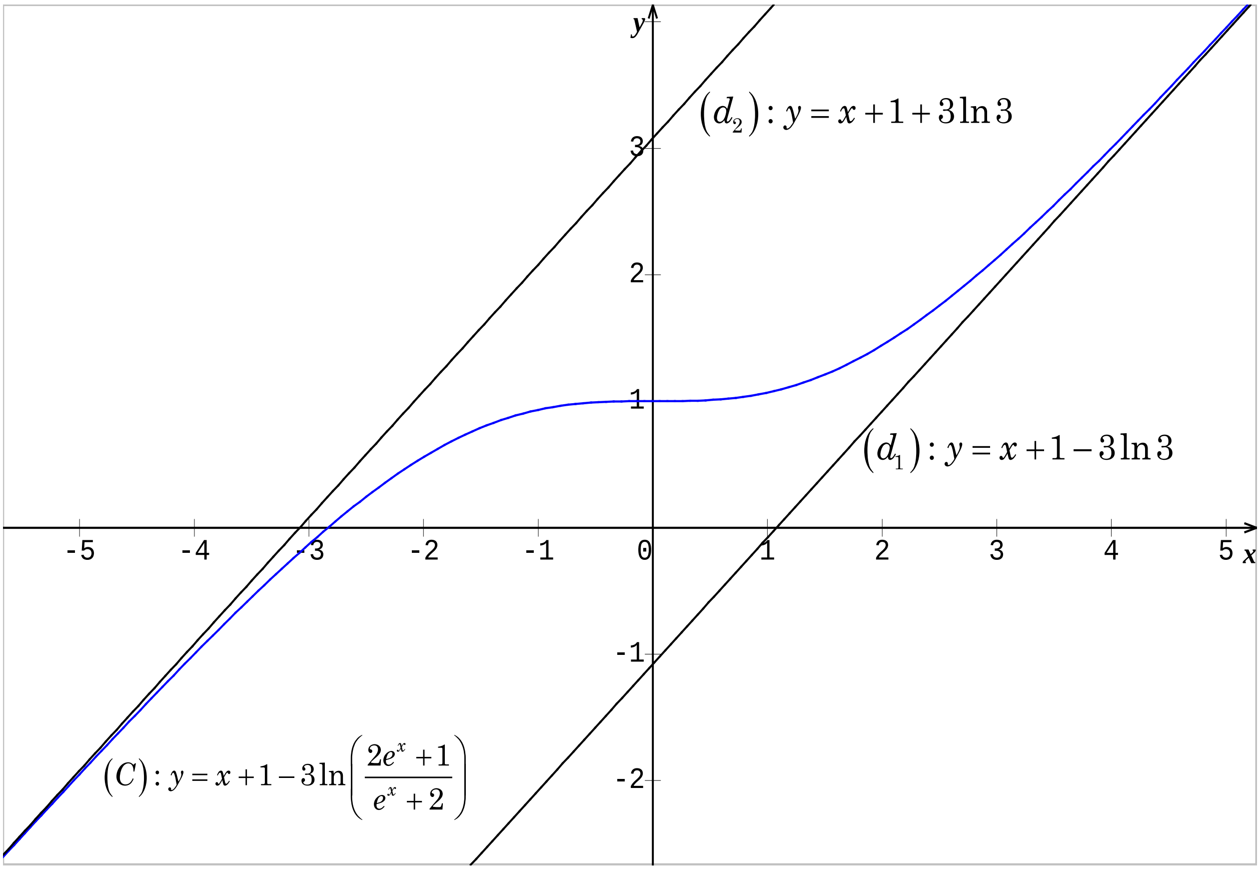
គេមាន $f'(x)=\dfrac{2\left(e^{x}-1\right)^{2}}{(2e^{x}+1)(e^{x}+2)}\geq 0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$

បើ $f'(x)=0\Leftrightarrow\left(e^{x}-1\right)^{2}=0$ គេទាញឫស $x=0$ ។

ចំពោះ $x=0$ គេបាន $f(0)=0+1-3\ln\left(\dfrac{1}{2}\right)=1+3(0.69)=3.07$ ។

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	3.07	↗ $+\infty$

៦. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា



លំហាត់ទី២២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x+2-\ln(e^x+3)+\dfrac{6}{e^x+3}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=x+4-\ln 3-\ln(\frac{1}{3}e^x+1)-\dfrac{2e^x}{e^x+3}$

គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x+4-\ln 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=2-\ln(1+\frac{3}{e^x})+\dfrac{6}{e^x+3}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y=2$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{3(3-e^x)}{(e^x+3)^2}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x=0$ ។

៥.គណនា $f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T) , (d_1) និង (d_2) ។

ដំណោះស្រាយ

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x)=x+4-\ln 3-\ln(\frac{1}{3}e^x+1)-\dfrac{2e^x}{e^x+3}$

យើងមាន $f(x)=x+2-\ln(e^x+3)+\dfrac{6}{e^x+3}$

យើងបាន $f(x)=x+2-\ln\left[3(\frac{1}{3}e^x+1)\right]+(\dfrac{6}{e^x+3}-2)+2$

$$= x + 4 - \ln 3 - \ln(\frac{1}{3}e^x + 1) + \frac{6 - 2(e^x + 3)}{e^x + 3}$$

$$= x + 4 - \ln 3 - \ln(\frac{1}{3}e^x + 1) - \frac{2e^x}{e^x + 3}$$

ដូចនេះ $f(x) = x + 4 - \ln 3 - \ln(\frac{1}{3}e^x + 1) - \frac{2e^x}{e^x + 3}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ៖

យើងបាន $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \left[f(x) = x + 4 - \ln 3 - \ln(\frac{1}{3}e^x + 1) - \frac{2e^x}{e^x + 3} \right] = -\infty$

ព្រោះ $\lim\limits_{x \to -\infty} \left[-\ln(\frac{1}{3}e^x + 1) - \frac{2e^x}{e^x + 3} \right] = 0$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1) : y = x + 4 - \ln 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ៖

យើងមាន $f(x) - y_{d_1} = -\ln(\frac{1}{3}e^x + 1) - \frac{2e^x}{e^x + 3}$

ដោយ $\lim\limits_{x \to -\infty} \left[f(x) - y_{d_1} \right] = \lim\limits_{x \to -\infty} \left[-\ln(\frac{1}{3}e^x + 1) - \frac{2e^x}{e^x + 3} \right] = 0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_1) : y = x + 4 - \ln 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ។

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ៖

យើងមាន $f(x) - y_{d_1} = -\ln(\frac{1}{3}e^x + 1) - \frac{2e^x}{e^x + 3} = -\left[\ln(\frac{1}{3}e^x + 1) \frac{2e^x}{e^x + 3} \right] < 0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅក្រោមបន្ទាត់ (d_1) ជានិច្ច។

២.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x) = 2 - \ln(1 + \frac{3}{e^x}) + \frac{6}{e^x + 3}$

យើងមាន $f(x) = x + 2 - \ln(e^x + 3) + \frac{6}{e^x + 3}$

យើងបាន $f(x) = x + 2 - \ln\left[e^x (1 + \frac{3}{e^x}) \right] + \frac{6}{e^x + 3}$

$$= x + 2 - \ln\left(e^x\right) - \ln(3 + \frac{1}{e^x}) + \frac{6}{e^x + 3}$$

$$= x + 2 - x - \ln(3 + \frac{1}{e^x}) + \frac{6}{e^x + 3} = 2 - \ln(3 + \frac{1}{e^x}) + \frac{6}{e^x + 3}$$

ដូចនេះ $f(x) = 2 - \ln(1 + \frac{3}{e^x}) + \frac{6}{e^x + 3}$ ។

គណនា $\lim_{x \to +\infty} f\left(x\right)$ ៖

យើងបាន $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left[2 - \ln(1 + \frac{3}{e^x}) + \frac{6}{e^x + 3}\right] = 2$ ។

ព្រោះ $\lim_{x \to +\infty} \left[-\ln(1 + \frac{3}{e^x}) + \frac{6}{e^x + 3}\right] = 0$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $\left(d_2\right) : y = 2$ ជាអាសុីមតូតដេកនៃខ្សែកោង $\left(C\right)$ ៖

ដោយ $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$ ដូចនេះបន្ទាត់ $\left(d_2\right): \ y = 2$ ជាអាសុីមតូតដេកនៃ $\left(C\right)$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{3(3 - e^x)}{(e^x + 3)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x) = x + 2 - \ln(e^x + 3) + \frac{6}{e^x + 3}$

យើងបាន $f'(x) = 1 - \frac{e^x}{e^x + 3} - \frac{6e^x}{\left(e^x + 3\right)^2}$

$$= \frac{(e^x + 3)^2 - e^x(e^x + 3) - 6e^x}{\left(e^x + 3\right)^2}$$

$$= \frac{e^{2x} + 6e^x + 9 - e^{2x} - 3e^x - 6e^x}{\left(e^x + 3\right)^2} = \frac{9 - 3e^x}{\left(e^x + 3\right)^2} = \frac{3(3 - e^x)}{\left(e^x + 3\right)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{3\left(3 - e^x\right)}{(e^x + 3)^2}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x)=\dfrac{3(3-e^x)}{(e^x+3)^2}$ ដោយគ្រប់ $x\in\mathbb{R}:(e^x+3)^2>0$

នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូចភាគយក $3-e^x$ ។

.បើ $3-e^x<0\Leftrightarrow e^x>3$ ឬ $x>\ln 3$ នោះ $f'(x)<0$ ។

.បើ $3-e^x=0\Leftrightarrow e^x=3$ ឬ $x=\ln 3$ នោះ $f'(x)=0$ ។

.បើ $3-e^x>0\Leftrightarrow e^x<3$ ឬ $x<\ln 3$ នោះ $f'(x)>0$ ។

ចំពោះ $x=\ln 3$ នោះ $f(\ln 3)=\ln 3+2-\ln 6+1=3-0.69=2.31$ ។

x	$-\infty$		$\ln 3$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2.31	↘	2

៤.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x=0$ ៖

តាមរូបមន្ត $(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

ដោយ $x_0=0$ នោះ $f(0)=2-\ln 4+\dfrac{3}{2}=\dfrac{7}{2}-2\ln 2$ និង $f'(0)=\dfrac{6}{16}=\dfrac{3}{8}$

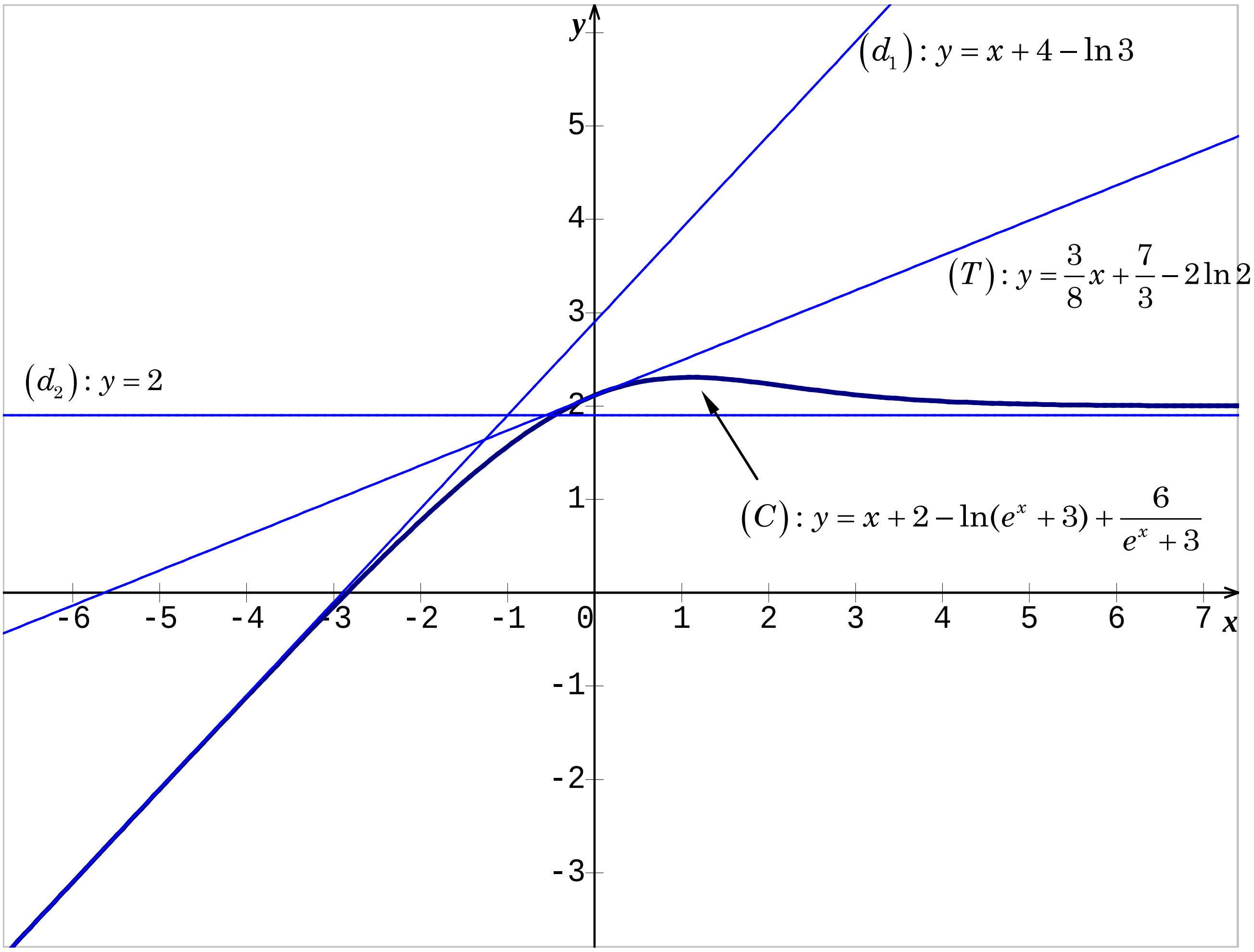
គេបាន $(T): y=\dfrac{3}{8}x+\dfrac{7}{2}-2\ln 2$ ។

៥.គណនា $f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T) , (d_1) និង (d_2)

យើងមាន $f(x)=x+2-\ln(e^{x}+3)+\dfrac{6}{e^{x}+3}$

យើងបាន $f(-1)=1-\ln(e^{-1}+3)+\dfrac{6}{e^{-1}+3}=1.57$ ។

ហើយ $f(1)=3-\ln(e+3)+\dfrac{6}{e+3}=2.31$ ។



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី២៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=-3x-4+5\ln(e^x+1)+\dfrac{4}{e^x+1}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=-3x+5\ln(e^x+1)-\dfrac{4e^x}{e^x+1}$

គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y=-3x$ ជាអាស៊ីមតូត

ទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=2x-4+5\ln(1+\dfrac{1}{e^x})+\dfrac{4}{e^x+1}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y=2x-4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

នៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_2)

៣.គណនារង្វាស់មុំរវាងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{(e^x-3)(2e^x+1)}{(e^x+1)^2}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x=0$ ។

៦.ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T) , (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x)=-3x+5\ln(e^x+1)-\dfrac{4e^x}{e^x+1}$

យើងមាន $f(x)=-3x-4+5\ln(e^x+1)+\dfrac{4}{e^x+1}$

យើងបាន $f(x)=-3x+5\ln(e^x+1)+\left(\dfrac{4}{e^x+1}-4\right)$

$$= -3x + 5\ln(e^x + 1) + \frac{4 - 4e^x - 4}{e^x + 1} = -3x + 5\ln(e^x + 1) - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

ដូចនេះ $f(x) = -3x + 5\ln(e^x + 1) - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ៖

យើងបាន $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty}\left[-3x + 5\ln(e^x + 1) - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}\right] = +\infty$ ។

ព្រោះ $\lim\limits_{x \to -\infty}\left[5\ln(e^x + 1) - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}\right] = 0$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y = -3x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ៖

យើងមាន $f(x) - y_{d_1} = 5\ln(e^x + 1) - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}$

ដោយ $\lim\limits_{x \to -\infty}\left[f(x) - y_{d_1}\right] = \lim\limits_{x \to -\infty}\left[5\ln(e^x + 1) - \dfrac{4e^x}{e^x + 1}\right] = 0$ ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x) = 2x - 4 + 5\ln(1 + \dfrac{1}{e^x}) + \dfrac{4}{e^x + 1}$ ៖

យើងមាន $f(x) = -3x - 4 + 5\ln(e^x + 1) + \dfrac{4}{e^x + 1}$

យើងបាន $f(x) = -3x - 4 + 5\ln\left[e^x(1 + \dfrac{1}{e^x})\right] + \dfrac{4}{e^x + 1}$

$$= -3x - 4 + 5x + 5\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{4}{e^x + 1}$$

$$= 2x - 4 + 5\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{4}{e^x + 1}$$

ដូចនេះ $f(x) = 2x - 4 + 5\ln(1 + \dfrac{1}{e^x}) + \dfrac{4}{e^x + 1}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ៖

យើងបាន $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty}\left[2x - 4 + 5\ln(1 + \dfrac{1}{e^x}) + \dfrac{4}{e^x + 1}\right] = +\infty$

ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}\left[5\ln(1+\frac{1}{e^x})+\frac{4}{e^x+1}\right]=0$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់$(d_2):y=2x-4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ៖

គេមាន$f(x)-y_{d_2}=5\ln(1+\frac{1}{e^x})+\frac{4}{e^x+1}$

ដោយ $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y_{d_2}\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[5\ln(1+\frac{1}{e^x})+\frac{4}{e^x+1}\right]=0$

ដូចនេះ បន្ទាត់$(d_2):y=2x-4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)។

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង(C)និង(d_2) ៖

យើងមាន $f(x)-y_{d_2}=5\ln(1+\frac{1}{e^x})+\frac{4}{e^x+1}>0$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់(d_2) ជានិច្ច។

៣.គណនារង្វាស់មុំរវាងបន្ទាត់(d_1)និង(d_2) ៖

បន្ទាត់ $(d_1):y=-3x$ និង $(d_2):y=2x-4$ មានមេគុណប្រាប់ទិសរៀងគ្នា

$a_1=-3$, $a_2=2$ ។ បើ θ ជាមុំស្រួចផ្គុំដោយបន្ទាត់ទាំងពីរនោះគេបាន ៖

$\tan\theta=\left|\frac{a_2-a_1}{1+a_1a_2}\right|=\left|\frac{2+3}{1-6}\right|=1$ នោះ $\theta=45^o$ ។

៤.ចំពោះគ្រប់$x\in\mathbb{R}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{(e^x-3)(2e^x+1)}{(e^x+1)^2}$ ៖

គេមាន$f(x)=-3x-4+5\ln(e^x+1)+\frac{4}{e^x+1}$

យើងបាន $f'(x)=-3+\frac{5e^x}{e^x+1}-\frac{4e^x}{(e^x+1)^2}$

$$= \frac{-3(e^x+1)^2 + 5e^x(e^x+1) - 4e^x}{\left(e^x+1\right)^2}$$

$$= \frac{-3e^{2x} - 6e^x - 3 + 5e^{2x} + 5e^x - 4e^x}{(e^x+1)^2}$$

$$= \frac{2e^{2x} - 5e^x - 3}{(e^x+1)^2} = \frac{(e^x-3)(2e^x+1)}{(e^x+1)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \dfrac{(e^x-3)(2e^x+1)}{(e^x+1)^2}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x) = \dfrac{(e^x-3)(2e^x+1)}{(e^x+1)^2}$ ដោយ $\forall x \in \mathbb{R} : \dfrac{2e^x+1}{(e^x+1)^2} > 0$

នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $\left(e^x-3\right)$ ។

.បើ $e^x - 3 > 0 \Leftrightarrow e^x > 3$ ឬ $x > \ln 3$ នោះ $f'(x) > 0$

.បើ $e^x - 3 = 0 \Leftrightarrow e^x = 3$ ឬ $x = \ln 3$ នោះ $f'(x) = 0$

.បើ $e^x - 3 < 0 \Leftrightarrow e^x < 3$ ឬ $x < \ln 3$ នោះ $f'(x) < 0$

ចំពោះ $x = \ln 3$ នោះ $f(\ln 3) = -3\ln 3 - 4 + 5\ln 4 + 1 = 0.63$ ។

x	$-\infty$		$\ln 3$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0.63	↗	$+\infty$

៨.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 0$ ៖

តាមរូបមន្ត $(T): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

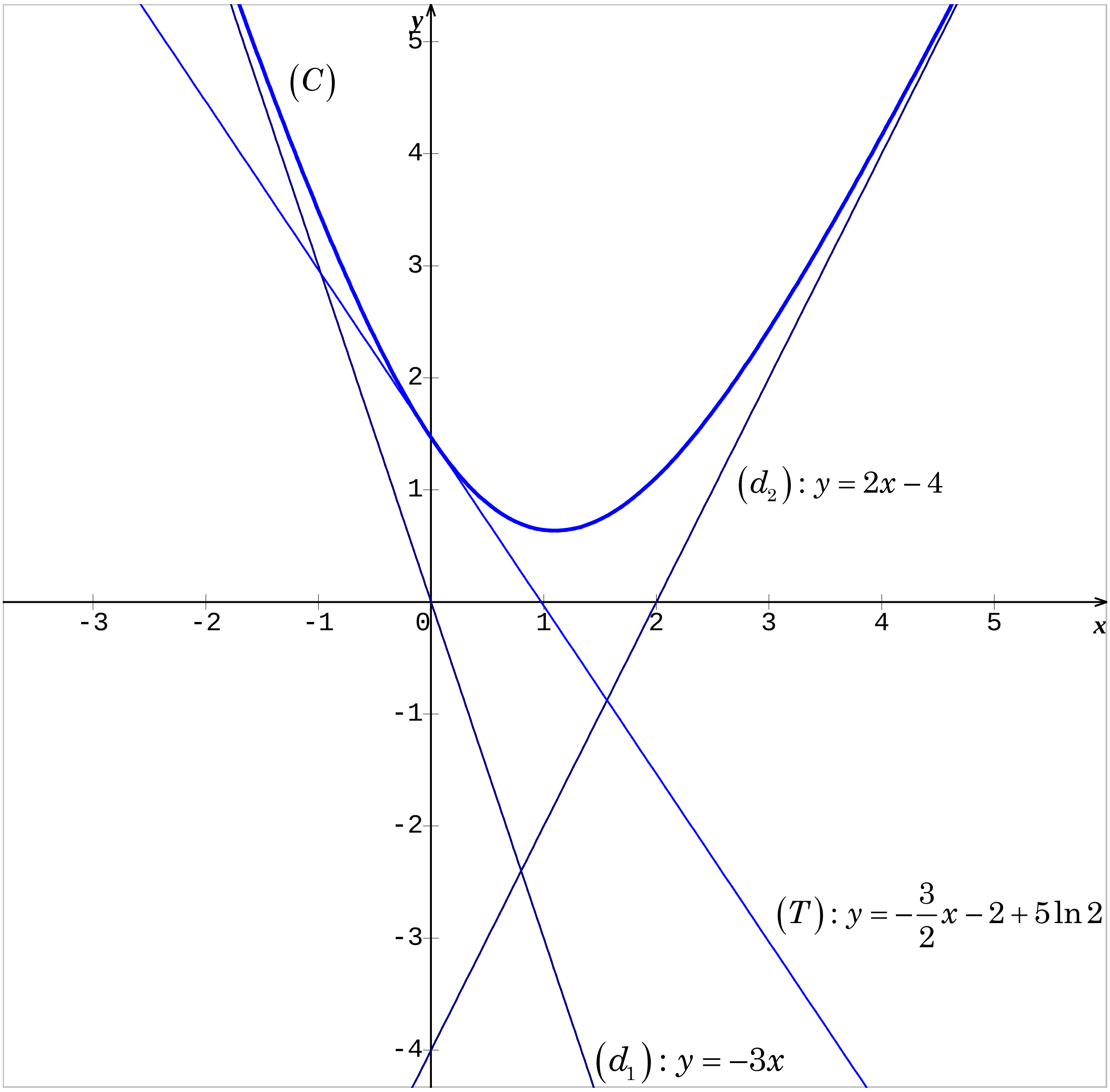
ដោយ $x_0 = 0$ នោះ $(T): y = f'(0)(x - 0) + f(0)$

គេមាន $f(0) = -4 + 5\ln 2 + 2 = -2 + 5\ln 2$ ។

ហើយ $f'(0) = \dfrac{(-2)(3)}{(2)^2} = -\dfrac{3}{2}$ ។

ដូចនេះ $(T): y = -\dfrac{3}{2}x - 2 + 5\ln 2$ ។

៦.សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T) , (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



លំហាត់ទី២៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=3x+6-\ln(e^x+2)-\dfrac{12e^x}{e^x+2}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=3x+6-\ln 2-\ln\left(1+\dfrac{e^x}{2}\right)-\dfrac{12e^x}{e^x+2}$

គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y=3x+6-\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1)

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=2x-6-\ln(1+\dfrac{2}{e^x})+\dfrac{24}{e^x+2}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y=2x-6$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{2(e^{2x}-7e^x+6)}{(e^x+2)^2}$ ។

៤.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=e^{2x}-7e^x+6$ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=3x+6-\ln 2-\ln\left(1+\dfrac{e^x}{2}\right)-\dfrac{12e^x}{e^x+2}$

យើងមាន $f(x)=3x+6-\ln(e^x+2)-\dfrac{12e^x}{e^x+2}$

$$=3x+6-\ln\left[2(\frac{e^x}{2}+1)\right]-\frac{12e^x}{e^x+2}$$

$$=3x+6-\ln 2-\ln(\frac{e^x}{2}+1)-\frac{12e^x}{e^x+2}$$

ដូចនេះ $f(x)=3x+6-\ln 2-\ln\left(1+\frac{e^x}{2}\right)-\frac{12e^x}{e^x+2}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ៖

យើងមាន $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[3x+6-\ln 2-\ln\left(1+\frac{e^x}{2}\right)-\frac{12e^x}{e^x+2}\right]=-\infty$

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[-\ln\left(1+\frac{e^x}{2}\right)-\frac{12e^x}{e^x+2}\right]=0$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y=3x+6-\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ៖

យើងមាន $f(x)-y_{d_1}=-\left[\ln\left(1+\frac{e^x}{2}\right)+\frac{12e^x}{e^x+2}\right]$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ។

ដោយ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-y_{d_1}\right]=-\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\ln\left(1+\frac{e^x}{2}\right)+\frac{12e^x}{e^x+2}\right]$

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ៖

យើងមាន $f(x)-y_{d_1}=-\left[\ln\left(1+\frac{e^x}{2}\right)+\frac{12e^x}{e^x+2}\right]<0$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ។

ដូចនេះបន្ទាត់ (d_1) ស្ថិតនៅពីលើខ្សែកោង (C) ជានិច្ច។

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x)=2x-6-\ln(1+\frac{2}{e^x})+\frac{24}{e^x+2}$ ៖

យើងមាន $f(x)=3x+6-\ln(e^x+2)-\frac{12e^x}{e^x+2}$

$$=3x+6-\ln\left[e^x(1+\frac{2}{e^x})\right]+(12-\frac{12e^x}{e^x+2})-12$$

$$=3x-6-x-\ln(1+\frac{2}{e^x})+\frac{12(e^x+2)-12e^x}{e^x+2}$$

$$=2x-6-\ln(1+\frac{2}{e^x})+\frac{24}{e^x+2}$$

ដូចនេះ $f(x)=2x-6-\ln(1+\frac{2}{e^x})+\frac{24}{e^x+2}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ៖

យើងមាន $f(x)=2x-6-\ln(1+\frac{2}{e^x})+\frac{24}{e^x+2}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[2x-6-\ln(1+\frac{2}{e^x})+\frac{24}{e^x+2}\right]=+\infty$

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-\ln(1+\frac{2}{e^x})+\frac{24}{e^x+2}\right]=0$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y=2x-6$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន (C): $f(x)=2x-6-\ln(1+\frac{2}{e^x})+\frac{24}{e^x+2}$ និង $(d_2): y=2x-6$

យើងបាន $f(x)-y_{d_2}=-\ln(1+\frac{2}{e^x})+\frac{24}{e^x+2}$

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y_{d_2}\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-\ln(1+\frac{2}{e^x})+\frac{24}{e^x+2}\right]=0$

ដូចនេះ $(d_2): y=2x-6$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{2(e^{2x}-7e^x+6)}{(e^x+2)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x)=3x+6-\ln(e^x+2)-\frac{12e^x}{e^x+2}$

យើងបាន
$$f'(x)=3-\frac{e^x}{e^x+2}-\frac{12e^x(e^x+2)-12e^{2x}}{(e^x+2)^2}$$
$$=\frac{3(e^x+2)^2-e^x(e^x+2)-24e^x}{(e^x+2)^2}$$
$$=\frac{3e^{2x}+12e^x+12-e^{2x}-2e^x-24e^x}{(e^x+2)^2}$$
$$=\frac{2e^{2x}-14e^x+12}{(e^x+2)^2}=\frac{2(e^{2x}-7e^x+6)}{(e^x+2)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x)=\dfrac{2(e^{2x}-7e^x+6)}{(e^x+2)^2}$ ។

៤.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=e^{2x}-7e^x+6$ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $g(x)=e^{2x}-7e^x+6=(e^x-1)(e^x-6)$

បើ $e^x-1=0$ នោះ $e^x=1$ ឬ $x=0$

បើ $e^x-1>0$ នោះ $e^x>1$ ឬ $x>0$

បើ $e^x-1<0$ នោះ $e^x<1$ ឬ $x<0$

បើ $e^x-6=0$ នោះ $e^x=6$ ឬ $x=\ln 6$

បើ $e^x-6>0$ នោះ $e^x>6$ ឬ $x>\ln 6$

បើ $e^x-6<0$ នោះ $e^x<6$ ឬ $x<\ln 6$

x	$-\infty$		0		$\ln 6$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

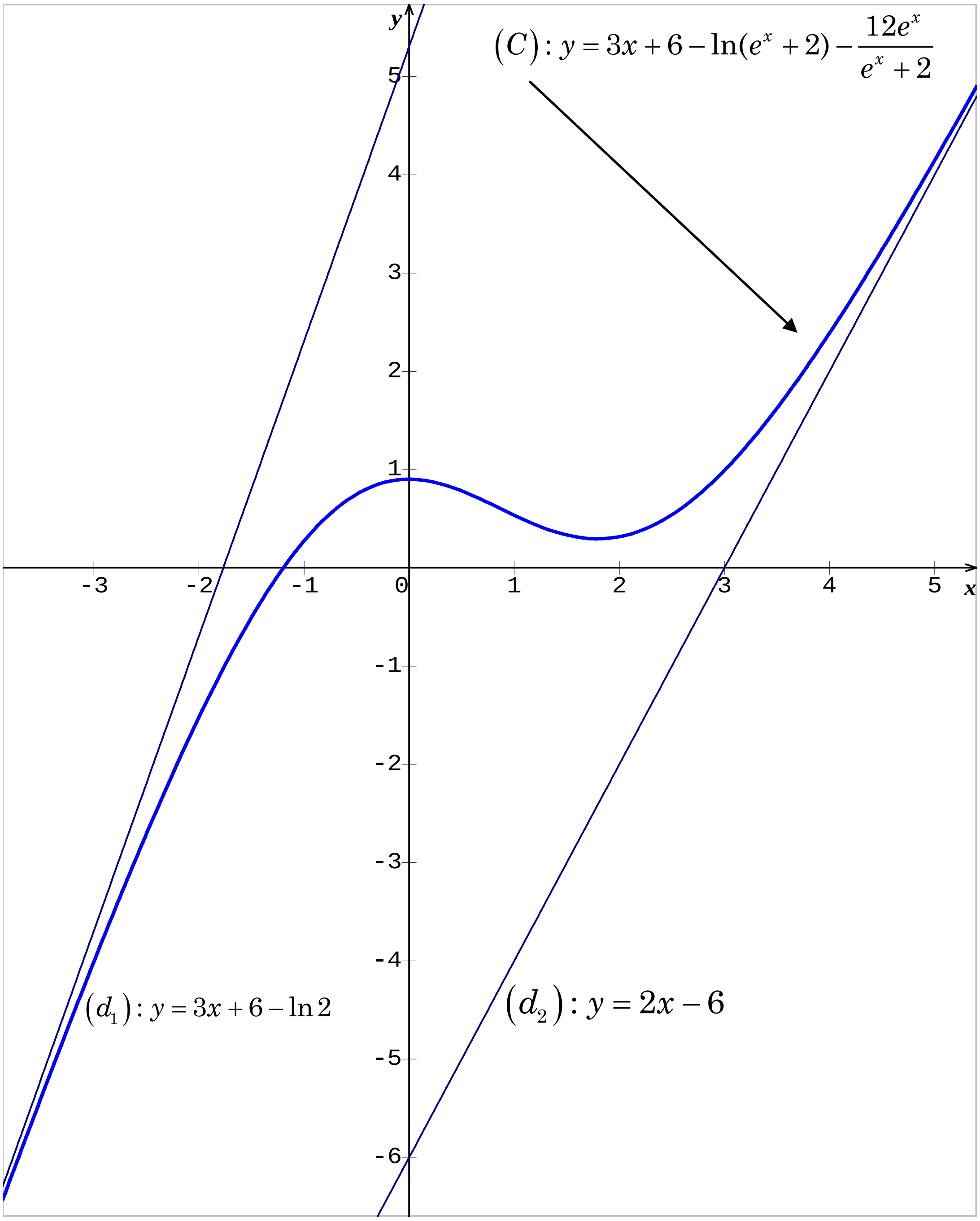
សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

x	$-\infty$		0		$\ln 6$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0.90	$\searrow$	0.30	$\nearrow$	$+\infty$

ចំពោះ $x=0$ នោះ $f(0)=6-\ln 3-4=2-\ln 3=0.90$ ។

ចំពោះ $x=\ln 6$ នោះ $f(\ln 6)=3\ln 6+6-\ln 8-9=0.30$

ង.សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី២៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x-2+6\ln\left(\frac{e^x+2}{e^x+1}\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=x-2+6\ln 2+6\ln\left(\frac{e^x+2}{2e^x+2}\right)$

គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x-2+6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=x-2+6\ln\left(1+\frac{1}{e^x+1}\right)$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_2) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{e^{2x}-3e^x+2}{(e^x+1)(e^x+2)}$ ។

៤.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=e^{2x}-3e^x+2$ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x)=x-2+6\ln 2+6\ln\left(\frac{e^x+2}{2e^x+2}\right)$

យើងមាន $f(x)=x-2+6\ln\left(\frac{e^x+2}{e^x+1}\right)$

យើងបាន $f(x)=x-2+6\ln 2+6\left[\ln\left(\frac{e^x+2}{e^x+1}\right)-\ln 2\right]$

ដូចនេះ $f(x)=x-2+6\ln 2+6\ln\left(\frac{e^x+2}{2e^x+2}\right)$ ។

គណនា $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ៖

យើងមាន $f(x)=x-2+6\ln 2+6\ln\left(\frac{e^x+2}{2e^x+2}\right)$

យើងបាន $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left[x-2+6\ln 2+6\ln\left(\frac{e^x+2}{2e^x+2}\right)\right]=-\infty$ ។

ព្រោះ $\lim_{x\to-\infty}\ln\left(\frac{e^x+2}{2e^x+2}\right)=\ln 1=0$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y=x-2+6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C)

យើងមាន $f(x)-y_{d_1}=6\ln\left(\frac{e^x+2}{2e^x+2}\right)$

ដោយ $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-y_{d_1}\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[6\ln\left(\frac{e^x+2}{2e^x+2}\right)\right]=6\ln 1=0$ ។

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_1): y=x-2+6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ។

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ៖

ដោយ $f(x)-y_{d_1}=6\ln\left(\frac{e^x+2}{2e^x+2}\right)<0\ ,\forall x\in\mathbb{R}$ ព្រោះ $0<\frac{e^x+2}{2e^x+2}<1$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅពីក្រោមបន្ទាត់ (d_1) ជានិច្ច។

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x)=x-2+6\ln\left(1+\frac{1}{e^x+1}\right)$ ៖

មាន $f(x)=x-2+6\ln\left(\frac{e^x+2}{e^x+1}\right)$ ដោយ $\frac{e^x+2}{e^x+1}=\frac{(e^x+1)+1}{e^x+1}=1+\frac{1}{e^x+1}$

ដូចនេះ $f(x)=x-2+\ln\left(1+\frac{1}{e^x+1}\right)$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ៖

យើងបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-2+\ln\left(1+\frac{1}{e^x+1}\right)\right]=+\infty$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង ៖

យើងមាន $f(x)-y_{d_2}=\ln\left(1+\frac{1}{e^x+1}\right)$

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y_{d_2}\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(1+\frac{1}{e^x+1}\right)=\ln 1=0$

ដូចនេះបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ។

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_2) ៖

ដោយ $f(x)-y_{d_2}=\ln\left(1+\frac{1}{e^x+1}\right)>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅពីខាងលើបន្ទាត់ (d_2) ជានិច្ច។

៣.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{e^{2x}-3e^x+2}{(e^x+1)(e^x+2)}$ ៖

យើងមាន $f(x)=x-2+6\ln\left(\frac{e^x+2}{e^x+1}\right)=x-2+6\ln(e^x+2)-6\ln(e^x+1)$

យើងបាន $f'(x)=1+\dfrac{6e^x}{e^x+2}-\dfrac{6e^x}{e^x+1}$

$$=\frac{(e^x+1)(e^x+2)+6e^x(e^x+1)-6e^x(e^x+2)}{(e^x+1)(e^x+2)}$$

$$=\frac{e^{2x}+3e^x+2+6e^{2x}+6e^x-6e^{2x}-12e^x}{(e^x+1)(e^x+2)}$$

$$=\frac{e^{2x}-3e^x+2}{(e^x+1)(e^x+2)}$$

ដូចនេះ $f'(x)=\dfrac{e^{2x}-3e^x+2}{(e^x+1)(e^x+2)}$ ។

៨.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=e^{2x}-3e^x+2$ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f

យើងមាន $g(x)=e^{2x}-3e^x+2=(e^x-1)(e^x-2)$

បើ $g(x)=0$ នោះគេទាញឫស $x_1=0$, $x_2=\ln 2$ ។

x	$-\infty$		0		$\ln 2$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

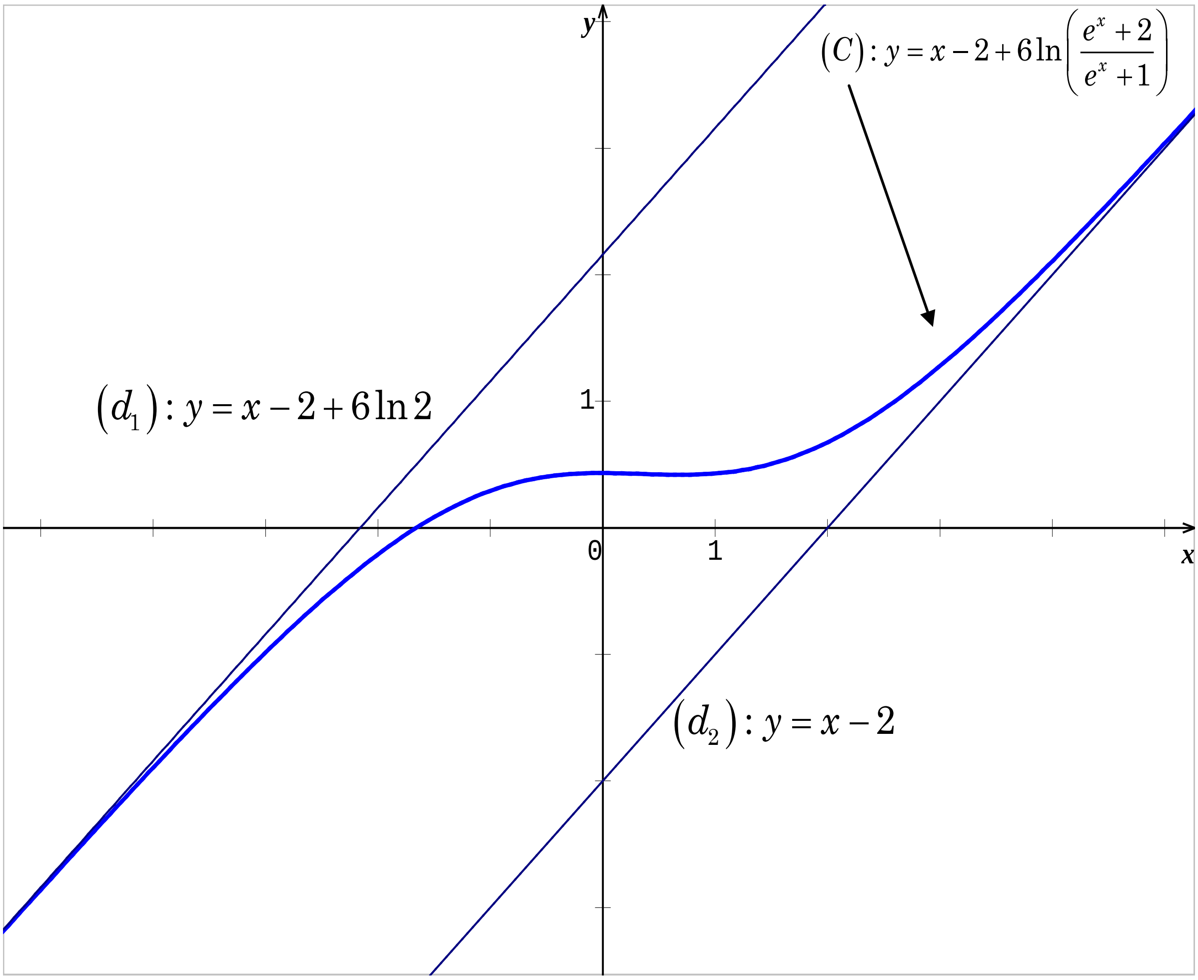
សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

x	$-\infty$		0		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0.43	↘	0.42	↗	$+\infty$

ចំពោះ $x=0$ នោះ $f(0)=0-2+6\ln(\dfrac{3}{2})=0.43$ ។

ចំពោះ $x = \ln 2$ នោះ $f(\ln 2) = \ln 2 - 2 + 6\ln\left(\frac{4}{3}\right) = 0.42$

ង.សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា៖



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី២៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=3-2\ln x+\dfrac{2\ln x}{x^2}$

មានក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១)គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ

អាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២)ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{2(1-x^2-2\ln x)}{x^3}$ ។

៣)គេតាង $g(x)=1-x^2-2\ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ក.ចូរស្រាយថា $g'(x)<0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ខ.គណនា $g(1)$ ។ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $x\in(1,+\infty)$ ។

៤)ប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0,+\infty)$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៥)គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{2})$, $f(2)$ និង $f(4)$ ។ គេឲ្យ $\ln 2=0.7$ ។

ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ។

៦)គ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយថា $F(x)=5x-\dfrac{2}{x}-2(x+\dfrac{1}{x})\ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ

$f(x)$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃកប្លង់កំណត់ដោយខ្សែកោង (C) និងអ័ក្ស (ox)

និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=1$ និង $x=e$ ។

ដំណោះស្រាយ

១)រក $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរនៃ (C)

យើងបាន $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(3-2\ln x+\frac{2\ln x}{x^2}\right) = -\infty$ ព្រោះ $\begin{cases}\lim_{x\to+\infty}\ln x = +\infty \\ \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^2} = 0\end{cases}$

និង $\lim_{x\to0^+} f(x) = \lim_{x\to0^+}\left(3-2\ln x+\frac{2\ln x}{x^2}\right) = \lim_{x\to0^+}\left[3+2\left(-1+\frac{1}{x^2}\right)\ln x\right] = -\infty$

ព្រោះ $\lim_{x\to0^+}(\ln x) = -\infty$, $\lim_{x\to0^+}\frac{1}{x^2} = +\infty$ ។

ដោយ $\lim_{x\to0^+} f(x) = -\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C)។

២)ស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2(1-x^2)-2\ln x}{x^3}$

យើងមាន $f(x) = 3-2\ln x+\frac{2\ln x}{x^2}$

យើងបាន $f'(x) = -\frac{2}{x}+\frac{2x-4x\ln x}{x^4} = \frac{2(1-x^2-2\ln x)}{x^3}$ ពិត

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{2(1-x^2-2\ln x)}{x^3}$ ។

៣)ក.ស្រាយថា $g'(x)<0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$

យើងបាន $g'(x) = -2x-\frac{2}{x} = -\frac{2(x^2+1)}{x} < 0$ ព្រោះ $\forall x>0 : \frac{x^2+1}{x} > 0$

ដូចនេះ $g'(x)<0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ខ)គណនា $g(1)$

យើងបាន $g(1) = -1+1-2\ln 1 = 0$ ។

សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $x\in(1,+\infty)$ ៖

ដោយ $g'(x)<0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ នោះ g ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ច

លើ $(1,+\infty)$ យើងបាន $g(x)>0$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $g(x)<0$

ចំពោះ $x\in(1,+\infty)$ ។

៤)ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទីពបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0,+\infty)$

គេមាន $f'(x)=\dfrac{2(1-x^2-2\ln x)}{x^3}=\dfrac{2g(x)}{x^3}$ (សម្រាយខាងលើ)

ដោយ $x>0$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)=-x^2+1-2\ln x$

លើចន្លោះ $(0,+\infty)$ តាមសម្រាយខាងលើយើងបាន ៖

$f(x)>0$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $f(x)<0$ ចំពោះ $x\in(1,+\infty)$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ៖

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	$-\infty$

៥)គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{2})$, $f(2)$ និង $f(4)$

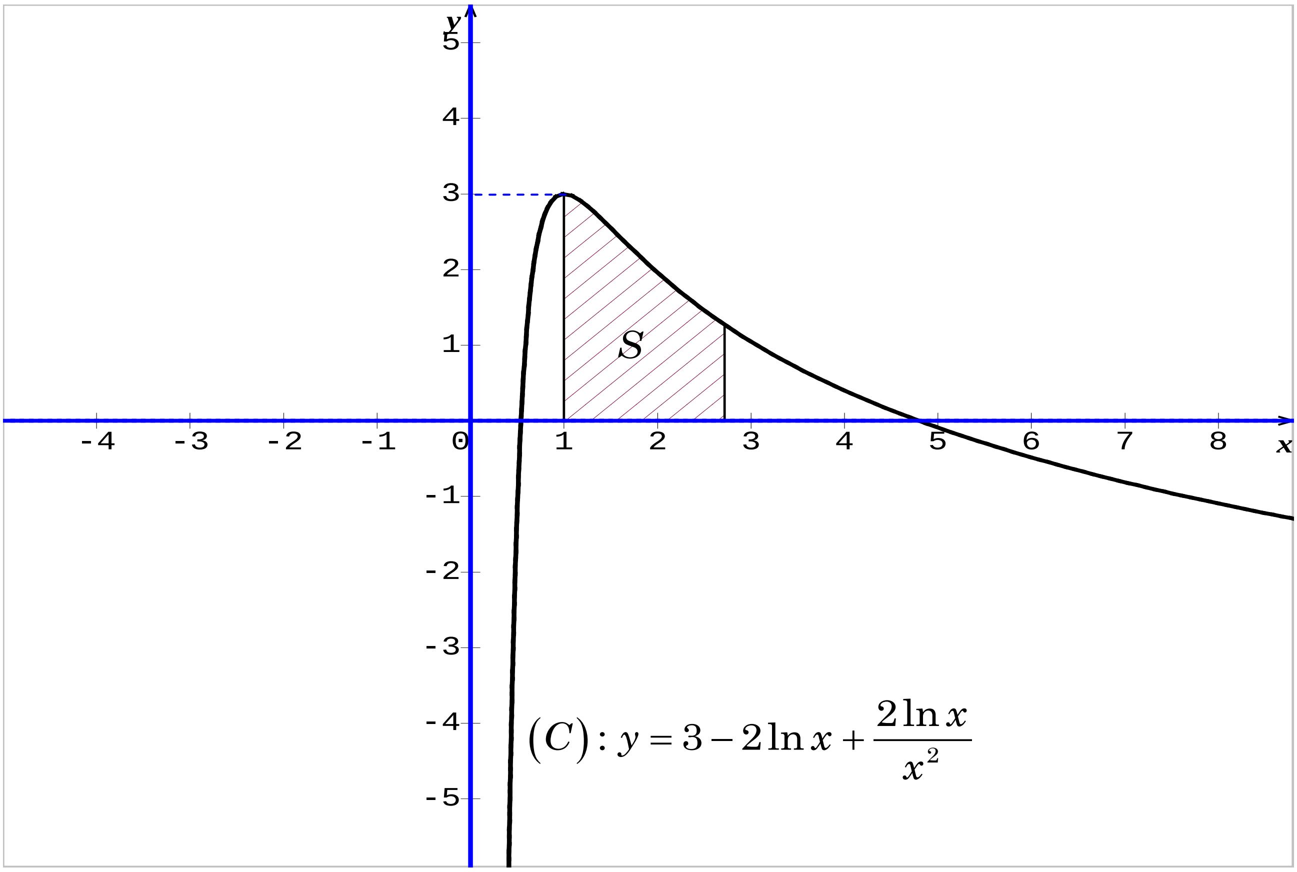
ដោយ $f(x)=3-2\ln x+\dfrac{2\ln x}{x^2}$

យើងបាន $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=3-2\ln\dfrac{1}{2}+8\ln\dfrac{1}{2}=3-6\ln 2=3-6(0.7)=-1.2$

$$f(2) = 3 - 2\ln 2 + \frac{2\ln 2}{4} = 3 - \frac{3}{2}\ln 2 = 1.96$$

$$f(4) = 3 - 2\ln 4 + \frac{2\ln 4}{16} = 3 - 4\ln 2 + \frac{\ln 2}{4} = 0.4$$

សង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ៖



ង) ស្រាយថា $F(x) = 5x - \frac{2}{x} - 2(x + \frac{1}{x})\ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$

យើងមាន $F'(x) = 5 + \frac{2}{x^2} - 2(1 - \frac{1}{x^2})\ln x - \frac{2}{x}(x + \frac{1}{x})$

$$= 5 + \frac{2}{x^2} - 2\ln x + \frac{2\ln x}{x^2} - 2 - \frac{2}{x^2}$$

$$= 3 - 2\ln x + \frac{2\ln x}{x^2}$$

ដោយ $F'(x) = f(x)$ នោះ $F(x)$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ f ចំពោះ $x > 0$ ។

រកផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់កំណត់ដោយ(C)និងអ័ក្ស(ox)បន្ទាត់ $x=1$ និង $x=e$

យើងបាន $S=\int_1^e f(x)\,dx=\left[F(x)\right]_1^e=F(e)-F(1)$

ដោយ $F(x)=5x-\frac{2}{x}-2(x+\frac{1}{x})\ln x$ នោះយើងបាន ៖

$F(1)=5-2=3$ និង $F(e)=5e-\frac{2}{e}-2e-\frac{2}{e}=3e-\frac{4}{e}$ ។

ដូចនេះ $S=3e-\frac{4}{e}-3=3(e-1)-\frac{4}{e}=3.68333$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា) ។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី២៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=2(x-2)+\dfrac{1-\ln x}{x}$

មានក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ។

១)គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរ។

២)ស្រាយថាបន្ទាត់ $(\Delta): y=2x-4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C)

បើ $x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (Δ) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣)ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{2(x^2-1)+\ln x}{x^2}$ ។

៤)គេតាង $g(x)=2(x^2-1)+\ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ក)ចូរស្រាយថា $g'(x)>0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ខ)គណនា $g(1)$ ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $x\in(1,+\infty)$ ។

៥)ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ចូរទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ

$(0,+\infty)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៦)គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{e})$ និង $f(2)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការ $f(x)=0$ មានឫស

ពីរ α និង β ដែល $\frac{1}{e}<\alpha<1<\beta<2$ ។ គេឲ្យ $\ln 2=0.7$, $e^{-1}=0.4$ ។

ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

ដំណោះស្រាយ

១)គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរ

យើងបាន $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\left[2(x-2)+\frac{1-\ln x}{x}\right]=+\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}\frac{1-\ln x}{x}=0$

និង $\lim_{x\to0^+} f(x)=\lim_{x\to0^+}\left[2(x-2)+\frac{1-\ln x}{x}\right]=+\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to0^+}\frac{1-\ln x}{x}=+\infty$

ដូចនេះបន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប។

២)ស្រាយថា $(\Delta): y=2x-4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) បើ $x\to+\infty$

យើងបាន $f(x)-y=\frac{1-\ln x}{x}$ ដោយ $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim_{x\to+\infty}\frac{1-\ln x}{x}=0$

នោះបន្ទាត់ $(\Delta): y=2x-4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) បើ $x\to+\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (Δ) ជាមួយខ្សែកោង (C)៖

យើងមាន $f(x)-y=\frac{1-\ln x}{x}$ មានសញ្ញាដូចភាគយក $(1-\ln x)$ គ្រប់ $x>0$

ចំពោះ $1-\ln x=0\Leftrightarrow x=e$ នោះ $f(x)-y=0$ នាំឲ្យបន្ទាត់ (Δ) និងក្រាប (C) ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $A(e,2e-4)$ ។

ចំពោះ $1-\ln x<0\Leftrightarrow x>e$ នោះ $f(x)-y<0$ នាំឲ្យបន្ទាត់ (Δ) ស្ថិតនៅខាងលើ (C) ។

ចំពោះ $1-\ln x>0\Leftrightarrow 0<x<e$ នោះ $f(x)-y>0$ នាំឲ្យបន្ទាត់ (Δ) ស្ថិតនៅពីលើខ្សែកោង (C)។

៣)ស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\frac{2(x^2-1)+\ln x}{x^2}$

យើងមាន $f(x)=2(x-2)+\frac{1-\ln x}{x}$

យើងបាន $f'(x)=2+\dfrac{-1-(1-\ln x)}{x^2}=\dfrac{2x^2-2+\ln x}{x^2}=\dfrac{2\left(x^2-1\right)+\ln x}{x^2}$

ដូចនេះចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{2(x^2-1)+\ln x}{x^2}$ ។

៤)គេតាង $g(x)=2(x^2-1)+\ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$

ក)ស្រាយថា $g'(x)>0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$

យើងមាន $g'(x)=4x+\dfrac{1}{x}=\dfrac{4x^2+1}{x}>0$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$

ដូចនេះស្រាយថា $g'(x)>0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ខ)គណនា $g(1)$

យើងបាន $g(1)=2(1^2-1)+\ln 1=2(1-1)+0=0$

ដូចនេះ $g(1)=0$ ។

សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $x\in(1,+\infty)$

ដោយ $g'(x)>0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ នោះ g ជាអនុគមន៍កើនលើ $(0,+\infty)$ ហើយដោយយើងមាន $g(1)=0$ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានសញ្ញានៃ g ដូចតទៅ៖

.ចំពោះ $x\in(0,1)$ នោះ $g(x)<0$

.ចំពោះ $x\in(1,+\infty)$ នោះ $g(x)>0$

៥)ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទីពបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើ $(0,+\infty)$

យើងមាន $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ នោះ $f(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ ។

យោងតាមសម្រាយខាងលើយើងបាន $f'(x)<0$ ចំពោះ $x\in(0,1)$

ហើយ $f'(x)=0$ ចំពោះ $x=1$ និង $f'(x)>0$ ចំពោះ $x\in(1,+\infty)$ ។

តារាងអថេរភាពនៃ f :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

៦)គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{e})$ និង $f(2)$

យើងបាន $f\left(\frac{1}{e}\right)=f\left(e^{-1}\right)=2\left(e^{-1}-2\right)+\frac{1-\ln e^{-1}}{e^{-1}}=2\left(0.4-2\right)+\frac{2}{0.4}=1.8$

ហើយ $f\left(2\right)=0+\frac{1-\ln 2}{2}=\frac{1-0.7}{2}=0.15$ ។

ដូចនេះ $f(\frac{1}{e})=1.8$ និង $f(2)=0.15$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការ $f(x)=0$ មានឫសពីរ α និង β ដែល $\frac{1}{e}<\alpha<1<\beta<2$

យើងមាន $f\left(1\right)=2(1-2)+\frac{1-\ln 1}{1}=-1$ ។

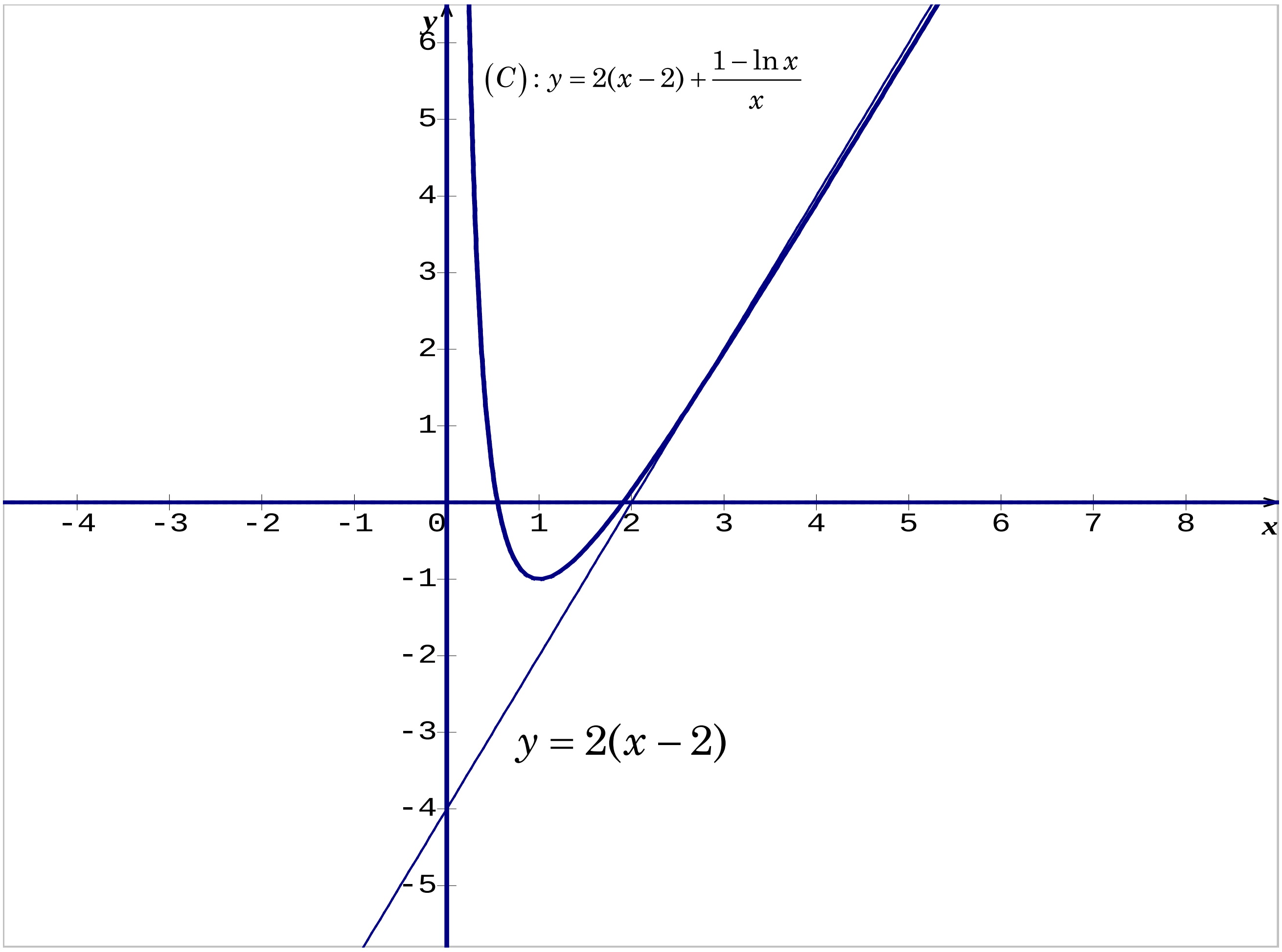
ដោយ $f\left(\frac{1}{e}\right)f\left(1\right)=-1.8<0$ និង $f\left(1\right)f\left(2\right)=-0.15<0$

តាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃកណ្តាលមានពីរចំនួនពិត α និង β ដែល $\frac{1}{e}<\alpha<1<\beta<2$

ធ្វើឲ្យកន្សោម $f(x)=0$ មានន័យថាសមីការ $f(x)=0$ មានឬសពីរ α និង β

ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{1}{e}<\alpha<1<\beta<2$ ។

សង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី២៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=x+\dfrac{1-2\ln x}{4x^2}$ ។

គេតាង (C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.រក $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C) ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): y=x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ខាង $+\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) លើចន្លោះ $(0,+\infty)$ ។

៣.គ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយថា $f'(x)=\dfrac{x^3-1+\ln x}{x^3}$ ។

៤.គេតាង $g(x)=x^3-1+\ln x$ គ្រប់ $x>0$ ។

ក)គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $(0,+\infty)$ ។

ខ)កំណត់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(0,1)$ និង $(1,+\infty)$ ។

៥.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។ គណនា $f(0.5)$ និង $f(2)$ រួចសង់ (C) ។

គេឲ្យ $\ln 2=0.69$ និង $\ln(0.5)=-0.69$ ។

ដំណោះស្រាយ

១.រក $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C)

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=x+\dfrac{1-2\ln x}{4x^2}$ ។

យើងបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+\dfrac{1-2\ln x}{4x^2}\right)=+\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-2\ln x}{4x^2}=0$ ។

និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(x+\dfrac{1-2\ln x}{4x^2}\right)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(x+\dfrac{1}{4x^2}-\dfrac{\ln x}{2x^2}\right)=+\infty$ ។

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to0^+}(\ln x)=-\infty$ និង $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{x^2}=+\infty$ ។

២.ស្រាយថាបន្ទាត់$(d):y=x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C)ខាង$+\infty$

យើងមាន $(d):y=x$ និង $(C):f(x)=x+\dfrac{1-2\ln x}{4x^2}$

យើងបាន $f(x)-y_d=\dfrac{1-2\ln x}{4x^2}$

នោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-y_d]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-2\ln x}{4x^2}=0$ ។

ដូចនេះបន្ទាត់$(d):y=x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C)ខាង$+\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d)និងខ្សែកោង(C)លើចន្លោះ$(0,+\infty)$៖

គេមាន$f(x)-y_d=\dfrac{1-2\ln x}{4x^2}$ មានសញ្ញាដូច $1-2\ln x$ លើ$(0,+\infty)$។

បើ $1-2\ln x<0$ ឬ $x>\sqrt{e}$ នោះខ្សែកោង(C)ស្ថិតនៅពីក្រោមនៃ(d) ។

បើ$1-2\ln x=0$ ឬ $x=\sqrt{e}$ នោះខ្សែកោង(C)កាត់(d)ត្រង់$A(\sqrt{e},\sqrt{e})$ ។

បើ$1-2\ln x>0$ ឬ $0<x<\sqrt{e}$ នោះខ្សែកោង(C)ស្ថិតនៅខាងលើនៃ(d) ។

៣.ស្រាយថា $f'(x)=\dfrac{x^3-1+\ln x}{x^3}$

យើងមាន $f(x)=x+\dfrac{1-2\ln x}{4x^2}$

យើងបាន$f'(x)=1+\dfrac{(1-2\ln x)'x^2-2x(1-2\ln x)}{4x^4}$

$$=1+\frac{-2x-2x+4x\ln x}{4x^4}=1+\frac{-1+\ln x}{x^3}$$

ដូចនេះ $f(x)=\dfrac{x^3-1+\ln x}{x^3}$ ពិតគ្រប់$x>0$ ។

៨.គេតាង $g(x)=x^3-1+\ln x$ គ្រប់ $x>0$

ក)គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $(0,+\infty)$

យើងមាន $g(x)=x^3-1+\ln x$ គ្រប់ $x>0$

យើងបាន $g'(x)=3x^2+\dfrac{1}{x}=\dfrac{3x^4+1}{x}$ ។

ដោយគ្រប់ $x>0$ គេមាន $\dfrac{3x^4+1}{x}>0$ នោះ $g'(x)>0$ ជានិច្ចលើ $(0,+\infty)$

ដូចនេះ g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $(0,+\infty)$ ។

ខ)កំណត់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(0,1)$ និង $(1,+\infty)$

គេមាន g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $(0,+\infty)$ និង $g(1)=1-1+\ln 1=0$
នោះគេអាចគូសតារាងអថេរភាពនៃ g ដូចខាងក្រោម៖

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	|	$+$	
$g(x)$		$\nearrow$	0	$\nearrow$	

តាមតារាងអថេរភាពខាងលើនេះយើងអាចសន្និដ្ឋានសញ្ញានៃ $g(x)$ ដូចតទៅ៖

ចំពោះ $x\in(0,1)$: $g(x)<0$ ។

ចំពោះ $x=1$: $g(x)=g(1)=0$ ។

ចំពោះ $x\in(1,+\infty)$: $g(x)>0$ ។

ដូចនេះអនុគមន៍ g មានសញ្ញាអវិជ្ជមានលើចន្លោះ $(0,1)$ និងមានសញ្ញាវិជ្ជមាន
លើចន្លោះ $(1,+\infty)$ ។

៨.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f

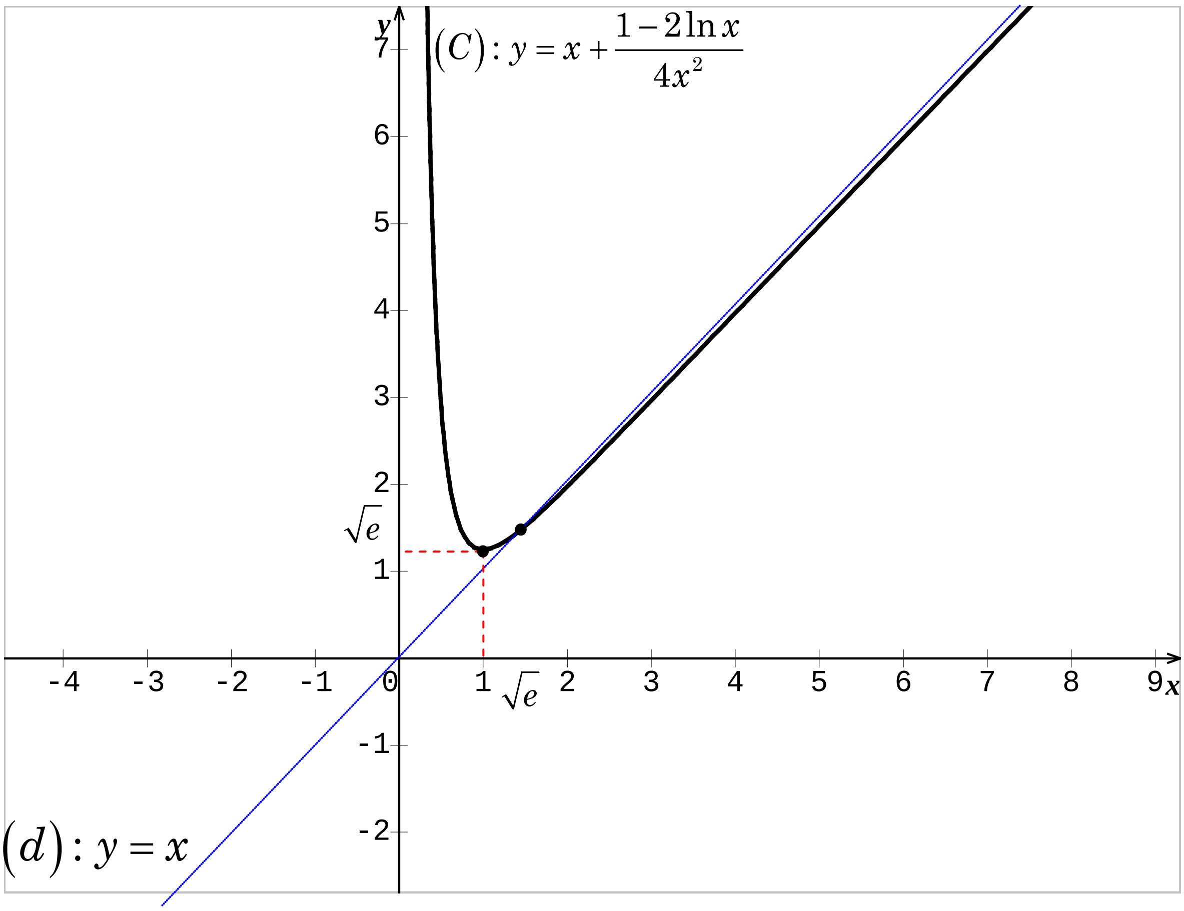
x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{5}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

គណនា $f(0.5)$ និង $f(2)$ រួចសង់ (C)

គេមាន $f(x)=x+\dfrac{1-2\ln x}{4x^2}$

ចំពោះ $x=0.5$ នោះ $f(0.5)=0.5+\dfrac{1-2(-0.69)}{4(0.25)}=0.5+1+1.38=2.88$ ។

ចំពោះ $x=2$ នោះ $f(2)=2+\dfrac{1-2(0.69)}{4(2)^2}=2+\dfrac{1-1.38}{16}=1.98$ ។



លំហាត់ទី២៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=3x-4-2\ln(e^x+1)+\dfrac{8}{e^x+1}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=3x+4-2\ln(e^x+1)-\dfrac{8e^x}{e^x+1}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y=3x+4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

នៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=x-4-2\ln(1+\dfrac{1}{e^x})+\dfrac{8}{e^x+1}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x-4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត

នៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f'(x)=\dfrac{e^{2x}-4e^x+3}{(e^x+1)^2}$ ។

៤.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=e^{2x}-4e^x+3$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.គណនា $f(-2), f(-1), f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1)

និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។

ដំណោះស្រាយ

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x)=3x+4-2\ln(e^x+1)-\dfrac{8e^x}{e^x+1}$

យើងមាន $f(x)=3x-4-2\ln(e^x+1)+\dfrac{8}{e^x+1}$

យើងបាន $f(x)=3x-4-2\ln(e^{x}+1)+(\dfrac{8}{e^{x}+1}-8)+8$

$$=3x+4-2\ln(e^{x}+1)+\frac{8-8(e^{x}+1)}{e^{x}+1}$$

$$=3x+4-2\ln(e^{x}+1)-\frac{8e^{x}}{e^{x}+1}$$

ដូចនេះ $f(x)=3x+4-2\ln(e^{x}+1)-\dfrac{8e^{x}}{e^{x}+1}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ៖

យើងបាន $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[3x+4-2\ln(e^{x}+1)-\dfrac{8e^{x}}{e^{x}+1}\right]=-\infty$

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to-\infty}\ln(e^{x}+1)=0$ & $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{8e^{x}}{e^{x}+1}=0$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y=3x+4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x)-(3x+4)=-2\ln(e^{x}+1)-\dfrac{8e^{x}}{e^{x}+1}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(3x+4)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[-2\ln(e^{x}+1)-\dfrac{8e^{x}}{e^{x}+1}\right]=0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_1): y=3x+4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ខាង $-\infty$ ។

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ៖

យើងមាន $f(x)-y_{d_1}=-2\ln(e^{x}+1)-\dfrac{8e^{x}}{e^{x}+1}=-2\left[\ln(e^{x}+1)+\dfrac{4e^{x}}{e^{x}+1}\right]$

ដោយគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$: $\ln(e^{x}+1)>0$ និង $\dfrac{4e^{x}}{e^{x}+1}>0$

នោះគេទាញបាន $f(x)-y_{d_1}=-2\left[\ln(e^{x}+1)+\dfrac{4e^{x}}{e^{x}+1}\right]<0$ ។

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_1) ជានិច្ច។

២.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x) = x - 4 - 2\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{8}{e^x + 1}$ ៖

យើងមាន $f(x) = 3x - 4 - 2\ln(e^x + 1) + \frac{8}{e^x + 1}$

យើងបាន $f(x) = 3x - 4 - 2\ln\left[e^x(1 + \frac{1}{e^x})\right] + \frac{8}{e^x + 1}$

$= 3x - 4 - 2\ln(e^x) - 2\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{8}{e^x + 1}$

ដូចនេះ $f(x) = x - 4 - 2\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{8}{e^x + 1}$ ។

គណនា $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ៖

យើងបាន $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty}\left[x - 4 - 2\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{8}{e^x + 1}\right] = +\infty$ ។

ព្រោះ $\ln(1 + \frac{1}{e^x}) = \ln 1 = 0$ & $\lim_{x \to +\infty} \frac{8}{e^x + 1} = 0$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x - 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) = x - 4 - 2\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{8}{e^x + 1}$

យើងបាន $\lim_{x \to +\infty}\left[f(x) - (x - 4)\right] = \lim_{x \to +\infty}\left[-2\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{8}{e^x + 1}\right] = 0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_2): y = x - 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ខាង $x \to +\infty$

៣.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយថា $f'(x) = \frac{e^{2x} - 4e^x + 3}{(e^x + 1)^2}$

យើងមាន $f(x) = 3x - 4 - 2\ln(e^x + 1) + \frac{8}{e^x + 1}$

យើងបាន $f'(x) = 3 - \frac{2e^x}{e^x + 1} - \frac{8e^x}{(e^x + 1)^2}$

$$= \frac{3(e^x+1)^2 - 2e^x(e^x+1) - 8e^x}{(e^x+1)^2}$$

$$= \frac{3e^{2x} + 6e^x + 3 - 2e^{2x} - 2e^x - 8e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{e^{2x} - 4e^x + 3}{(e^x+1)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \dfrac{e^{2x} - 4e^x + 3}{(e^x+1)^2}$ ។

៨.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x) = e^{2x} - 4e^x + 3$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $g(x) = e^{2x} - 4e^x + 3 = (e^x - 1)(e^x - 3)$

គេមាន $g(x) = e^{2x} - 4e^x + 3 = (e^x - 1)(e^x - 3)$

បើ $e^x - 1 = 0$ នោះ $e^x = 1$ ឬ $x = 0$

បើ $e^x - 1 > 0$ នោះ $e^x > 1$ ឬ $x > 0$

បើ $e^x - 1 < 0$ នោះ $e^x < 1$ ឬ $x < 0$

បើ $e^x - 3 = 0$ នោះ $e^x = 3$ ឬ $x = \ln 3$

បើ $e^x - 3 > 0$ នោះ $e^x > 3$ ឬ $x > \ln 3$

បើ $e^x - 3 < 0$ នោះ $e^x < 3$ ឬ $x < \ln 3$

x	$-\infty$		0		$\ln 3$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

x	$-\infty$		0		$\ln 3$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1.39	$\searrow$	-1.46	$\nearrow$	$+\infty$

ចំពោះ $x=0$ នោះ $f(0)=0-4-2\ln 2+4=-1.39$ ។

ចំពោះ $x=\ln 3$ នោះ $f(\ln 3)=3\ln 3-4-2\ln 4+2$

$$=3(1.10)-2-4(0.69)=-1.46\text{ ។}$$

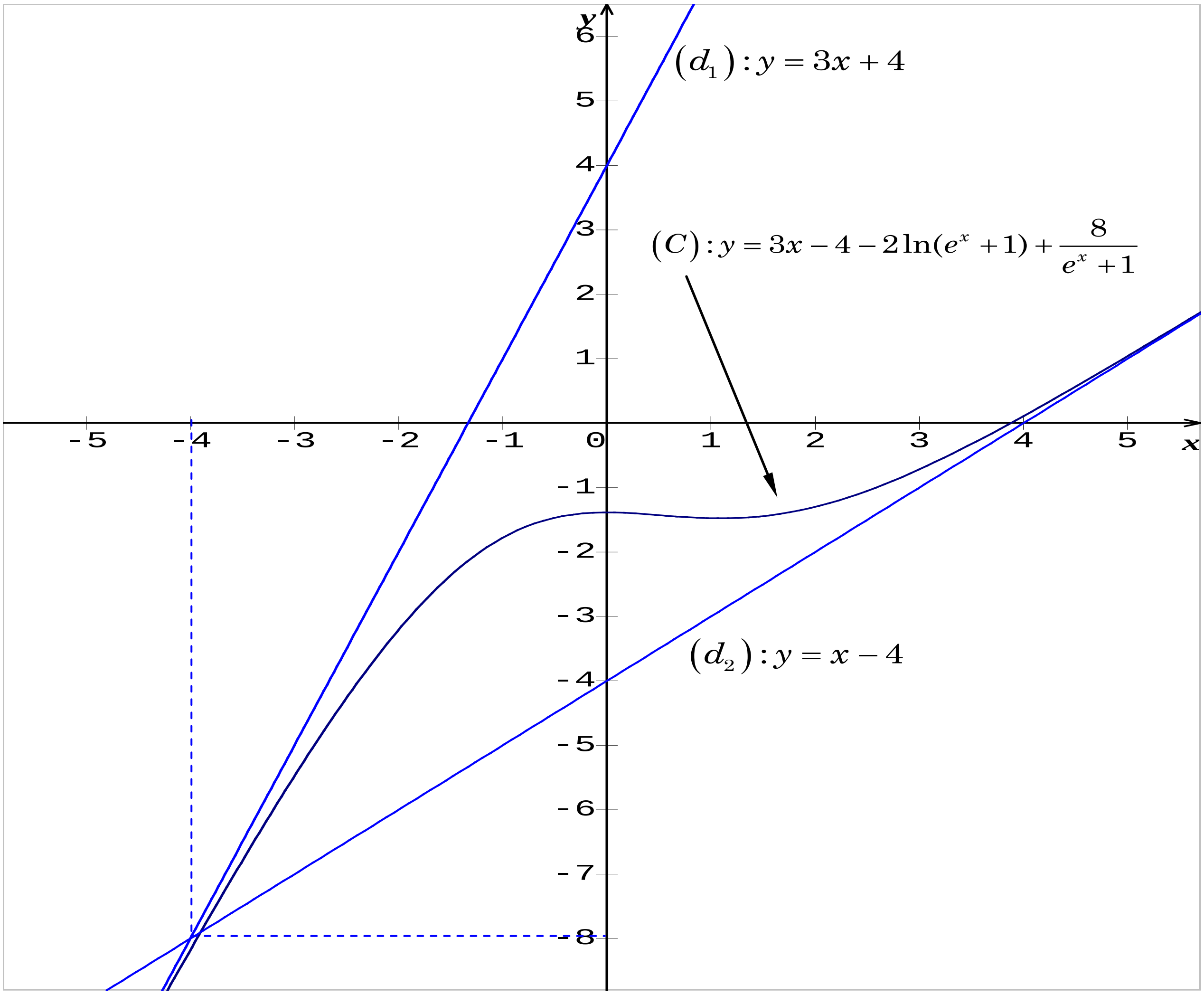
ង.គណនា $f(-2), f(-1), f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2)

យើងមាន $f(x)=3x-4-2\ln(e^x+1)+\dfrac{8}{e^x+1}$

យើងបាន $f(-2)=-10-2\ln(e^{-2}+1)+\dfrac{8}{e^{-2}+1}=-3.47$

$f(-1)=-7-2\ln(e^{-1}+1)+\dfrac{8}{e^{-1}+1}=-1.73$, $f(1)=-1-2\ln(e+1)+\dfrac{8}{e+1}=-1.48$

$f(2)=2-2\ln(e^2+1)+\dfrac{8}{e^2+1}=-1.17$



លំហាត់ទី៣០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=2x-1-\ln(e^x+2)+\dfrac{12}{e^x+2}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=2x+5-\ln 2-\ln(\frac{1}{2}e^x+1)-\dfrac{6e^x}{e^x+1}$

គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y=2x+5-\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=x-1-\ln(1+\dfrac{2}{e^x})+\dfrac{12}{e^x+2}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f'(x)=\dfrac{e^{2x}-6e^x+8}{(e^x+2)^2}$ ។

៤.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=e^{2x}-6e^x+8$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.គណនា $f(-1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

ដំណោះស្រាយ

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x)=2x+5-\ln 2-\ln(\frac{1}{2}e^x+1)-\dfrac{6e^x}{e^x+1}$

យើងមាន $f(x)=2x-1-\ln(e^x+2)+\dfrac{12}{e^x+2}$

យើងបាន $f(x)=2x-1-\ln\left[2(\frac{1}{2}e^x+1)\right]+(\dfrac{12}{e^x+2}-6)+6$

$$=2x+5-\ln 2-\ln(\frac{1}{2}e^x+1)+\frac{12-6(e^x+2)}{e^x+2}$$

$$=2x+5-\ln 2-\ln(\frac{1}{2}e^x+1)-\frac{6e^x}{e^x+2}$$

ដូចនេះ $f(x)=2x+5-\ln 2-\ln(\frac{1}{2}e^x+1)-\frac{6e^x}{e^x+1}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ៖

យើងបាន $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[2x+5-\ln 2-\ln(\frac{1}{2}e^x+1)-\frac{6e^x}{e^x+2}\right]=-\infty$

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to-\infty}\ln(\frac{1}{2}e^x+1)=0$ & $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{6e^x}{e^x+2}=0$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y=2x+5-\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x)-(2x+5-\ln 2)=-\ln(\frac{1}{2}e^x+1)-\frac{6e^x}{e^x+2}$ ។

យើងបាន $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(2x+5-\ln 2)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[-\ln(\frac{1}{2}e^x+1)-\frac{6e^x}{e^x+2}\right]=0$

ដូចនេះ $(d_1): y=2x+5-\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ខាង $-\infty$ ។

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ៖

យើងមាន $f(x)-y_{d_1}=-\left[\ln(\frac{1}{2}e^x+1)+\frac{6e^x}{e^x+2}\right]$

ដោយគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$: $\ln(\frac{1}{2}e^x+1)>0$ និង $\frac{6e^x}{e^x+2}>0$

នោះគេទាញបាន $f(x)-y_{d_1}=\left[\ln(\frac{1}{2}e^x+1)+\frac{6e^x}{e^x+1}\right]>0$ ។

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ (d_1) ជានិច្ច។

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x)=x-1-\ln(1+\frac{2}{e^x})+\frac{12}{e^x+2}$ ៖

យើងមាន $f(x)=2x-1-\ln(e^x+2)+\frac{12}{e^x+2}$

យើងបាន $f(x)=2x-1-\ln\left[e^x(1+\frac{2}{e^x})\right]+\frac{12}{e^x+2}$

$$= 2x - 1 - \ln(e^x) - \ln(1 + \frac{2}{e^x}) + \frac{12}{e^x + 2}$$

ដូចនេះ $f(x) = x - 1 - \ln(1 + \frac{2}{e^x}) + \frac{12}{e^x + 2}$ ។

គណនា $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ៖

យើងបាន $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left[x - 1 - \ln(1 + \frac{2}{e^x}) + \frac{12}{e^x + 2} \right] = +\infty$ ។

ព្រោះ $\lim_{x \to +\infty} \ln(1 + \frac{2}{e^x}) = \ln 1 = 0$ & $\lim_{x \to +\infty} \frac{12}{e^x + 2} = 0$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) = x - 1 - \ln(1 + \frac{2}{e^x}) + \frac{12}{e^x + 2}$

យើងបាន $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (x - 1)] = \lim_{x \to +\infty} \left[-\ln(1 + \frac{2}{e^x}) + \frac{12}{e^x + 2} \right] = 0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_2): y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ខាង $x \to +\infty$

៣.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយថា $f'(x) = \frac{e^{2x} - 6e^x + 8}{(e^x + 2)^2}$

យើងមាន $f(x) = 2x - 1 - \ln(e^x + 2) + \frac{12}{e^x + 2}$

យើងបាន $f'(x) = 2 - \frac{e^x}{e^x + 2} - \frac{12e^x}{(e^x + 2)^2}$

$$= \frac{2(e^x + 2)^2 - e^x(e^x + 2) - 12e^x}{(e^x + 2)^2}$$

$$= \frac{2e^{2x} + 8e^x + 8 - e^{2x} - 2e^x - 12e^x}{(e^x + 2)^2} = \frac{e^{2x} - 6e^x + 8}{(e^x + 2)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{e^{2x} - 6e^x + 8}{(e^x + 2)^2}$ ។

៤.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=e^{2x}-6e^{x}+8$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $g(x)=e^{2x}-6e^{x}+8=(e^{x}-2)(e^{x}-4)$

បើ $e^{x}-2=0$ នោះ $e^{x}=2$ ឬ $x=\ln 2$

បើ $e^{x}-2>0$ នោះ $e^{x}>2$ ឬ $x>\ln 2$

បើ $e^{x}-2<0$ នោះ $e^{x}<2$ ឬ $x<\ln 2$

បើ $e^{x}-4=0$ នោះ $e^{x}=4$ ឬ $x=2\ln 2$

បើ $e^{x}-4>0$ នោះ $e^{x}>4$ ឬ $x>2\ln 2$

បើ $e^{x}-4<0$ នោះ $e^{x}<4$ ឬ $x<2\ln 2$

x	$-\infty$		$\ln 2$		$2\ln 2$		$+\infty$
$g(x)$		+	0	−	0	+	

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

x	$-\infty$		$\ln 2$		$2\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1.98	↗	$+\infty$

ចំពោះ $x=\ln 2$ នោះ $f(\ln 2)=2\ln 2-1-2\ln 2+3=2$ ។

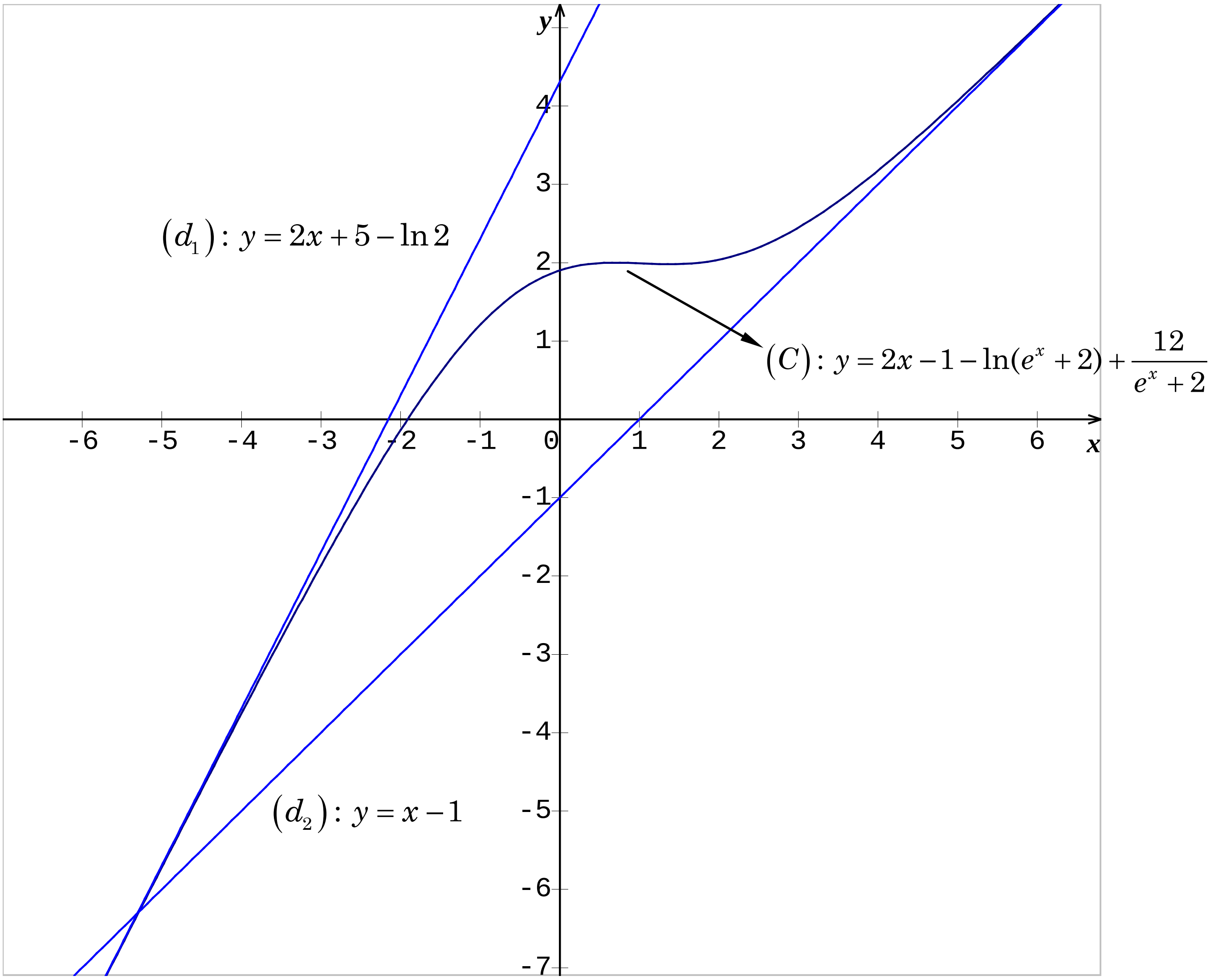
ចំពោះ $x=2\ln 2$ នោះ $f(2\ln 2)=4\ln 2-1-\ln 6+2=1.98$

៨.គណនា $f(-1)$ និង $f(2)$រួចសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់(d_1) និង(d_2)

យើងមាន $f(x)=2x-1-\ln(e^x+2)+\dfrac{12}{e^x+2}$

យើងបាន $f(-1)=-3-\ln(e^{-1}+2)+\dfrac{12}{e^{-1}+2}=1.23$

$f(2)=3-\ln(e^2+2)+\dfrac{12}{e^2+2}=2.04$ ។



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី៣១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=3x+2-3\ln(e^x+1)+\dfrac{4}{e^x+1}$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=3x+6-3\ln(e^x+1)-\dfrac{4e^x}{e^x+1}$

គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y=3x+6$ ជាអាស៊ីមតូត

ទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=2-3\ln(1+\dfrac{1}{e^x})+\dfrac{4}{e^x+1}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y=2$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែ

កោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{3-e^x}{(e^x+1)^2}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x=0$ ។

៥.គណនា $f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T) , (d_1) និង (d_2) ។

ដំណោះស្រាយ

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ស្រាយថា $f(x)=3x+6-3\ln(e^x+1)-\dfrac{4e^x}{e^x+1}$

យើងមាន $f(x)=3x+2-3\ln(e^x+1)+\dfrac{4}{e^x+1}$

យើងបាន $f(x)=3x+2-3\ln(e^x+1)+(\dfrac{4}{e^x+1}-4)+4$

$$= 3x + 6 - 3\ln(e^x + 1) + \frac{4 - 4(e^x + 1)}{e^x + 1}$$

$$= 3x + 6 - 3\ln(e^x + 1) - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

ដូចនេះ $f(x) = 3x + 6 - 3\ln(e^x + 1) - \frac{4e^x}{e^x + 1}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ៖

យើងបាន $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty}\left[3x + 6 - 3\ln(e^x + 1) - \frac{4e^x}{e^x + 1}\right] = -\infty$ ។

ព្រោះ $\lim\limits_{x \to -\infty}\left[-3\ln(e^x + 1) - \frac{4e^x}{e^x + 1}\right] = 0$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y = 3x + 6$ **ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប** (C) ៖

យើងមាន $f(x) - y_{d_1} = -3\ln(e^x + 1) - \frac{4e^x}{e^x + 1}$

ដោយ $\lim\limits_{x \to -\infty}\left[f(x) - y_{d_1}\right] = \lim\limits_{x \to -\infty}\left[-3\ln(e^x + 1) - \frac{4e^x}{e^x + 1}\right] = 0$

ដូចនេះបន្ទាត់ $(d_1): y = 3x + 6$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ។

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) **និង** (d_1) ៖

យើងមាន $f(x) - y_{d_1} = -3\ln(e^x + 1) - \frac{4e^x}{e^x + 1} = -\left[3\ln(e^x + 1) + \frac{4e^x}{e^x + 1}\right] < 0$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅក្រោមបន្ទាត់ (d_1) ជានិច្ច។

២.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ **ស្រាយថា** $f(x) = 2 - 3\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{4}{e^x + 1}$ ៖

យើងមាន $f(x) = 3x + 2 - 3\ln(e^x + 1) + \frac{4}{e^x + 1}$

យើងបាន $f(x) = 3x + 2 - 3\ln\left[e^x(1 + \frac{1}{e^x})\right] + \frac{4}{e^x + 1}$

$$= 3x + 2 - 3\ln(e^x) - 3\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{4}{e^x + 1}$$

$$= 3x + 2 - 3x - 3\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{4}{e^x + 1} = 2 - 3\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{4}{e^x + 1}$$

ដូចនេះ $f(x) = 2 - 3\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{4}{e^x + 1}$ ។

គណនា $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ៖

យើងបាន $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left[2 - 3\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{4}{e^x + 1} \right] = 2$ ។

ព្រោះ $\lim_{x \to +\infty} \left[-3\ln(1 + \frac{1}{e^x}) + \frac{4}{e^x + 1} \right] = 0$ ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2) : y = 2$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោង (C) ៖

ដោយ $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$ ដូចនេះបន្ទាត់ (d_2) : $y = 2$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{3 - e^x}{(e^x + 1)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x) = 3x + 2 - 3\ln(e^x + 1) + \frac{4}{e^x + 1}$

យើងបាន $f'(x) = 3 - \frac{3e^x}{e^x + 1} - \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2}$

$$= \frac{3(e^x + 1)^2 - 3e^x(e^x + 1) - 4e^x}{(e^x + 1)^2}$$

$$= \frac{3e^{2x} + 6e^x + 3 - 3e^{2x} - 3e^x - 4e^x}{(e^x + 1)^2}$$

$$= \frac{-e^x + 3}{\left(e^x + 1\right)^2}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{3 - e^x}{(e^x + 1)^2}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x)=\dfrac{3-e^x}{(e^x+1)^2}$ ដោយគ្រប់ $x\in\mathbb{R}:(e^x+1)^2>0$

នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូចភាគយក $3-e^x$ ។

.បើ $3-e^x<0\Leftrightarrow e^x>3$ ឬ $x>\ln 3$ នោះ $f'(x)<0$ ។

.បើ $3-e^x=0\Leftrightarrow e^x=3$ ឬ $x=\ln 3$ នោះ $f'(x)=0$ ។

.បើ $3-e^x>0\Leftrightarrow e^x<3$ ឬ $x<\ln 3$ នោះ $f'(x)>0$ ។

ចំពោះ $x=\ln 3$ នោះ $f(\ln 3)=3\ln 3+2-3\ln 4+1=2.14$ ។

x	$-\infty$		$\ln 3$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2.14	↘	2

៤.សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x=0$ ៖

តាមរូបមន្ត $(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

ដោយ $x_0=0$ នោះ $f(0)=4-3\ln 2$ និង $f'(0)=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

គេបាន $(T): y=\dfrac{1}{2}x+4-3\ln 2$ ។

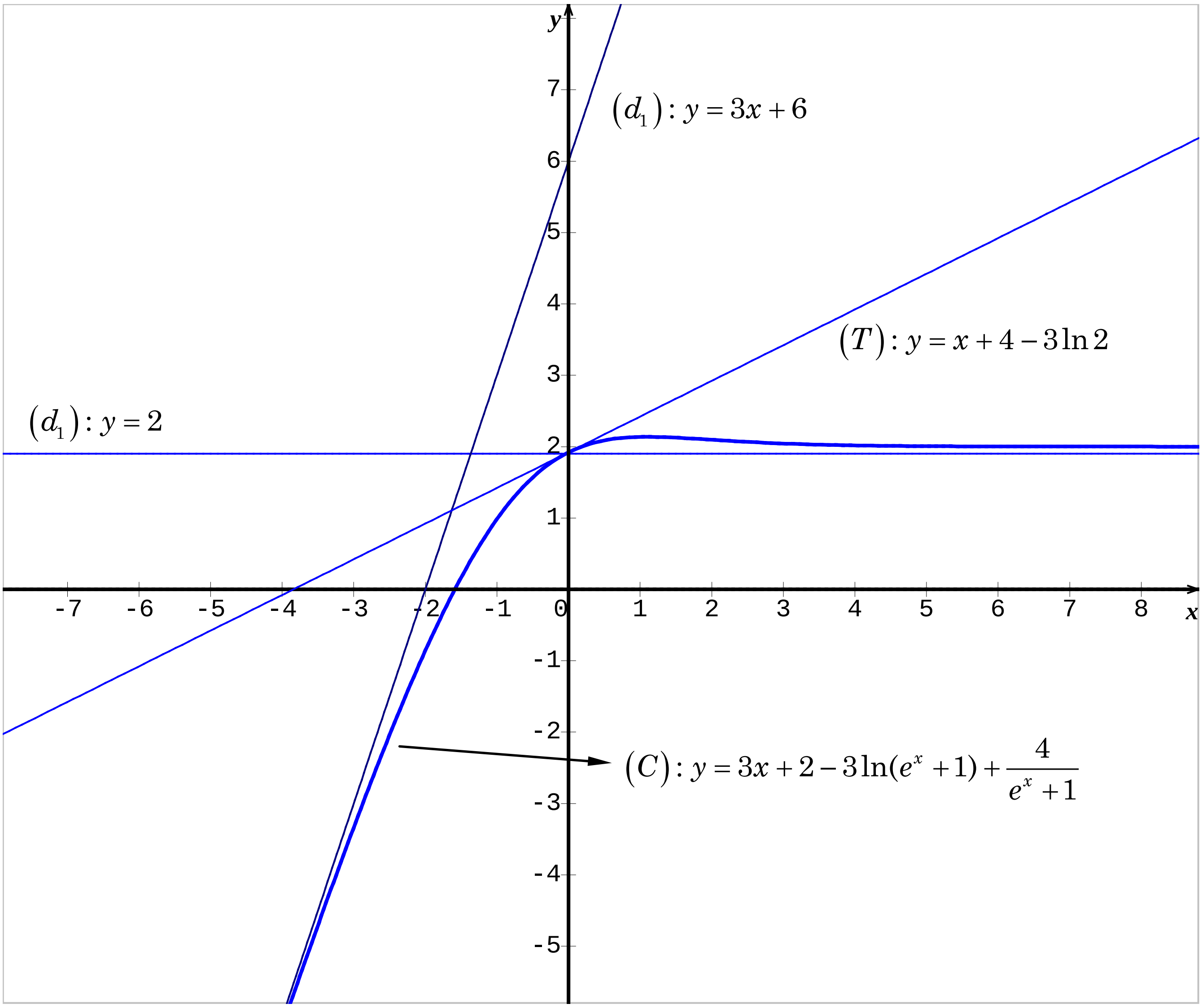
៥.គណនា $f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T) , (d_1) និង (d_2)

យើងមាន $f(x)=3x+2-3\ln(e^x+1)+\dfrac{4}{e^x+1}$

យើងបាន $f(-1) = -1 - 3\ln(e^{-1}+1) + \dfrac{4}{e^{-1}+1} = 1.02$ ។

ហើយ $f(1) = 5 - 3\ln(e+1) + \dfrac{4}{e+1} = 1.17$

សំណង់ក្រាប $(C): y = f(x) = 3x + 2 - 3\ln(e^x+1) + \dfrac{4}{e^x+1}$



លំហាត់ទី៣២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=-2x+3-\dfrac{1-\ln x}{x}$

មានក្រាប (C) ។

១)គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការ

អាស៊ីមតូតឈរ។

២)ស្រាយថាបន្ទាត់ $(\Delta): y=-2x+3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C)

បើ $x\to+\infty$ ។ ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (Δ) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣)ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{2(1-x^2)-\ln x}{x^2}$ ។

៤)គេតាង $g(x)=2(1-x^2)-\ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ក)ចូរស្រាយថា $g'(x)<0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ខ)គណនា $g(1)$ ។

ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $x\in(1,+\infty)$ ។

៥)ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ចូរទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ

$(0,+\infty)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៦)ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

(គេឲ្យ $\ln 2=0.7$, $e^{-1}=0.4$)។

៧.ដោយប្រើក្រាប (C) ចូរសង់ក្រាប (C') តាងអនុគមន៍ g កំណត់គ្រប់ $x>0$

ដោយ $g(x)=2x-3+\dfrac{1-\ln x}{x}$ ។

ដំណោះស្រាយ

១)គណនាលីមីត $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរ

យើងបាន $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\left[-2x+3-\frac{1-\ln x}{x}\right]=-\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}\frac{1-\ln x}{x}=0$

និង $\lim_{x\to0^+} f(x)=\lim_{x\to0^+}\left[-2x+3-\frac{1-\ln x}{x}\right]=-\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to0^+}\frac{1-\ln x}{x}=+\infty$ ។

ដូចនេះបន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប។

២)ស្រាយថាបន្ទាត់ $(\Delta): y=-2x+3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C)

យើងបាន $f(x)-y=-\frac{1-\ln x}{x}$

ដោយ $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=-\lim_{x\to+\infty}\frac{1-\ln x}{x}=0$

នោះបន្ទាត់ $(\Delta): y=-2x+3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) បើ $x\to+\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (Δ) ជាមួយខ្សែកោង (C)៖

យើងមាន $f(x)-y=-\frac{1-\ln x}{x}$ មានសញ្ញាដូចភាគយក $(\ln x-1)$ គ្រប់ $x>0$

ចំពោះ $\ln x-1=0\Leftrightarrow x=e$ នោះ $f(x)-y=0$ នាំឲ្យបន្ទាត់ (Δ) និងក្រាប (C) ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $A(e,-2e+3)$ ។

ចំពោះ $\ln x-1<0\Leftrightarrow 0<x<e$ នោះ $f(x)-y<0$

នាំឲ្យបន្ទាត់ (Δ) ស្ថិតនៅខាងលើ (C) ។

ចំពោះ $\ln x-1>0\Leftrightarrow x>e$ នោះ $f(x)-y>0$

នាំឲ្យបន្ទាត់ (Δ) ស្ថិតនៅពីលើខ្សែកោង (C)។

៣)ស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\frac{2(1-x^2)-\ln x}{x^2}$

យើងមាន $f(x)=-2x+3-\frac{1-\ln x}{x}$

យើងបាន $f'(x) = -2 - \frac{-1-(1-\ln x)}{x^2} = \frac{-2x^2+2-\ln x}{x^2}$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{2(1-x^2)-\ln x}{x^2}$ ។

៤)គេតាង $g(x) = 2(1-x^2) - \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$

ក)ស្រាយថា $g'(x) < 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$

យើងមាន $g'(x) = -2x - \frac{1}{x} = -\frac{2x^2+1}{x} < 0$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$

ដូចនេះស្រាយថា $g'(x) < 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ខ)គណនា $g(1)$

យើងបាន $g(1) = 2(1-1) - \ln 1 = 2(1-1) + 0 = 0$

ដូចនេះ $g(1) = 0$ ។

សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0,1)$ និង $x \in (1,+\infty)$

ដោយ $g'(x) < 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ នោះ g ជាអនុគមន៍ចុះលើ $(0,+\infty)$

ហើយដោយយើងមាន $g(1) = 0$ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានសញ្ញានៃ g ដូចតទៅ៖

ចំពោះ $x \in (0,1)$ នោះ $g(x) > 0$ និងចំពោះ $x \in (1,+\infty)$ នោះ $g(x) < 0$ ។

៥)ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទីពបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0,+\infty)$

យើងមាន $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ នោះ $f(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ ។

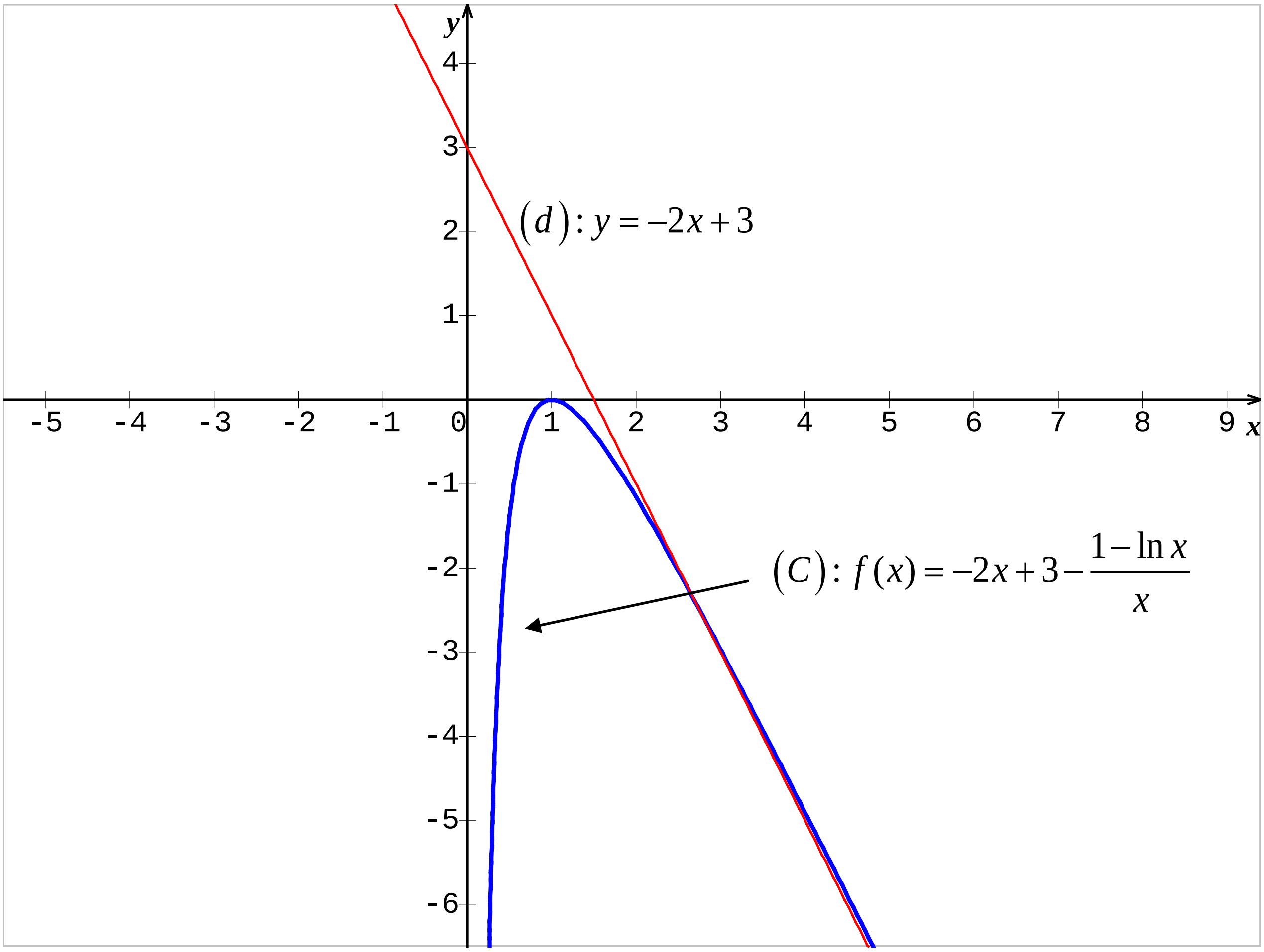
យោងតាមសម្រាយខាងលើយើងបាន $f'(x) > 0$ ចំពោះ $x \in (0,1)$

ហើយ $f'(x) = 0$ ចំពោះ $x = 1$ និង $f'(x) < 0$ ចំពោះ $x \in (1,+\infty)$ ។

តារាងអថេរភាពនៃ f :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

៦)សង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$

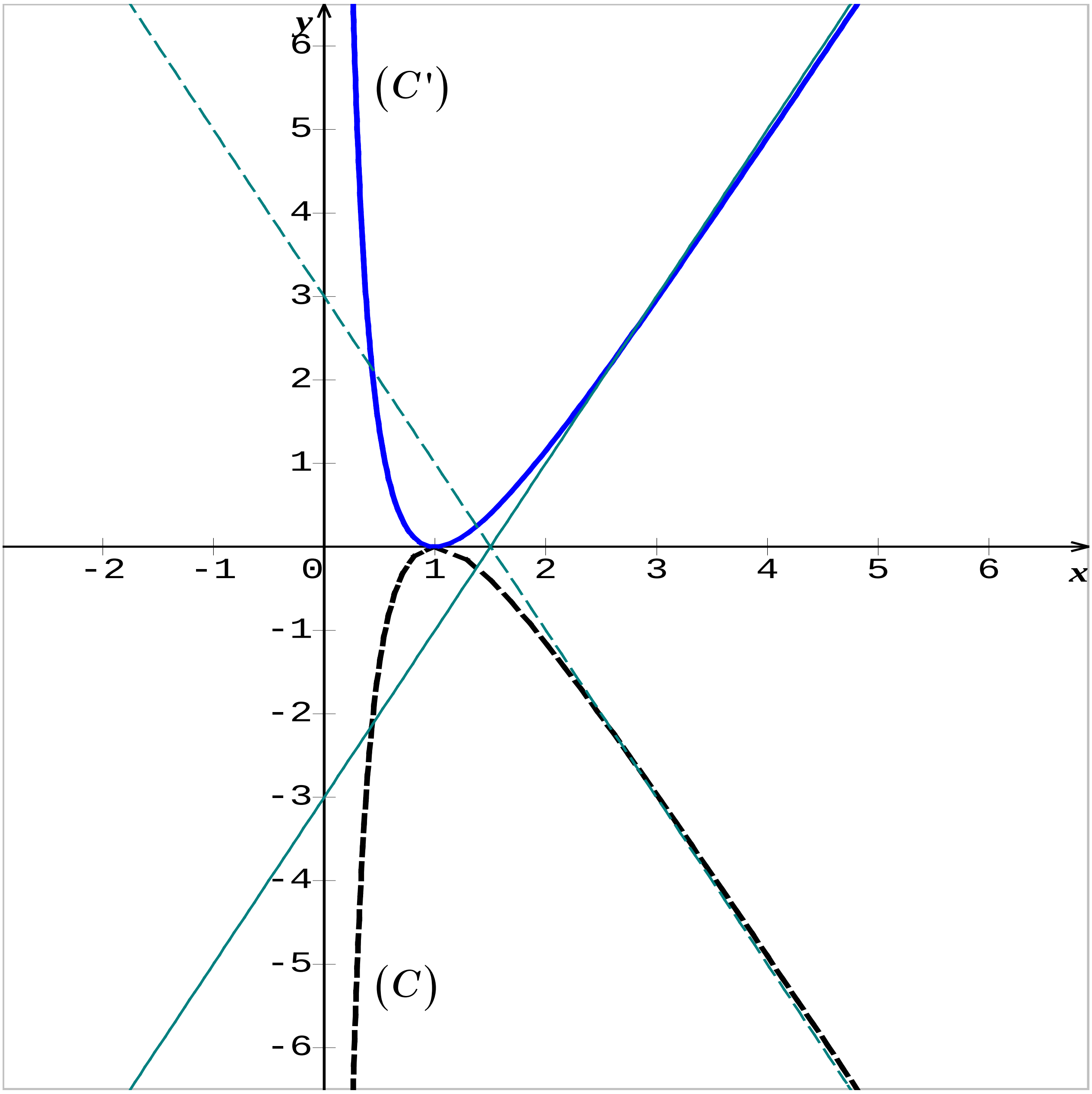


៧.ដោយប្រើក្រាប (C) សង់ក្រាប (C') ៖

អនុគមន៍ g កំណត់គ្រប់ $x>0$ ដោយ $g(x)=2x-3+\dfrac{1-\ln x}{x}$

គេមាន $f(x) = -2x + 3 - \frac{1-\ln x}{x} = -\left(2x - 3 + \frac{1-\ln x}{x}\right)$

នោះគេទាញបាន $g(x) = -f(x)$ គ្រប់ $x > 0$ នាំឲ្យក្រាប (C') តាងអនុគមន៍ g ឆ្លុះគ្នាជាមួយក្រាប (C) ធៀបនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។ ដូចនេះគេអាចសង់ក្រាប (C') ដោយប្រើក្រាប (C) ដូចក្នុងរូបខាងក្រោមនេះ ។



www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី៣៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ដោយ $y=f(x)=2-x+\dfrac{1+2\ln x}{x}$

(C)ជាខ្សែកោងតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចូរគណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ នៃក្រាប(C)។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d): y=2-x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)កាលណា $x\to+\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(C)និងអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់វា។

៣.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា$\forall x>0:\ f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ ដែល $g(x)=1-x^2-2\ln x$

៤.ក)គណនា$g'(x)$រួចបញ្ជាក់ថា g ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ$(0,+\infty)$។

ខ)គណនាតម្លៃ$g(1)$រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$លើចន្លោះ$(0,1)$និងនៅលើ ចន្លោះ $(1,+\infty)$។

៥.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។សង់ខ្សែកោង(C)និងអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់វា

៦.ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយ(C)និងអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់វានិងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=1$ និង $x=e$ ។

៧.ដោយប្រើខ្សែកោង(C)ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនៃឫសរបស់សមីការ៖

$x^2+(m-2)x-1-2\ln x=0$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។

ដំណោះស្រាយ

១.គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ(C)

យើងមាន $f(x)=2-x+\dfrac{1+2\ln x}{x}$ ដែល $x>0$ ។

យើងបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[2-x+\dfrac{1+2\ln x}{x}\right] = -\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+2\ln x}{x} = 0$ ។

ហើយ $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to0^+}\left(2-x+\dfrac{1+2\ln x}{x}\right) = -\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1+2\ln x}{x} = -\infty$ ។

ដោយ $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = -\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថា (d) ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) កាលណា $x\to+\infty$

យើងមាន $f(x) = 2-x+\dfrac{1+2\ln x}{x}$ និង $(d): y = 2-x$

យើងបាន $f(x) - y_d = \dfrac{1+2\ln x}{x}$

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y_d\right] = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1+2\ln x}{x}\right) = 0$

ដូចនេះបន្ទាត់ (d) ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (C) និងអាស៊ីមតូតទ្រេត ៖

គេមាន $f(x) - y_d = \dfrac{1+2\ln x}{x}$ មានសញ្ញាដូច $1+2\ln x$ គ្រប់ $x>0$ ។

.បើ $1+2\ln x = 0 \Leftrightarrow x = e^{-\frac{1}{2}}$ នោះខ្សែកោង (C) និង (d) ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $A\left(e^{-\frac{1}{2}}, 2-e^{-\frac{1}{2}}\right)$ ។

.បើ $1+2\ln x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < e^{-\frac{1}{2}}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅពីខាងក្រោមនៃ (d) ។

.បើ $1+2\ln x > 0 \Leftrightarrow x > e^{-\frac{1}{2}}$ នោះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅពីខាងលើនៃ (d) ។

៣.ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\forall x>0:\ f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$ ដែល $g(x) = 1-x^2-2\ln x$

យើងមាន $f(x) = 2-x+\dfrac{1+2\ln x}{x}$

យើងបាន $f'(x) = -1+\dfrac{(1+2\ln x)'(x)-(x)'(1+2\ln x)}{x^2}$

$$=-1+\frac{2-1-2\ln x}{x^2}=\frac{1-x^2-2\ln x}{x^2}$$

ដូចនេះ $\forall x>0:\ f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ពិត។

៤.ក)គណនា $g'(x)$រួចបញ្ជាក់ថា g ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ $(0,+\infty)$

យើងមាន $g(x)=1-x^2-2\ln x$

យើងបាន $g'(x)=-2x-\frac{2}{x}=-\frac{2(x^2+1)}{x}<0$ គ្រប់ $x>0$

ដូចនេះ g ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ $(0,+\infty)$ ។

ខ)គណនាតម្លៃ $g(1)$រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$លើ $(0,1)$និង $(1,+\infty)$

ចំពោះ $x=1$ គេបាន $g(1)=1-1^2-2\ln 1=0$ ។

ដូចនេះ $g(1)=0$ ។

ម្យ៉ាងទៀតដោយ g ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ $(0,+\infty)$ និង $g(1)=0$
នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានអំពីសញ្ញានៃ $g(x)$លើចន្លោះ $(0,1)$ និងលើចន្លោះ $(1,+\infty)$
ដូចខាងក្រោម៖

.ចំពោះ $x\in(0,1):\ g(x)>0$ ។

.ចំពោះ $x\in(1,+\infty):\ g(x)<0$ ។

.ចំពោះ $x=1:\ g(x)=g(1)=0$

៥.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f

យើងមាន $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ នោះ $f'(x)$ យកសញ្ញាដូច $g(x)$លើចន្លោះ $(0,+\infty)$ ។
តាមលទ្ធផលខាងលើយើងទាញបាន៖

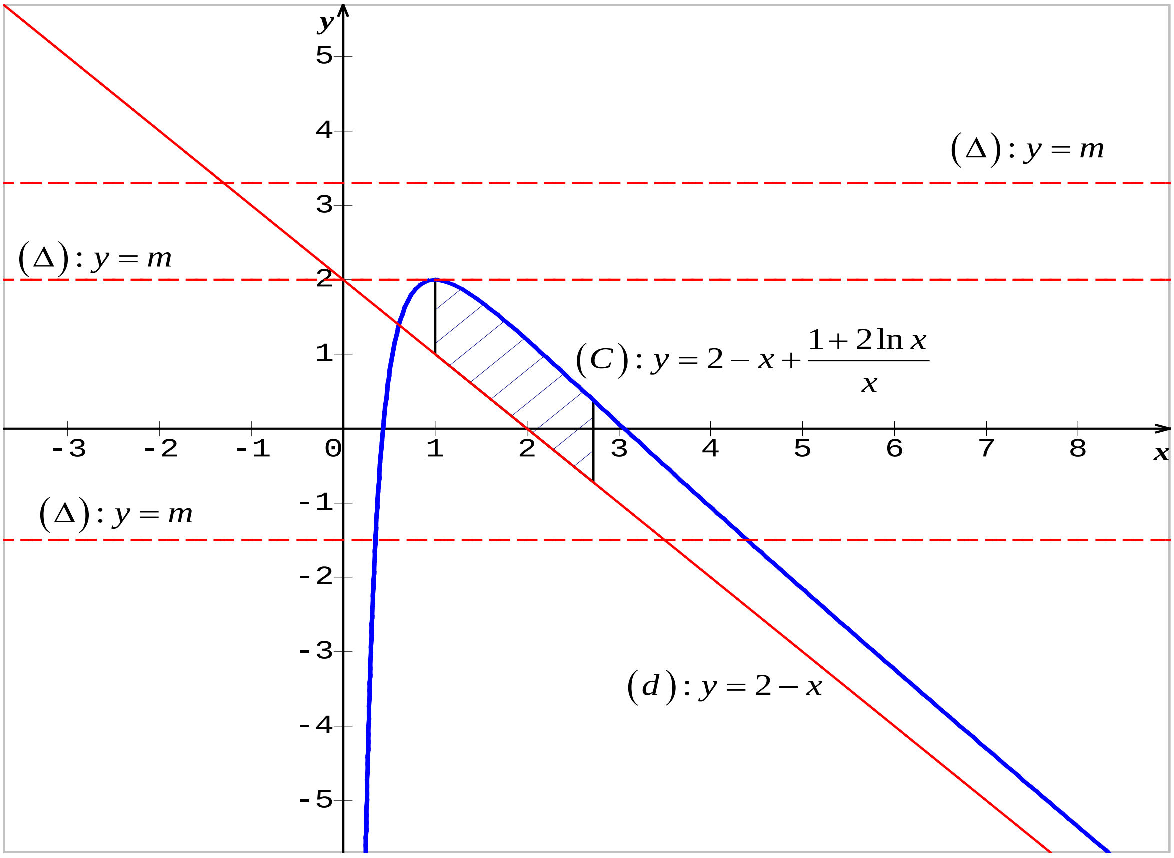
.ចំពោះ $x \in (0,1): g(x) > 0$ នោះ $f'(x) > 0$

.ចំពោះ $x \in (1,+\infty): g(x) < 0$ នោះ $f'(x) < 0$

.ចំពោះ $x = 1: g(x) = g(1) = 0$ នោះ $f'(x) = f'(1) = 0$ ។

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

សង់ខ្សែកោង (C) និងអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់វា៖



៦.ផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយ (C) និងអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់វានិងបន្ទាត់ $x = 1$ និង $x = e$ ៖

តាង S ជាផ្ទៃក្រឡាដែលត្រូវរក។

យើងបាន $S=\int_1^e\left[f(x)-y_d\right]dx=\int_1^e\frac{1+2\ln x}{x}dx=\left[\ln x+(\ln x)^2\right]_1^e=2$

ដូចនេះ $S=2$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា) ។

៧.ដោយប្រើខ្សែកោង(C)ចូរសិក្សាអត្ថិភាពនៃឫសរបស់សមីការៈ

$x^2+(m-2)x-1-2\ln x=0$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ

សមីការនេះអាចសរសេរទៅជា ៖

$x^2+mx-2x-1-2\ln x=0$

$$mx=2x-x^2+1+2\ln x$$

$$m=2-x+\frac{1+2\ln x}{x}$$

ជាសមីការអាប់ស៊ីសនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង(C)ជាមួយ(Δ)

មានសមីការ $(\Delta): y=m$ ។

តាមក្រាហ្វិកយើងអាចសន្និដ្ឋានលទ្ធផលដូចតទៅៈ

.ចំពោះ $m\in(-\infty,2)$: សមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នា។

.ចំពោះ $m=2$ សមីការមានឫសឌុបមួយគឺ $x_1=x_2=1$ ។

.ចំពោះ $m\in(2,+\infty)$ សមីការគ្មានឫស។

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី៣៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x+3-3\ln(2+e^{-x})+\dfrac{9}{1+2e^{x}}$ មានក្រាប (C) ។

១. $a)$ គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

$b)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(\Delta_1): y=x+3-3\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ខាង $+\infty$ ។

២. $a)$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា ៖

$$f(x)=4(x+3)-3\left[\ln(1+2e^{x})+\frac{6e^{x}}{1+2e^{x}}\right]$$ ។

$b)$ គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ។

$c)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(\Delta_2): y=4(x+3)$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ខាង $-\infty$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (Δ_2) ស្ថិតនៅខាងលើក្រាប (C) ជានិច្ចគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ។

៣. $a)$ ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{4(e^{x}-1)^2}{(2e^{x}+1)^2}$ ។

$b)$ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

(គេឲ្យ $\ln 3=1.1$)។

៤. ចូរសង់បន្ទាត់ (Δ_1) , (Δ_2) និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

គេឲ្យតម្លៃប្រហែល $f(-2)=1.4$, $f(-1)=2.5$, $f(1)=2.8$ និង $\ln 2=0.7$

ដំណោះស្រាយ

១.$a)$ គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ៖

គេមាន $f(x)=x+3-3\ln(2+e^{-x})+\dfrac{9}{1+2e^{x}}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x+3-3\ln(2+e^{-x})+\dfrac{9}{1+2e^{x}}\right]=+\infty$

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x}=0$ ។

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=+\infty$ ។

$b)$ ស្រាយថាបន្ទាត់(Δ_1): $y=x+3-3\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C) ខាង $+\infty$

យើងមាន $f(x)-y_{\Delta_1}=3\ln 2-3\ln\left(2+e^{-x}\right)+\dfrac{9}{1+2e^{x}}$

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y_{\Delta_1}\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[3\ln 2-3\ln\left(2+e^{-x}\right)+\dfrac{9}{1+2e^{x}}\right]=0$

ដូចនេះបន្ទាត់(Δ_1): $y=x+3-3\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C) ខាង $+\infty$ ។

២.$a)$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f\left(x\right)=4(x+3)-3\left[\ln(1+2e^{x})+\dfrac{6e^{x}}{1+2e^{x}}\right]$ ៖

យើងមាន $f(x)=x+3-3\ln(2+e^{-x})+\dfrac{9}{1+2e^{x}}$

$$=x+3-3\ln\left(\frac{2e^{x}+1}{e^{x}}\right)+\frac{9(1+2e^{x})-18e^{x}}{1+2e^{x}}$$

$$=x+3-3\left[\ln\left(2e^{x}+1\right)-\ln e^{x}\right]+9-\frac{18e^{x}}{1+2e^{x}}$$

$$=x+3-3\ln\left(1+2e^{x}\right)+3x+9-\frac{18e^{x}}{1+2e^{x}}$$

$$= 4x + 12 - 3\ln\left(1 + 2e^{x}\right) - \frac{18e^{x}}{1 + 2e^{x}}$$

ដូចនេះ $f(x) = 4(x+3) - 3\left[\ln(1 + 2e^{x}) + \frac{6e^{x}}{1 + 2e^{x}}\right]$ ។

$b)$ គណនា $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ៖

យើងបាន $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty}\left\{4(x+3) - 3\left[\ln(1 + 2e^{x}) + \frac{6e^{x}}{1 + 2e^{x}}\right]\right\} = -\infty$

ព្រោះ $\lim\limits_{x \to -\infty}\left[\ln(1 + 2e^{x}) + \frac{6e^{x}}{1 + 2e^{x}}\right] = 0$ ។

ដូចនេះ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ ។

$c)$ ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(\Delta_2): y = 4(x+3)$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ខាង $-\infty$

យើងមាន $f(x) - y_{\Delta_2} = -3\left[\ln(1 + 2e^{x}) + \frac{6e^{x}}{1 + 2e^{x}}\right]$

យើងបាន $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) - y_{\Delta_2} = -3\lim\limits_{x \to -\infty}\left[\ln(1 + 2e^{x}) + \frac{6e^{x}}{1 + 2e^{x}}\right] = 0$ ។

ដូចនេះ បន្ទាត់ $(\Delta_2): y = 4(x+3)$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ខាង $-\infty$ ។

បញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (Δ_2) ស្ថិតនៅខាងលើក្រាប (C) ជានិច្ចគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ៖

យើងមាន $f(x) - y_{\Delta_2} = -3\left[\ln(1 + 2e^{x}) + \frac{6e^{x}}{1 + 2e^{x}}\right] < 0$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

ដូចនេះបន្ទាត់ (Δ_2) ស្ថិតនៅខាងលើក្រាប (C) ជានិច្ចគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

៣. $a)$ ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{4(e^{x} - 1)^2}{(2e^{x} + 1)^2}$ ៖

យើងមាន $f(x)=x+3-3\ln(2+e^{-x})+\dfrac{9}{1+2e^{x}}$ ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ $\mathbb{R}$

យើងបាន $f'(x)=1-\dfrac{-3e^{-x}}{2+e^{-x}}-\dfrac{18e^{x}}{(1+2e^{x})^2}=1+\dfrac{3}{2e^{x}+1}-\dfrac{18e^{x}}{(1+2e^{x})^2}$

$$=\frac{1+4e^{x}+4e^{2x}+3+6e^{x}-18e^{x}}{\left(2e^{x}+1\right)^2}$$

$$=\frac{4\left(e^{2x}-2e^{x}+1\right)}{\left(2e^{x}+1\right)^2}$$

ដូចនេះ: $f'(x)=\dfrac{4(e^{x}-1)^2}{(2e^{x}+1)^2}$ ។

b) សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x)=\dfrac{4(e^{x}-1)^2}{(2e^{x}+1)^2}\geq 0$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ នោះ f ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R}$ ។

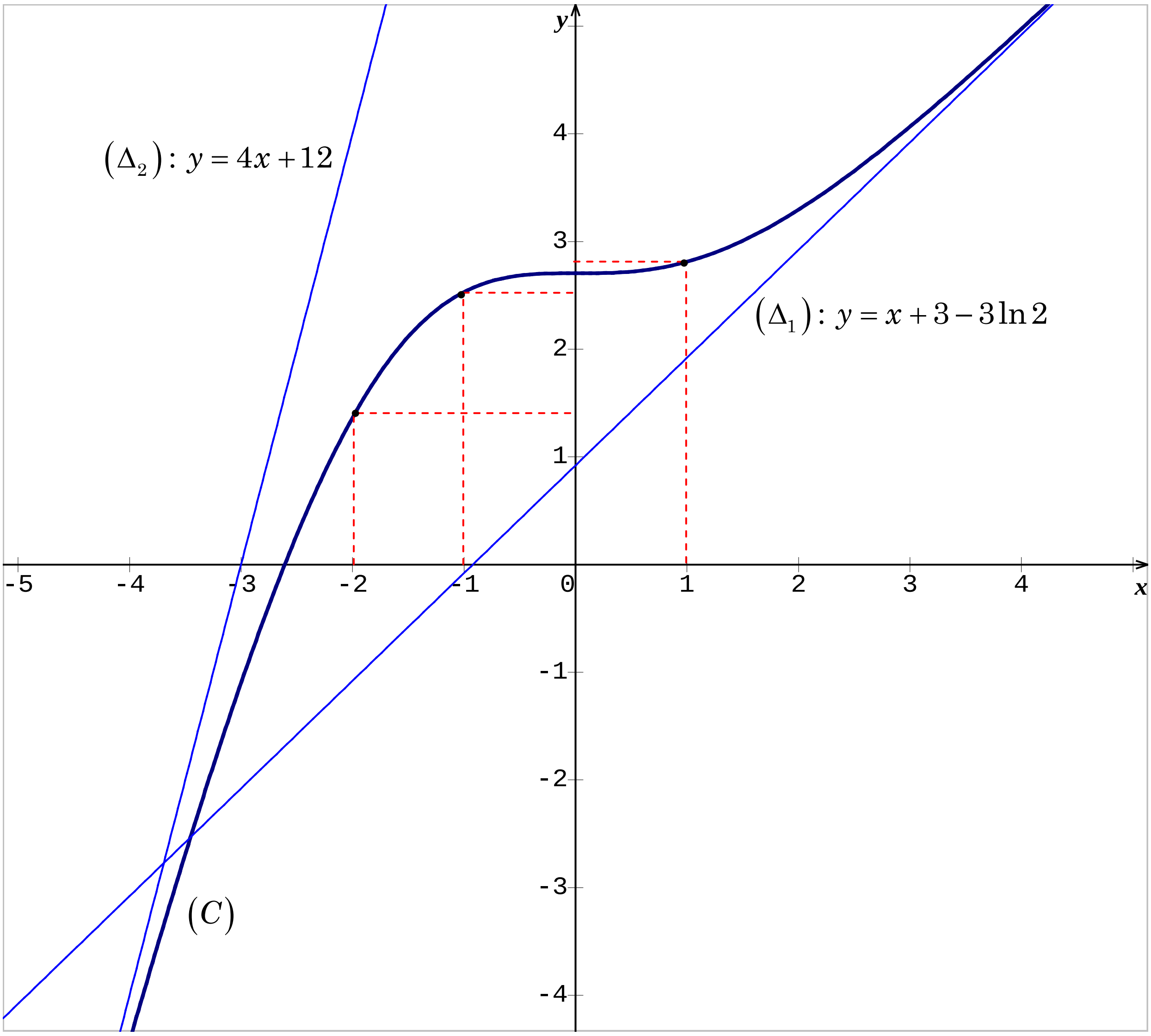
បើ $f'(x)=0$ សមមូល $\left(e^{x}-1\right)^2=0$ សមមូល $e^{x}=1=e^{0}$ នោះ $x=0$ ។

ចំពោះ $x=0$ គេបាន $f(0)=3-3\ln 3+3=6-3(1.1)=2.7$ ។

តារាងអថេរភាព ៖

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2.7	$\nearrow$	$+\infty$

៨. សង់បន្ទាត់ (Δ_1) , (Δ_2) និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ៖



www.mathtoday.wordpress.com

ជំពូកទី០៣

កម្រងលំហាត់ជ្រើសរើសបន្ថែមសម្រាប់សិស្សដោះស្រាយខ្លួនឯង

លំហាត់ទី០១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=x-3+\dfrac{1-\ln x}{2x}$ ។ គេតាង (C) ជាក្រាបតំណាងឲ្យអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.សិក្សាលីមីតនៃអនុគមន៍ f កាលណា $x\to 0^+$ និង $x\to +\infty$ រួចទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.$a)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d):y=x-3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា x ខិតជិត $+\infty$ ។

$b)$ ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) ធៀបនឹងអាស៊ីមតូតទ្រេត (d) របស់វា។

៣.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{2(x^2-1)+\ln x}{2x^2}$ ។

៤.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេតាង $g(x)=2\left(x^2-1\right)+\ln x$ ។

$a)$ គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនលើចន្លោះ $(0,+\infty)$ ។

$b)$ គណនា $g(1)$ រួចទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(0,1)$ និង $(1,+\infty)$ ។

៥.$a)$ បង្ហាញថា $f'(x)$ និង $g(x)$ មានសញ្ញាដូចគ្នារួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

$b)$ គណនា $f(\frac{1}{e})$ និង $f(2)$ រួចសង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) ។

$c)$ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (d) និងបន្ទាត់ឈរ $x=\dfrac{1}{e}$ និង $x=e$ ។ គេយក $\dfrac{1}{e}=0.36$ និង $\ln 2=0.69$ ។

លំហាត់ទី០២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=-x-1+\ln(e^x+1)+\dfrac{2e^x}{e^x+1}$ ។

តាង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ។

១.$a)$ រក $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ។

$b)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_1): y=-x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C) កាលណា $x\to-\infty$ ។

$c)$ ចូរបញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d_1)ជាមួយខ្សែកោង(C)។

២.$a)$ ចំពោះគ្រប់$x\in\mathbb{R}$ បង្ហាញថា $f(x)=1+\ln(1+\dfrac{1}{e^x})-\dfrac{2}{e^x+1}$ ។

$b)$គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_2): y=1$ ជាអាស៊ីមតូតដេក នៃក្រាប(C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

៣.$a)$ ចូរស្រាយថាគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{e^x-1}{(e^x+1)^2}$ ។

$b)$ សិក្សាអថេរភាពនៃf រួចសង់តារាងអថេរភាពរបស់វា។

៤.ស្រាយបញ្ជាក់ថាមានចំនួនពិតα តែមួយគត់នៃចន្លោះ$[-2,-1]$ដែល$f(\alpha)=1$។

គេឲ្យ$e^{-2}=0.14$, $e^{-1}=0.36$, $\ln(e^{-2}+1)=0.13$ និង $\ln(e^{-1}+1)=0.31$ ។

៥.ចូរសង់ក្រាប(C) និងបន្ទាត់(d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$(O,\vec{i},\vec{j})$។

លំហាត់ទី០៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=-x-1+2\ln(e^x+1)$ ។ គេតាង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.$a)$ រក $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ។

$b)$ ស្រាយថាបន្ទាត់(d_1): $y=-x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C)ខាង$-\infty$។

$c)$ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d_1) ធៀបនឹងខ្សែកោង(C) ។

២.$a)$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=x-1+2\ln(1+\frac{1}{e^x})$ ។

$b)$ គណនាលីមីត $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ។

$c)$ ស្រាយថាបន្ទាត់(d_2): $y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C)ខាង$+\infty$។

$d)$ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d_2) ធៀបនឹងខ្សែកោង(C) ។

៣.$a)$ ចូរស្រាយថាគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ គេបាន $f'(x)=\frac{e^x-1}{e^x+1}$ ។

$b)$ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍f រួចសង់តារាងអថេរភាពរបស់វា។

៤.ចូរស្រាយថាក្រាប(C) មានអ័ក្សអរដោនេជាអ័ក្សឆ្លុះ។

៥.គណនា $f(1)$ រួចសង់ក្រាប(C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

គេឲ្យ $\ln(e+1)=1.31$ ។

លំហាត់ទី០៤

គេឲ្យអនុគមន៍fកំណត់លើ$\mathbb{R}$ដោយ $f(x)=x+3-2\ln(e^x+3)$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់$x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា$f(x)=-x+3-2\ln(1+\frac{3}{e^x})$

គណនាលីមីត $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ (d_1): $y=-x+3$ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C)

កាលណា$x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(d_1)និង(C) ។

៣. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x + 3 - 2\ln 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x \to -\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \dfrac{1 - e^x}{e^x + 3}$ ។

រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

លំហាត់ទី០៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 4 - 2\ln(e^x + 2)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = -x + 4 - 2\ln(1 + \dfrac{2}{e^x})$

គណនាលីមីត $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y = -x + 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \to +\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។

៣. ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x + 4 - 2\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា $x \to -\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = -\dfrac{e^x - 2}{e^x + 2}$

រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.ចូរគណនា $f(-1)$ និង $f(0), f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

លំហាត់ទី០៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=\frac{1}{2}x^2-6x+7+8\ln x$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចូរគណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរមួយ

នៃក្រាប (C) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ចូរស្រាយថា $f'(x)=\frac{(x-2)(x-4)}{x}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣.កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) កែងនឹងបន្ទាត់ $(d): y=3x-\frac{3}{2}$ ហើយប៉ះទៅ

នឹងខ្សែកោង (C)

៤.ចូរសង់បន្ទាត់ (T) និង (d) និងខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

៥.គ្រប់ $x>0$ ស្រាយថា $F(x)=\frac{x^3}{6}-3x^2-x+8x\ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$

រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡាខ័ណ្ឌដោយ (C) និងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ $x=2, x=4$ ។

លំហាត់ទី០៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=x-2+\frac{3}{2}\ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)$ ។

គេតាង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាចុងដែនកំណត់នោះ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C)
រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(C)និង (d) ។

៣.ចំពោះគ្រប់$x \in D_f$ គេបាន $f'(x) = \dfrac{x^2 - 4x}{x^2 - 4x + 3}$ ។
គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.កំណត់អាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងអស់ដែលស្ថិតនៅលើខ្សែកោង(C)ដោយគេ
ដឹងថាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុចទាំងនោះកែងទៅនឹង(d)។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(2,0)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

៦.ចូរសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់(d) ក្នុងតម្រុយ$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ តែមួយ។

លំហាត់ទី០៨

គេឲ្យអនុគមន៍f កំណត់លើ$\mathbb{R}$ដោយ $f(x) = x + \dfrac{1}{2}\ln(2e^x + 1) + \dfrac{6}{2e^x + 1}$
មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់$x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា$f(x) = x + 6 + \dfrac{1}{2}\ln(2e^x + 1) - \dfrac{12e^x}{2e^x + 1}$
គណនា $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់$(d_1): y = x + 6$ ជាអាស៊ីមតូត
ទ្រេតនៃក្រាប(C) កាលណា $x \to -\infty$ ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា$f(x) = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{2}\ln 2 + \dfrac{1}{2}\ln(1 + \dfrac{1}{2e^x}) + \dfrac{6}{2e^x + 1}$
គណនា $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់$(d_2): y = \dfrac{3x}{2} + \dfrac{\ln 2}{2}$ ជាអាស៊ីមតូត

ទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \to +\infty$។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង(C)និង(d_2)។

៣.ចំពោះគ្រប់$x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f'(x) = \dfrac{6e^{2x} - 7e^{x} + 1}{(2e^{x}+1)^2}$ ។

៤.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x) = 6e^{2x} - 7e^{x} + 1$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.គណនា$f(-1)$ និង$f(2)$រួចសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់(d_1)និង(d_2)។

លំហាត់ទី០៩

គេឲ្យអនុគមន៍fកំណត់ដោយ $f(x) = \ln\left(x^2 - 6x + 10\right)$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ។

១.ចូរស្រាយថាអនុគមន៍fកំណត់ជានិច្ចលើ$\mathbb{R}$រួចចូរគណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

២.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. ស្រាយថាបន្ទាត់$(d): x = 3$ ជាអ័ក្សបម្លែងឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់ពីរ (T_1) និង (T_2) ដែលប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់

ចំណុចមានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា $x_1 = 0$ និង $x_2 = 6$ ។

៥. ចូរសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់ (T_1) និង(T_2)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា ។

៦.ដោយប្រើខ្សែកោង(C)ចូរសង់ខ្សែកោង(C')តាងឲ្យអនុគមន៍gកំណត់ដោយ

$g(x) = \ln\left(x^2 + 6x + 10\right)$ ដែល $x \in \mathbb{R}$ ។

លំហាត់ទី១០

ផ្នែកA: គេមានអនុគមន៍g កំណត់លើ$(0,+\infty)$ ដោយ $g(x) = 2x^2 - 2x + \ln x$ ។

១.ចូរស្រាយថាគ្រប់$x > 0 : g'(x) > 0$ ។

២.គណនា $g(1)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃg លើចន្លោះ $(0,1)$ និង $(1,+\infty)$ ។

ផ្នែក B :

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x)=2(x-\ln x-2)-\frac{1+\ln x}{x}$

(c) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.គណនា $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ នៃក្រាប (c) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ លើ $(0,+\infty)$ ។ ចូរគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ខាងលើ ។

៣.គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{4})$, $f(e)$ និង $f(4)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x)=0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នាគឺ α និង β ដែល $\frac{1}{4}<\alpha<1$ និង $e<\beta<4$ ។

($e=2.7$, $\ln 4=2\ln 2=1.4$, $\frac{1}{e}=0.4$)

៤.គណនា $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (c) ។

៥.ស្រាយថាអនុគមន៍ F កំណត់ដោយ $F(x)=x^2-2x-2x\ln x-\frac{(1+\ln x)^2}{2}$ គ្រប់ $x>0$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ ។

៦.គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (c) ជាមួយអ័ក្ស (ox) និង បន្ទាត់ $x=1$, $x=e$ ។

លំហាត់ទី១១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=x-2-\frac{3}{2}\ln\left(\frac{x-2}{x}\right)$

គេតាង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f រួចគណនា $\lim_{x\to 0^-} f(x), \lim_{x\to 2^+} f(x)$ និង $\lim_{x\to\infty} f(x)$ ។ ទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ $x \in D_f$ គេបាន $f'(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x(x-2)}$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៤.កំណត់អាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងអស់ដែលស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ដោយគេដឹងថាបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុចទាំងនោះកែងនឹងបន្ទាត់ (d) ។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(1,-1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

៦.ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d) ក្នុងតម្រុយ $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$ តែមួយ។

លំហាត់ទី១២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x + 2 - \dfrac{3}{2}\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ ។ គេតាង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ។

១.រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f រួចគណនា $\lim_{x\to 1^-} f(x), \lim_{x\to 1^+} f(x)$ និង $\lim_{x\to\infty} f(x)$

ទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d) ។

៣.ចំពោះគ្រប់ $x \in D_f$ គេបាន $f'(x) = \dfrac{x^2-4}{x^2-1}$ ។

គូសតារាងអថេរភាព នៃអនុគមន៍ f ។

៤.កំណត់អាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងអស់ដែលស្ថិតនៅលើខ្សែកោង(C)ដោយ

គេដឹងថាបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុចទាំងនោះកែងនឹងបន្ទាត់(d)។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(0,2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

៦.ចូរសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់(d) ក្នុងតម្រុយ$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ តែមួយ។

លំហាត់ទី១៣

គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ$(1,+\infty)$ដោយ $f(x) = x-4+\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$។

(C)ក្រាបរបស់វានៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់$(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

1)គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ 1 និងត្រង់$+\infty$ ។

2)ស្រាយបំភ្លឺថានៅលើ$(1,+\infty)$គេបានដេរីវេនៃអនុគមន៍គឺ $f'(x) = \dfrac{x^2+1}{(x+1)(x-1)}$ ។

សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និងសង់ តារាងអថេរភាពនៃ f លើ $(1,+\infty)$ ។

3)a.បង្ហាញថាបន្ទាត់d_1 ដែលមានសមីការ $y = x-4$អាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប(C)

កាលណា x ខិតជិត$+\infty$ ។

b. បង្ហាញថាគ្រប់xលើ$(1,+\infty)$: $0 < \dfrac{x-1}{x+1} < 1$និងទាញយកការប្រៀបធៀប

ទីតាំងនៃ(C)ធៀបទៅនឹងd_1 ។

4) ចូរកំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចនៅលើ(C)ដែលបន្ទាត់ប៉ះd_2ទៅនឹងក្រាប(C)
ត្រង់ចំណុចនេះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $\frac{5}{3}$ និងសរសេរសមីការបន្ទាត់d_2។

5) សង់ក្រាប(C) អាស៊ីមតូតd_1 និងបន្ទាត់ប៉ះd_2 ។

លំហាត់ទី១៨

គេឲ្យអនុគមន៍fកំណត់លើ$\mathbb{R}$ដោយ $f(x)=-x-1+3\ln\left(\frac{2e^x+1}{e^x+2}\right)$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=-x-1+3\ln 2$ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង
(C) កាលណា$x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(d_1)និង(C) ។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់$(d_2): y=-x-1-3\ln 2$ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង
(C) កាលណា$x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(d_2)និង(C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតxចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=-\frac{2(e^x-1)^2}{(e^x+2)(2e^x+1)}$
រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. សង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់ (d_1) និង(d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី១៩

គេឲ្យអនុគមន៍fកំណត់លើ$\mathbb{R}$ដោយ $f(x)=1-2x+\ln(e^x+2)-\frac{12}{e^x+2}$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=-2x-5+\ln 2+\ln(\frac{1}{2}e^x+1)+\frac{6e^x}{e^x+1}$

គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y=-2x-5+\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=1-x+\ln(1+\frac{2}{e^x})-\frac{12}{e^x+2}$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2): y=1-x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

៣.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f'(x)=\frac{-e^{2x}+6e^x-8}{(e^x+2)^2}$ ។

៤.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=-e^{2x}+6e^x-8$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.គណនា $f(-1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

លំហាត់ទី១៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=2-x+6\ln\left(\frac{e^x+1}{e^x+2}\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=2-x-6\ln 2-6\ln\left(\frac{e^x+2}{2e^x+2}\right)$

គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1): y=2-x-6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

២.ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=2-x-6\ln\left(1+\frac{1}{e^x+1}\right)$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់$(d_2): y=2-x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង(C)និង(d_2)។

៣.ចំពោះគ្រប់$x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=\dfrac{-e^{2x}+3e^x-2}{(e^x+1)(e^x+2)}$ ។

៤.សិក្សាសញ្ញានៃ$g(x)=-e^{2x}+3e^x-2$ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥.ចូរសង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់(d_1)និង(d_2)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី១៩

គេឲ្យអនុគមន៍fកំណត់លើ$\mathbb{R}$ដោយ $f(x)=-x+2+3\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x+4}\right)$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=-x+2$ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា$x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(d_1)និង(C) ។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់$(d_2): y=-x+2-3\ln 4$ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង (C) កាលណា$x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង(d_2)និង(C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតxចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=-\dfrac{(e^x-2)^2}{(e^x+1)(e^x+4)}$

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. សង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់ (d_1) និង(d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី២០

គេឲ្យអនុគមន៍fកំណត់ដោយ $f(x)=-\dfrac{2}{3}x-\ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៅចុងដែនកំណត់របស់វា។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរពីររបស់ខ្សែកោង (C) ។

២.ស្រាយថាបន្ទាត់(d)មានសមីការ $y=-\dfrac{2x}{3}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ(C)។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប(C)និងបន្ទាត់(d)លើចន្លោះ$(-\infty,-1)$និង$(1,+\infty)$។

៣.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតx នៃចន្លោះ$(-\infty,-1)$និង$(1,+\infty)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$f'(x)=\dfrac{2(x+2)(-x+2)}{3(x+1)(x-1)}$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងឡាយស្ថិតនៅលើខ្សែកោង(C)ដោយដឹងថាបន្ទាត់

ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $-\dfrac{5}{12}$។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគល់Oជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប(C) ។

៦.គណនា $f(-3)$ និង $f(3)$ រួចសង់បន្ទាត់(d)និងក្រាប(C)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

(គេយក $\ln 2=0.69$ និង $\ln 3=1.10$)។

លំហាត់ទី២១

គេឲ្យអនុគមន៍fកំណត់ដោយ $f(x)=-x+2\ln\left(\dfrac{x}{x+1}\right)$ មានក្រាបតំណាង(C)

ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៅចុងដែនកំណត់របស់វា។

ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរពីររបស់ខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់(d)មានសមីការ $y=-x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ(C)

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប(C)និងបន្ទាត់(d)លើចន្លោះ$(-\infty,0)$និង$(1,+\infty)$

៣.គណនាដេរីវេ$f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងឡាយស្ថិតនៅលើខ្សែកោង(C)ដោយដឹងថាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង$\frac{2}{3}$។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(-1,\frac{1}{2})$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប(C) ។

៦.គណនា $f(-3)$ និង $f(2)$ រួចសង់បន្ទាត់(d)និងក្រាប(C)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

(គេយក $\ln 2 = 0.69$ និង $\ln 3 = 1.10$)។

លំហាត់ទី២២

គេឲ្យអនុគមន៍fកំណត់ដោយ $f(x) = -x - 2 + \frac{3}{2}\ln\left(\frac{x+1}{x+3}\right)$

មានក្រាបតំណាង(C)ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនាលីមីតនៅចុងដែនកំណត់របស់វា។ ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរពីររបស់ខ្សែកោង (C) ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់(d)មានសមីការ$y = -x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ(C)។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប(C)និងបន្ទាត់(d)លើចន្លោះ$(-\infty,1)$និង$(3,+\infty)$។

៣.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុចទាំងឡាយស្ថិតនៅលើខ្សែកោង(C)ដោយដឹងថាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(C)ត្រង់ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $\frac{5}{8}$ ។

៥.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច$I(-2,0)$ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប(C) ។

៦.គណនា $f(-5)$ និង $f(1)$ រួចសង់បន្ទាត់(d)និងក្រាប(C)ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី២៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=-x-1+4\ln\left(\frac{3e^x+1}{e^x+1}\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ និង $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=-x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង

(C) កាលណា $x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=-x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង

(C) កាលណា $x\to-\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x)=-\frac{3e^{2x}-4e^x+1}{(e^x+1)(3e^x+1)}$

៥.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=-3e^{2x}+4e^x-1$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៦. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី២៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=-x+3+6\ln\left(\frac{e^x+1}{e^x+2}\right)$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយអតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.គណនាលីមីត $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ និង $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y=-x+3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C)

កាលណា $x\to+\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_1) និង (C) ។

៣.ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=-x+3-6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោង

(C) កាលណា $x \to -\infty$ ។សិក្សាទីតាំងធៀបរវាង (d_2) និង (C) ។

៤.ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \dfrac{-e^{2x} + 3e^{x} - 2}{(e^{x} + 1)(e^{x} + 2)}$

៥.សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x) = -e^{2x} + 3e^{x} - 2$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៦. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី២៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x) = -x + \dfrac{2\ln x - 1}{4x^2}$ ។

គេតាង (C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១.រក $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C)។

២.ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ $(d): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ខាង $+\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) និងខ្សែកោង (C) លើចន្លោះ $(0,+\infty)$ ។

៣.គ្រប់ $x > 0$ ចូរស្រាយថា $f'(x) = \dfrac{1 - x^3 - \ln x}{x^3}$ ។

៤.គេតាង $g(x) = 1 - x^3 - \ln x$ គ្រប់ $x > 0$ ។

ក)គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ចលើ $(0,+\infty)$ ។

ខ)កំណត់សញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(0,1)$ និង $(1,+\infty)$ ។

៥.គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។ គណនា $f(0.5)$ និង $f(2)$ រួចសង់ (C) ។

លំហាត់ទី២៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0,+\infty)$ ដោយ $f(x) = 2\ln x - 3 - \dfrac{2\ln x}{x^2}$

មានក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ។

១)គណនាលីមីត $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃ

អាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២)ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x>0$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{2(x^2-1+2\ln x)}{x^3}$ ។

៣)គេតាង $g(x)=x^2-1+2\ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ក.ចូរស្រាយថា $g'(x)>0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x>0$ ។

ខ.គណនា $g(1)$ ។ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x\in(0,1)$ និង $x\in(1,+\infty)$ ។

៤)ប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0,+\infty)$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៥)គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{2})$, $f(2)$ និង $f(4)$ ។ គេឲ្យ $\ln 2=0.7$ ។

ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o,\vec{i},\vec{j})$ ។

៦)គ្រប់ $x>0$ ស្រាយថា $F(x)=-5x+\dfrac{2}{x}+2(x+\dfrac{1}{x})\ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ

$f(x)$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃកប្លង់កំណត់ដោយខ្សែកោង (C) និងអ័ក្ស (ox)

និងបន្ទាត់ឈរពីរ $x=1$ និង $x=e$ ។

លំហាត់ទី២៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x}{2}+1+2\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ ។ តាង (C)

ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$

១.$a)$ រកលីមីត $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-1^-} f(x)$, $\lim_{x\to1^+} f(x)$ និង $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ (C) ។

$b)$ ទាញបញ្ជាក់នូវសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២. $a)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = \frac{x}{2} + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ។

$b)$ ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) ធៀបនឹងបន្ទាត់ (d) ។

៣. $a)$ ចូរស្រាយថាគ្រប់ $x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ គេបាន $f'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{x^2 - 9}{x^2 - 1}\right)$ ។

$b)$ សិក្សាអថេរភាពនៃ f រួចសង់តារាងអថេរភាពរបស់វា។

៤. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $I(0,1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង (C) ។

៥. គណនា $f(2)$ និង $f(4)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (d) ។

គេយក $\ln 2 = 0.7$ និង $\ln 3 = 1.1$ ។

លំហាត់ទី២៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = -2x - 2 + \frac{2e^x}{e^x + 1} + 3\ln(e^x + 1)$ ។

តាង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. $a)$ រក $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ។

$b)$ ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_1): y = -2x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ខាង $-\infty$ ។

$c)$ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d_1) ធៀបនឹងខ្សែកោង (C) ។

២. $a)$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x) = x - \frac{2}{e^x + 1} + 3\ln\left(1 + \frac{1}{e^x}\right)$ ។

$b)$ គណនាលីមីត $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ។

$c)$ ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ខាង $+\infty$ ។

៣. $a)$ ចូរស្រាយថាគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ គេបាន $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x + 2)}{(e^x + 1)^2}$ ។

$b)$ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចសង់តារាងអថេរភាពរបស់វា។

៤.គណនា $f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប(C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

គេឲ្យ $\ln(e+1)=1.31$, $e=2.72$, $e^{-1}=0.40$ ។

លំហាត់ទី២៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=3x+8-\dfrac{4e^x}{e^x+1}-4\ln(e^x+1)$ ។

តាង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.$a)$ រក $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ។

$b)$ស្រាយថាបន្ទាត់(d_1): $y=3x+8$ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C)ខាង$-\infty$។

$c)$ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(d_1)ធៀបនឹងខ្សែកោង(C) ។

២.$a)$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ចូរស្រាយថា $f(x)=-x+4+\dfrac{4}{e^x+1}-4\ln(1+\dfrac{1}{e^x})$ ។

$b)$ គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

$c)$ ស្រាយថាបន្ទាត់(d_2): $y=-x+4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C)ខាង$+\infty$។

៣.$a)$ ចូរស្រាយថាគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{(1-e^x)(e^x+3)}{(e^x+1)^2}$ ។

$b)$ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍f រួចសង់តារាងអថេរភាពរបស់វា។

៤.គណនា $f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប(C) និងបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ។

គេឲ្យ $\ln(e+1)=1.31$, $e=2.72$, $e^{-1}=0.40$ ។

លំហាត់ទី២៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $y=f(x)=x-\dfrac{3}{2}\ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$ ។ គេតាង (C)

ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១.$a)$ រកដែនកំណត់ D_f នៃអនុគមន៍ f ។

$b)$ រក $\lim_{x\to -1^-} f(x)$, $\lim_{x\to 1^+} f(x)$, $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ ។

$c)$ ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២.$a)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x\to -\infty$ និង $x\to +\infty$ ។

$b)$ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣.$a)$ ចូរស្រាយថាគ្រប់ $x\in D_f$ គេបាន $f'(x) = \dfrac{x^2+2}{x^2-1}$ ។

$b)$ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចសង់តារាងអថេរភាពរបស់វា។

៤.គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចទាំងអស់ស្ថិតនៅលើក្រាប (C) ដោយដឹងថាបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំណុចទាំងនោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ 2 ។ គេយក $\ln 3 = 1.1$ ។

៥.ចូរសង់ខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (d) និងបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងក្រាប (C) ដែលមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង 2 ។

លំហាត់ទី៣០

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = 2x - 3 + \dfrac{4}{e^x+1} + 2\ln(1+\dfrac{1}{e^x})$ ។

តាង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១. $a)$ គណនា $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ (C)។

$b)$ ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_1): y = 2x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x\to +\infty$ ។

$c)$ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងក្រាប (C) ជាមួយនឹងបន្ទាត់ (d_1) ។

២.$a)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ $x\in\mathbb{R}: f(x) = 1 - \dfrac{4e^x}{e^x+1} + 2\ln(e^x+1)$

$b)$ រក $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 1$ ជាអាស៊ីមតូតដេក

នៃក្រាប(C) កាលណា $x \to -\infty$ ។

៣.$a)$ ចូរស្រាយថាគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ គេបាន $f'(x) = \dfrac{e^x(e^x - 1)}{(e^x + 1)^2}$ ។

$b)$ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចសង់តារាងអថេរភាពរបស់វា។

៤. ចូរសង់ខ្សែកោង(C) បន្ទាត់(d_1)& (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី៣១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(-1, +\infty)$ ដោយ ៖

$f(x) = \dfrac{x}{2} + 4 - 3\ln(x+1) - \dfrac{4}{x+1}$ ។ តាង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ។

១.រក $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$ និង $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃ(C)។

២.ចូរស្រាយថាគ្រប់ $x > -1$ គេបាន $f'(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{2(x+1)^2}$ ។

៣.សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍fរួចគូសតារាងអថេរភាពរបស់វា។យក$\ln 2 = 0.7$។

៤.កំណត់សមីការបន្ទាត់(T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង(C) ត្រង់$x = 0$ ។

៥.គណនា $f(2)$ និង $f(4)$ ។គេយក $\ln 3 = 1.10$ និង $\ln 5 = 1.61$ ។

សង់ក្រាប(C)និងបន្ទាត់(T)ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$(O, \vec{i}, \vec{j})$

៦.គេឲ្យអនុគមន៍ F កំណត់លើ$(-1, +\infty)$ ដោយ ៖

$F(x) = \dfrac{x^2}{4} + 7x - (3x+7)\ln(x+1)$ ។

ក)ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $F(x)$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ$f(x)$ លើចន្លោះ$(-1, +\infty)$។

ខ)គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខ័ណ្ឌដោយបន្ទាត់(T)ខ្សែកោង(C)និងបន្ទាត់ឈរ

$x = 0$ និង $x = 2$ ។

លំហាត់ទី៣២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ

$f(x)=\dfrac{4}{3}x+4+5\ln(e^x+1)-6\ln(2e^x+1)$ ។

គេតាង (C) ជាក្រាបតំណាងឲ្យអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១. $a)$ គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ។

$b)$ ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_1): y=\dfrac{4}{3}x+4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x\to-\infty$ ។

២. $a)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x អនុគមន៍ f អាចសរសេរ៖

$$f(x)=\frac{x}{3}+4-6\ln 2+5\ln(1+\frac{1}{e^x})-6\ln(1+\frac{1}{2e^x})$$ ។

$b)$ រក $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

$c)$ ស្រាយថាបន្ទាត់ $(d_2): y=\dfrac{x}{2}+4-6\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

៣. $a)$ ចូរស្រាយថាគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{(2e^x-1)(e^x-4)}{3(e^x+1)(2e^x+1)}$ ។

$b)$ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចសង់តារាងអថេរភាពរបស់វា។

៤. ចូរសង់ខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (d_1) & (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី៣៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=x-2-\dfrac{e^x}{e^x+1}+3\ln(e^x+1)$ ។

គេតាង (C) ជាក្រាបតំណាងឲ្យអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១. $a)$ គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ។

$b)$ ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_1): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x \to -\infty$ ។

២. $a)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x អនុគមន៍ f អាចសរសេរ

$$f(x) = 4x - 3 + \frac{1}{e^x + 1} + 3\ln(1 + \frac{1}{e^x})$$ ។

$b)$ រក $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ។

$c)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_2): y = 4x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x \to +\infty$ ។

$d)$ ទាញបញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយបន្ទាត់ (d_2) ។

៣. $a)$ ចូរស្រាយថាគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ គេបាន $f'(x) = \left(\frac{2e^x + 1}{e^x + 1}\right)^2$ ។

$b)$ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចសង់តារាងអថេរភាពរបស់វា។

៤. ចូរសង់ខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (d_1) & (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី៣៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = \frac{x}{3} + 1 + \ln(e^x + 1) - \frac{3e^x}{e^x + 1}$ ។

គេតាង (C) ជាក្រាបតំណាងឲ្យអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. $a)$ គណនា $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ ។

$b)$ ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d_1): y = \frac{x}{3} + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) កាលណា $x \to -\infty$ ។

២. $a)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x អនុគមន៍ f អាចសរសេរ

$$f(x) = \frac{4}{3}x - 2 + \frac{3}{e^x + 1} + \ln(1 + \frac{1}{e^x})$$ ។

$b)$ រក $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ។

$c)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d_2): y=\frac{4}{3}x-2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

$d)$ ទាញបញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C)ជាមួយបន្ទាត់(d_2) ។

៣.$a)$ ចូរស្រាយថាគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ គេបាន $f'(x)=\frac{1}{3}\left(\frac{2e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ ។

$b)$ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចសង់តារាងអថេរភាពរបស់វា។

៤. ចូរសង់ខ្សែកោង(C) បន្ទាត់(d_1)& (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់ទី៣៥

គេឲ្យអនុគមន៍fកំណត់លើ$\mathbb{R}$ដោយ $f(x)=4x+12-3\ln(2e^x+1)-\frac{18e^x}{2e^x+1}$ ។

គេតាង (C) ជាក្រាបតំណាងឲ្យអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១. $a)$ គណនា $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ។

$b)$ ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d_1): y=4x+12$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C) កាលណា $x\to-\infty$ ។

$c)$ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C)ជាមួយបន្ទាត់(d_1) ។

២.$a)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x អនុគមន៍f អាចសរសេរ

$$f(x)=x+3-3\ln 2-3\ln(1+\frac{1}{2e^x})+\frac{9}{2e^x+1}$$ ។

$b)$ រក $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ។

$c)$ ចូរស្រាយថាបន្ទាត់$(d_2): y=x+3-3\ln 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

៣.$a)$ ចូរស្រាយថាគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{4(e^x-1)^2}{(2e^x+1)^2}$ ។

$b)$ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចសង់តារាងអថេរភាពរបស់វា។

៤. ចូរសង់ខ្សែកោង(C) បន្ទាត់(d_1)& (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

លំហាត់៣៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x)=2x+5-\dfrac{5e^x}{e^x+1}-\dfrac{3}{2}\ln(e^x+1)$ ។

តាង (C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់$(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

១. $a)$ គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ។

$b)$ ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d_1): y=2x+5$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C) កាលណា $x\to-\infty$ ។

$c)$ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងក្រាប(C) ជាមួយនឹងបន្ទាត់(d_1) ។

២.$a)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់$x\in\mathbb{R}: f(x)=\dfrac{x}{2}+\dfrac{5}{e^x+1}-\dfrac{3}{2}\ln(1+\dfrac{1}{e^x})$

$b)$ រក $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។

$c)$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់$(d_2): y=\dfrac{x}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

៣.$a)$ ចូរស្រាយថាគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ គេបាន $f'(x)=\dfrac{(e^x-1)(e^x-4)}{2(e^x+1)^2}$ ។

$b)$ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចសង់តារាងអថេរភាពរបស់វា។

៤. ចូរសង់ខ្សែកោង(C) បន្ទាត់(d_1)& (d_2) ក្នុងតម្រុយរួមគ្នា។

www.mathtoday.wordpress.com